

科技部補助專題研究計畫報告

灰狼演算法於無人飛行載具結構最佳化設計之研究

報告類別：成果報告
計畫類別：個別型計畫
計畫編號：MOST 109-2221-E-032-009-
執行期間：109年08月01日至110年07月31日
執行單位：淡江大學學校財團法人淡江大學航空太空工程學系

計畫主持人：張永康

計畫參與人員：碩士班研究生-兼任助理：蕭乃綱
大專生-兼任助理：邱垂泯

本研究具有政策應用參考價值：否 是，建議提供機關
(勾選「是」者，請列舉建議可提供施政參考之業務主管機關)
本研究具影響公共利益之重大發現：否 是

中華民國 110 年 10 月 10 日

中文摘要：本計劃是應用灰狼演算法、拓樸最佳化與B-spline函數於無人飛行載具結構件最佳化外形設計之研究。灰狼演算法是較為新穎的演算法，受到灰狼掠食行為啟發，狼群有非常嚴格的階級制度，階級高的狼帶領階級低的狼進行跟蹤、包圍、追捕，攻擊的掠食行為，一步一步接近獵物，類似最佳化設計中的尋找。灰狼演算法有著優秀的全域搜尋能力，設定參數少，收斂速度快，所以有著廣泛的運用。計劃中將利用拓樸設計方法中之最佳材料分配法作為拓樸最佳化方法。在本研究中除使用混合法同時保留必要元素與排除非必要元素來減少不合理之情形外，並應用B-spline函數之概念，設計移動限制來定義設計參數上下限以平滑結構外形。本研究採用多階段拓樸最佳化的方法，在階段拓樸最佳化後逐步的減少設計變數，可以減少電腦之計算時間。經過多階段拓樸最佳化設計後，可改善傳統拓樸最佳化設計結果不平滑之現象，以達到更具實用性之結構最佳外形設計。本計劃以三個不同範例來執行拓樸最佳化設計，結果顯示在大量的變數下仍能得到明確的幾何外形，以利於工業中的加工製造。3D列印機是一種快速成形的技術，通過多層列印的方式去構造出零組件，本計畫應用3D列印機印製無人機拓樸最佳化設計零組件結構。

中文關鍵詞：無人飛行載具，灰狼演算法，拓樸設計，B-splines曲線

英文摘要：A Methodology of structural optimum design of Unmanned Aerial Vehicle by Grey Wolf algorithm, Topology optimization and B-spline function will be developed in this study. The Grey Wolf algorithm is prey hunting mechanism of grey wolves, which mimics the leadership hierarchy and hunting mechanism of grey wolves in nature. By using the hierarchy of wolves, Grey Wolf algorithm implement four main steps of hunting, searching, encircling, and attacking the prey. The Grey Wolf algorithm has the ability to identify location of prey. The movement of the whole pack of wolves will be guided by the above wolves. The location update of all the wolves in pack is done by simple averaging the three best location of the pack and whole pack follows it. The optimum shape design was obtained by the concept of material distribution borrowed from density method. In addition to using the element growth-removal combined method simultaneously to grow and remove the essential element and the non-essential element, the concept of B-spline curve was used to smooth the design shape. Multi-stages topology design was employed in this study. After multi-stages design strategies, the primitive design can be improved to a more practical optimum design.. There are three different structures were discussed in this study. The results show that a clear geometric shape can be obtained, which is beneficial to manufacturing in the industry. 3D printer is a rapid prototyping technology through the multi-layer printing

method to construct the structural components. The topology optimal design UAV structural components will be manufactured by 3D printer in this study.

英文關鍵詞： UAV, Grey Wolf algorithm, Topology Design, B-splines Curve.

