

自序

隨機微積分學係一種結合微積分與隨機過程的數學分支，發展至今至少也有一甲子時間，它的用途大致與微積分相去不遠，不過處理對象截然不同。微積分的作用在解析具規則性、確定性(deterministic)函數，而隨機微積分的解析對象幾乎都是不規則、隨機性函數。究竟什麼事象會有如此表現，如果花一點心思觀察，例子不勝枚舉。譬如，在自然現象方面，端電壓在時間序列上的變化、花粉粒子在液體表面上的活動過程、人口成長變化、…等；或者在人為事物方面，如物價波動過程、股價指數的變化、利率水準的變動、…等等，其範圍遍及物理、生物、工程、經濟、金融、…等許多科學領域，最有名的例子是 Black、Scholes 及 Merton 等三人發展出來的選擇權定價模型，影響金融產業發展至深且遠。

由於隨機微積分應用場合廣泛且日趨重要，若未知其原理，許多我們所關心的議題將無從探討，以致阻礙一些相關領域的研究、應用與發展，然而這樣應用廣泛且有效力的分析工具，坊間書店卻很少見到其蹤跡，中文版本則幾乎一本也看不到，揆其原因，因為分析對象複雜，自然導致分析工具隨之而有些難度，以致令一般人敬而遠之，也就沒有人願意著作及出版，殊屬遺憾，因而引發作者甘冒才疏學淺之譏，但做拋磚引玉之舉而為文的動機。

本書適用對象係那些須要隨機微積分技巧但又不具專業數學背景者，讀者只要具備有基本機率與微積分概念，且依序按部就班地研讀，便可以很容易地明瞭隨機微積分的觀念及其技巧。本書以實用為導向，故文中凡會使用到但與討論議題沒有直接關聯，或者過於艱澀、嚴格的定理，其證明內容將盡量不觸及，或最多以說明取代之，以避免增加讀者負擔。另一方面，凡有助於隨機微積分機制的背景或原理的了解，在盡可能範圍內詳述其內容，期待因此使讀者更容易掌握隨機微積分的精義。

在本書中第一章裡所述者都是與機率有關的基本概念，不過其中加入現代機率理論常出現的 σ -體及平賭觀念，以利於爾後相關問題的探討。在第二章裡我們敘述了一些基本隨機過程性質，隨後於第三章進一步介紹一種特殊隨機過程類別---獨立平穩增量過程，較詳盡地敘述其特性及其推廣，做為隨機微積分學發展的基礎。從第四章開始正式進入隨機積分議題，我們介紹隨機積分的緣起、原理、性質、有名的伊藤引理及其推廣。第五章進一步地由隨機積分推廣至隨機微分方程、其解及相關衍生議題，至此隨機微積分的基本概念算是介紹完畢，而關於第六章所提到的測度變換概念，則係第七章應用場合的預備知識。最後，於第七章的應用篇裡，我們特別選擇了當今最普為認識的選擇權定價模式為介紹起始議題，而後推展至利率模式，最後延伸至保險相關定價議題做結束。

作者本非數學專門領域出身，只因為研究需要而栽入隨機微積分學領域裡，一路走來可請教先輩不多而倍嘗艱辛，多半靠大量而緩慢閱讀，幾年來咀嚼累積而稍的心得，同時因為其中所遭遇困擾，故深知不具專業數學背景但又欲了解其中原理者所需為何，而特於該處著墨較多，惟因此難免多所疏漏，讀者若有指正，可來電賜教，網址為
092558@mail.tku.edu.tw，作者將不勝感激。

賴曜賢

2007 年 2 月