科技部補助專題研究計畫報告

灰狼演算法於無人飛行載具結構最佳化設計之研究

報告類別：進度報告

成果報告：完整報告/精簡報告

計畫類別：個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：MOST 109-2221-E-032-009

執行期間：109 年 8 月 1 日 至 110 年 7 月 31 日

執行機構及系所：淡江大學航空太空工程學系

計畫主持人：張永康

共同主持人：

計畫參與人員：蕭乃綱、邱垂泯

本計畫除繳交成果報告外，另含下列出國報告，共 0 份：

執行國際合作與移地研究心得報告

出席國際學術會議心得報告

出國參訪及考察心得報告

本研究具有政策應用參考價值：否 是，建議提供機關_____

(勾選「是」者，請列舉建議可提供施政參考之業務主管機關)

本研究具影響公共利益之重大發現：否 是

中 華 民 國 110 年 7 月 31 日

目錄

目錄.....	I
中文摘要.....	II
英文摘要.....	III
第一章 緒論.....	1
1.1 前言.....	1
1.2 文獻回顧.....	1
1.3 研究方法.....	3
第二章 拓樸最佳化.....	4
2.1 均質法.....	4
2.2 生物成長法.....	4
2.3 密度函數法.....	5
2.3.1 材料分配法.....	5
2.3.2 複合材料分配法.....	5
第三章 灰狼演算法.....	6
3.1 基礎理論.....	6
3.1.1 灰狼演算法執行流程.....	8
3.2 改良式灰狼演算法.....	9
3.3 函數測試分析.....	11
第四章 最佳化設計.....	12
4.1 最佳化概念.....	12
4.2 適應值.....	12
4.3 B-spline 函數.....	13
4.4 程式執行流程.....	15
第五章 數值分析.....	17
5.1 範例一：UAV 側板結構.....	17
5.2 範例二：UAV 機翼結構.....	19
5.3 範例三：UAV 機頭側板結構.....	21
第六章 結論.....	23
參考文獻.....	24

中文摘要

本計劃是應用灰狼演算法、拓樸最佳化與 B-spline 函數於無人飛行載具結構最佳化外形設計之研究。灰狼演算法是較為新穎的演算法，受到灰狼掠食行為啟發，狼群有非常嚴格的階級制度，階級高的狼帶領階級低的狼進行跟蹤、包圍、追捕，攻擊的掠食行為，一步一步接近獵物，類似最佳化設計中的尋找。灰狼演算法有著優秀的全域搜尋能力，設定參數少，收斂速度快，所以有著廣泛的運用。計劃中將利用拓樸設計方法中之最佳材料分配法作為拓樸最佳化方法。在本研究中除使用混合法同時保留必要元素與排除非必要元素來減少不合理之情形外，並應用 B-spline 函數之概念，設計移動限制來定義設計參數上下限以平滑結構外形。本研究採用多階段拓樸最佳化的方法，在階段拓樸最佳化後逐步的減少設計變數，可以減少電腦之計算時間。經過多階段拓樸最佳化設計後，可改善傳統拓樸最佳化設計結果不平滑之現象，以達到更具實用性之結構最佳外形設計。本計劃以三個不同範例來執行拓樸最佳化設計，結果顯示在大量的變數下仍能得到明確的幾何外形，以利於工業中的加工製造。3D 列印機是一種快速成形的技術，通過多層列印的方式去構造出零組件，本計畫應用 3D 列印機印製無人機拓樸最佳化設計零組件結構。

關鍵字：無人飛行載具，灰狼演算法，拓樸設計，B-splines 曲線

英文摘要

A Methodology of structural optimum design of Unmanned Aerial Vehicle by Grey Wolf algorithm, Topology optimization and B-spline function will be developed in this study. The Grey Wolf algorithm is prey hunting mechanism of grey wolves, which mimics the leadership hierarchy and hunting mechanism of grey wolves in nature. By using the hierarchy of wolves, Grey Wolf algorithm implement four main steps of hunting, searching, encircling, and attacking the prey. The Grey Wolf algorithm has the ability to identify location of prey. The movement of the whole pack of wolves will be guided by the above wolves. The location update of all the wolves in pack is done by simple averaging the three best location of the pack and whole pack follows it. The optimum shape design was obtained by the concept of material distribution borrowed from density method. In addition to using the element growth-removal combined method simultaneously to grow and remove the essential element and the non-essential element, the concept of B-spline curve was used to smooth the design shape. Multi-stages topology design was employed in this study. After multi-stages design strategies, the primitive design can be improved to a more practical optimum design.. There are three different structures were discussed in this study. The results show that a clear geometric shape can be obtained, which is beneficial to manufacturing in the industry. 3D printer is a rapid prototyping technology through the multi-layer printing method to construct the structural components. The topology optimal design UAV structural components will be manufactured by 3D printer in this study.

Keywords: UAV, Grey Wolf algorithm, Topology Design, B-splines Curve.

第一章 緒論

1.1 前言

由於無人飛行載具 (Unmanned Aerial Vehicle, UAV) 具有成本低，部署容易及不需人員在機上操作的優點，可以避免人員在執行任務時造成傷亡。近年來隨著科技的發展，無人飛行載具的功能愈趨多元化，例如在軍事上可用於偵查、監視、通訊、導航、欺敵、靶機、搜救與全天候攻擊等用途，在非軍事用途上可用於氣候觀測、交通巡邏、農藥噴灑、電影拍攝、海岸巡防等等。相信以其經濟性和實用性等因素，無人飛行載具勢必將成為航太界未來發展之趨勢。現在社會的科技不斷進步，人們都在追求更好的產品品質。一個成功的設計可以降低成本，提高品質，利潤也就相對提升。如何在有限的資源下，製造良好的產品，將是目前工程設計的重要課題。

結構在輕量化的過程中同時也必須兼顧到產品的效能，因此最佳化的概念被發展並應用於產品的開發。拓樸最佳化常見的使用在結構剛性與承受作用力之間取得平衡來減少材料的浪費，進而減輕結構重量，達到輕量化的目的。在執行拓樸最佳化的過程中，由於大量的設計參數，導致耗費大量的時間，因此不能使用太過於複雜的演算法。近年來仿生演算法被廣泛地運用，仿生演算法有著隨機搜尋、參數設定少、演算過程簡單等優點，而灰狼演算法是一種啟發式的仿生演算法。啟發式演算法是透過模擬生物的生存方式或自然界的物理現象來解決問題，灰狼演算法即是透過模仿灰狼獵捕食物的過程轉化成數學式而來的演算法，狼群中有嚴格的階級制度，階級高的狼帶領階級較低的狼進行跟蹤、包圍、追捕、攻擊的掠食行為，這些行為象徵演算法中的搜尋過程，而當灰狼成功獵捕時即象徵找到問題的最佳解。灰狼演算法有著全域搜尋能力佳、參數設定少等優點，但在多目標的情況下仍然存在著後期收斂速度慢及易落入區域最佳解等問題。

1.2 文獻回顧

灰狼演算法最早由 Mirjalili 等學者[1]於 2014 年提出，在光學工程應用中利用灰狼演算法控制布拉格插槽的孔洞來獲得各種色散及慢光屬性，與其他文獻比較，灰狼演算法呈現的結果有一定的競爭力，且有較好的全域搜尋能力，但在多重目標的情況下還是存在著易落入區域最佳解的問題，因此後來也有許多學者相繼改良。

Randy 和 Sue[2]認為，對群體智能優化算法而言，初始族群的好壞影響算法的全域收斂速度和解的質量，多樣性較好的初始族群對提高算法的尋優能力很有幫助。Powell[3]於 1978 年提出 Powell 搜尋法，Powell 搜索法是一種求解無約束優化問題的直接局部搜索方法，具有收斂速度快、無需計算梯度、精度高、較強的局部搜索能力等優點，缺點是對初始點較敏感。龍文等學者[4]於 2015 年提

出改良式灰狼演算法，在初始化的時候採用佳點集理論讓初始解增加多樣性，加強了全域搜尋的能力，而加入的 Powell 搜索法增加了局部搜索能力加快收斂速度。

Malik 等學者[5]於 2015 年提出加權灰狼演算法，原始演算法是以該族群最佳位置的平均值當作最佳解，而它修改了更新灰狼位置的策略，使用最佳位置的加權總合代替平均值，加權的效果使最佳解的位置更靠近精確解，能加強搜尋的精確度和減少收斂時間。Zhu 等學著[6]於 2015 年提出將灰狼演算法結合差分演算法[7]於最佳化設計中，由於基本灰狼演算法在執行具有攻擊性的獵物操作時很容易陷入停滯狀態，因此將差分演算法結合灰狼演算法按順序更新 α ， β 和 δ 狼的最佳位置，利用差分強大的搜索能力，迫使灰狼擺脫停滯狀態，加快的收斂速度。Mittal 等學者[8]於 2016 年提出修改灰狼演算法中的收斂係數來達到全域和區域搜尋的平衡，原演算法的全域搜尋和區域搜尋的比例為 1:1，而改良收斂係數之後的比例為 7:3，這使得改良後演算法的全域搜群更加完善，能避免落入區域最佳解。

李兵和蔣慰孫[9]於 1997 年提出渾沌優化方法，混沌現象具有隨機性、遍歷性和規律性等特點，對於給定的優化問題，通過把混沌狀態引入到優化變量，利用混沌運動的特點可得到混沌優化方法能夠有效跳出局部最佳，但是不利於搜演算法的收斂。柳賀等學者[10]於 2008 年提出混沌搜索和模式搜索的混合優化方法，在混沌搜索的基礎上再進行模式搜索，能避免落入局部最佳同時又加速收斂。張悅等學者[11]參考上述文獻於 2017 年提出具有自適應調整策略的混沌灰狼演算法，文獻中將收斂係數採自適應調整方法，當個體的適應度優於平均適應度時，進行局部搜索；反之則進行全域搜尋，此方法提高了灰狼演算法的收斂速度，同時也平衡灰狼演算法的全域搜索能力和局部搜索能力；另一方面將混沌思想引入到演算法後期搜索中，當演算法陷入到最佳解附近時，重新建構一個較小的搜索空間，並進一步評估每一個解，然後繼續進行尋優，加入混沌搜索提高了演算法收斂的精度。Bai 等學者[12]於 2017 年提出結合小生境的灰狼演算法，小生境原理是在每一代進化前，根據個體間的距離將族群劃分成多個小生境族群，讓不同小群體進行交配產生新的後代。本文計算灰狼間的距離，當距離小於小生境半徑時，比較灰狼間個體的適應度值，通過對適應度值較差的灰狼個體施以懲罰函數，來提高全域搜索能力。Gao 等學者[13]於 2019 提出一種改進的變權灰狼演算法，該文獻認為搜索開始時 α 是最接近的，而其他所有個體都可以忽略。因此開始時 α 的權重應該接近 1.0，而此時 β 和 δ 的權重可能接近零，但隨著迭代次數的增加，應減少 α 並增加 β 和 δ 的權重。此方法可以減少陷入局部最佳的可能性，文獻中和蟻群演算法[14]及粒子群演算法[15]做比較，都有得到較好的結果。綜合以上所述可看出灰狼演算法因為是隨機搜尋因此有著更好的全域搜尋，但相對存在著後期收斂速度慢的問題。經過多位學者改良後在搜尋效率上也得到顯著的改善。

結構最佳化的概念最早由 Michell[16]於 1904 年提出，以系統化的數學方式求解桁架的最佳分布設計。由於當時科技還不發達，所討論的結構問題較為簡單，

多數是對一個已知的初始結構形狀之物體的尺寸最佳化，將長度、厚度、截面積等當作設計變數，在一定的條件下求得整體結構重量的輕量化。

Bendsøe 和 Kikuchi[17]於 1988 年提出了均值法與有限元素法應用在拓樸最佳化中。Hanssani 與 Hinton[18-20]也整理出均質法理論於拓樸最佳化的應用，但由於均質法的設計變數過多，因此在求解上較為複雜。Yang 等學者[21]於 1997 年採用密度函數法應用在拓樸最佳化，此方法假設設計領域中所有元素為均質等向性，以元素的比密度作為設計參數，藉此來改善設計變數過多等問題。陳定宇[22]於 1995 年應用複合材料力學理論推導出楊氏係數與元素密度的關係式來改善材料分配不足的缺點。Bruns 等學者[23]於 2003 年應用材料分配法的基礎於結構靜態最佳化的問題上，並在拓樸過程中移除不必掉的元素，以減少電腦運算時間。Chen 和 Lin [24]於 2000 年使用材料分配法及遺傳演算法來進行兩階段拓樸最佳化，並應用在懸臂樑上以便於找到更的材料分布情形。Braibant 與 Fleury[25]於 1983 年提出 B-spline 函數可以用來修整圖形的邊界。顏金田[26]於 2007 年提出在拓樸最佳化中結合 B-spline 函數，使拓樸外形更加平滑。

綜合上述，灰狼演算法可以執行多點搜尋與得到較快的收斂速度。故本研究將應用灰狼演算法於結構拓樸最佳化設計中，也期望能夠改良並增進解的搜尋效率與精確度。因此本研究將使用最佳材料分配法作為拓樸最佳化方法，並利用有限元素分析軟體 ANSYS 執行結構分析、編寫系統程式及應用灰狼演算法求解無人飛行載具結構拓樸最佳化問題，並利用 B-spline 函數的觀念設計移動限制來平滑結構外形，以期達到無人飛行載具結構最佳化的目的。由於灰狼演算法因為設計變數過多導致後期收斂速度慢及易落入區域最佳解的問題，因此本研究將改良灰狼演算法進行拓樸最佳化，以期改善上述等缺點來增加拓樸最佳化的效率。

1.3 研究方法

本研究將使用最佳材料分配法作為拓樸最佳化方法，並利用有限元素分析軟體 ANSYS 執行結構分析、編寫系統程式及應用灰狼演算法求解無人飛行載具結構拓樸最佳化問題，並利用 B-spline 函數的觀念設計移動限制來平滑結構外形，以期達到無人飛行載具結構最佳化的目的。為了減輕無人機結構重量，提高飛機效能，以往小型無人機皆以複合材料搭配巴爾莎木或者航空合板製成，複合材料用在翼樑或機身主樑等需要強度的結構件，巴爾莎木或者航空合板則用在不需要強度要求的機肋製造，若需大量製造，則需使用雷射切割機。3D 列印技術起源於美國，3D 印表機又稱為三維列印機或快速成型設備。這是一種快速成形的技術，利用微積分來計算出精密的面積與體積，再通過多層列印的方式去構造出零組件，最後本計畫使用 3D 列印機來列印無人機的拓樸最佳化設計零組件結構。

第二章 拓樸最佳化

拓樸最佳化為結構最佳化的一環，主要是由設計者在自訂的具體範圍，將設計區域分成細小的網格結構，再根據演算法定義網格材料或是密度的多寡，取得最佳的結構設計。

拓樸設計方法大致可以分為下列幾種：均質法(Homogenization method)、生物成長法(Simulate Biological Growth Method)與密度函數法(Density Function Method)；茲將過去文獻中常用之方法整理如以下章節所述。

2.1 均質法

均質法[17]是將設計領域分成許多細胞結構，每個細胞為均質且非等向性材料，並內含一個矩形孔洞，矩形孔洞的大小由 a 、 b 來控制， θ 為旋轉角度，如圖 1 所示。細胞內的剛性及密度則為 a 、 b 、 θ 參數的函數，最後由最佳化演算法所得出的材料分布情形，來決定結構之最佳拓樸圖形。均質法的優點在於，能夠獲得細部結構的拓樸圖形，但由於每個元素皆有三種變數，在大型結構及三維結構分析上必須耗費大量的時間。

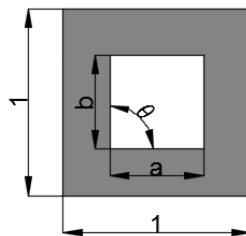


圖 1 均質法之細胞結構

2.2 生物成長法

生物成長法[27]是模仿生物體的成長模式進行最佳化。一般來說，生物體成長時會因環境的各種因素導致有不同的適應力，像是骨骼，應用這種概念在拓樸最佳化上，在較大應力所作用的區域產生較強的結構，藉由應力與楊氏係數的關係式進行迭代，依照應力的分布情形得到的最佳拓樸形狀，生物成長法的優點在於不需要最佳化模組便可以得到拓樸圖形，如此能夠減少複雜且大量的計算公式，減少運算時間。但由於是以應力為出發點，因此只能用於靜態結構的問題上。

2.3 密度函數法

密度函數法是繼均質法之後所發展出來的。此方法以元素的比密度作為其設計變數，其特點在於每一個單位只有一種設計變數，依此建立出楊氏係數及比密度的關係式，相較於均質法一個元素對應三個設計變數，在分析上減少了大量的時間。一般來說密度函數法又可分為材料分配法[21]及複合材料分配法[22]。

2.3.1 材料分配法

材料分配法是假設設計領域中的元素均為等向性的材料，以元素的比密度作為設計參數，範圍介於 0~1 之間。設計區域中的元素以此值來判斷元素的狀態是否為孔洞或是實心來形成最佳之結構外形。當設計變數越接近 0 時，元素移除的機會越大；當設計變數越接近 1 時，元素保留的機率也會越大。楊氏係數與元素比密度之間的關係式如式(2-1)所示：

$$\frac{E_i}{E_{i0}} = \rho_i^n \quad (2-1)$$

E_i 為第 i 個元素之楊氏係數

E_{i0} 為第 i 個元素的初始楊氏係數

ρ_i 為第 i 個設計參數之元素比密度

n 為常數，其值介於 2~4 之間

2.3.2 複合材料分配法

複合材料分配法是以複合材料力學的理论推導出楊氏係數與元素比密度的關係式，根據文獻的研究結果顯示，採用複合料分配法所獲得的結果較佳，因此本文將決定採用複合材料分配法來做拓樸設計。複合材料分配法關係式如下：

$$E_i = \frac{1 - (1 - \rho_i)^{\frac{2}{3}}}{2 - (1 - \rho_i)^{\frac{2}{3}} - \rho_i} E_{i0} \quad (2-2)$$

E_i 為第 i 個元素的楊氏係數

E_{i0} 為第 i 個元素的初始楊氏係數

ρ_i 是第 i 個設計參數之元素比密度

第三章 灰狼演算法

3.1 基礎理論

灰狼演算法(Grey Wolf Optimization Algorithm, GWO)於2014年由Mirjalili[1]提出，藉由觀察灰狼的社會行為所啟發的，灰狼的社會行為有嚴格的階級制度，由位階最高的 α 狼帶領著位階較低的狼群，而位階居於第二和第三的 β 、 δ 狼則會輔助 α 狼對剩餘的 ω 狼進行管理及狩獵工作。灰狼演算法可以將整個捕獵的過程分為包圍、追捕、攻擊三個階段。在獵捕的過程中，由 α 狼帶領狼群搜索、跟蹤、接近獵物，當距離獵物的範圍足夠小時， β 、 δ 狼在 α 狼的指揮下對獵物進行圍攻，並召喚周圍的 ω 狼對獵物進行攻擊，當獵物移動時，狼群形成包圍獵物的圈也隨之移動，直至捕獲獵物。捕獵過程說明如下：

(1)包圍:狼群在確定獵物的位置後，首先要對獵物進行包圍，在此過程中獵物與灰狼之間的距離可表示為：

$$D = |C \cdot X_p(t) - X(t)| \quad (3-1)$$

其中 D 為灰狼和獵物之間的距離， t 為迭代次數， $X_p(t)$ 為第 t 次迭代後獵物的位置， $X(t)$ 為第 t 次迭代後灰狼的位置， C 為係數因子，其中 r 為 $[0,1]$ 間之隨機亂數，計算公式為：

$$C = 2r \quad (3-2)$$

(2)追捕:對獵物進行包圍後， β 、 δ 狼在 α 狼的帶領下對獵物進行追捕，在追捕過程中狼群個體的位置會隨著獵物的逃跑而改變，而後可以根據 α 、 β 、 δ 狼更新後的位置來重新確定獵物的位置。此階段狼群位置更新如圖2所示，更新方程如下：

$$D_\alpha = |C_1 X_\alpha(t) - X(t)| \quad (3-3)$$

$$D_\beta = |C_2 X_\beta(t) - X(t)| \quad (3-4)$$

$$D_\delta = |C_3 X_\delta(t) - X(t)| \quad (3-5)$$

$$X_1 = X_\alpha(t) - A_1 D_\alpha \quad (3-6)$$

$$X_2 = X_\beta(t) - A_2 D_\beta \quad (3-7)$$

$$X_3 = X_\delta(t) - A_3 D_\delta \quad (3-8)$$

$$X_p(t+1) = (X_1 + X_2 + X_3)/3 \quad (3-9)$$

$$A_i = 2a \cdot r_i - a \quad (3-10)$$

$$a = 2 - 2(\text{iter}/\text{max_iteration}) \quad (3-11)$$

其中收斂係數 a 隨著迭代次數的增加從 2 線性遞減到 0， A_i 為步伐係數， r_i 為 $[0,1]$ 間之隨機亂數。 $D_\alpha, D_\beta, D_\delta$ 為 ω 狼與 α 狼、 β 狼、 δ 狼的距離； X_1, X_2, X_3 為 ω 狼對 α 狼、 β 狼、 δ 狼分別產生的新位置， $X_p(t+1)$ 為灰狼更新位置，即新解。

(3)攻擊:捕獵過程的最後階段，狼群對獵物進行攻擊並捕獲獵物，即得到最佳解。該過程的實現主要通過式(3-11)中 a 值的遞減來實現，當 a 的值從 2 線性遞減至 0 時，其對應的 A 值也會在區間 $[-a, a]$ 變化，當 $A \leq 1$ 時，即 A 的取值範圍在 $[-1,1]$ 時，則表明狼群的下一個位置會更加接近獵物的位置；當 $1 < |A| \leq 2$ 時，狼群就會朝著遠離獵物的方向分散。重複這些步驟直到收斂至最佳解。

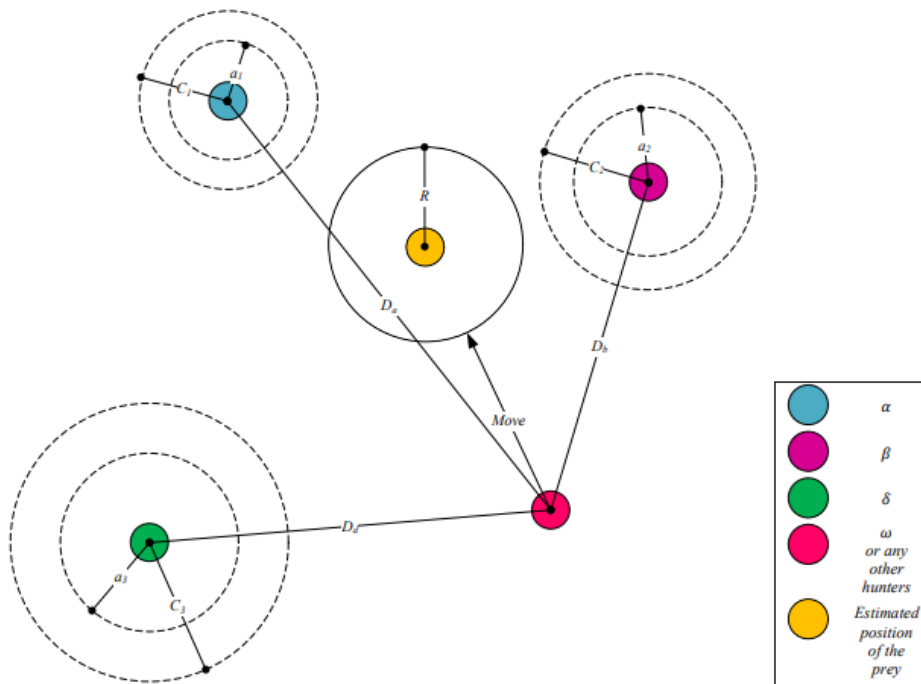


圖 2 灰狼演算法

3.1.1 灰狼演算法執行流程

灰狼演算法的步驟如下，執行流程圖如圖 3 所示：

- 步驟一：設定演算法參數，其中包含目標函數、限制條件及狼群數目。
- 步驟二：產生隨機初始值並依照目標函數計算出適應值，再依照大小排序。
- 步驟三：依距離公式分別計算 α 狼、 β 狼、 δ 狼與 ω 狼之間的距離。
- 步驟四：分別算出灰狼之間的距離後，依位置更新公式找到 ω 狼與 α 狼、 β 狼、 δ 狼分別的相對位置再取其平均，以獲得最佳解。
- 步驟五：檢查最佳解是否滿足收斂條件，若滿足則終止演算，反之則重回步驟三到五直到滿足收斂條件為止。

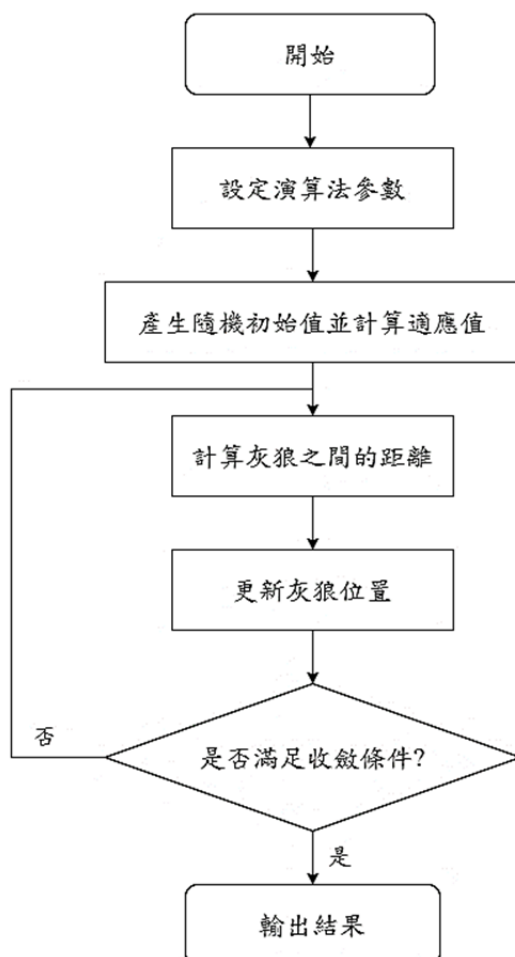


圖 3 灰狼演算法執行流程

3.2 改良式灰狼演算法

灰狼演算法是一種仿生演算法，雖然它有著全域搜尋的能力，但在後期還是存在著易落入區域最佳解及收斂速度慢的問題，本研究針對這兩點來進行改善，提出改良式灰狼演算法(IGWO)，其改善的方法分為兩個部分：(1)修改收斂係數以及(2)加入對 α 、 β 、 δ 的慣性權重，結合上述兩種方法使我們得到的解更精確也減少了收斂時間。

(1)修改收斂係數：為了增加全域搜尋的時間本研究將式(3-11)改為(3-12)如示[8]：

$$a = 2\left(1 - \frac{t^2}{T^2}\right) \quad (3-12)$$

其中

t 為當前迭代次數

T 為最大迭代次數

步伐係數 A_i 受收斂係數 a 的影響，控制了灰狼的勸搜尋及區域搜尋，改良後的 a 由原本的線性遞減改成指數遞減，以迭代次數為 100 來看，可以發現 a 由原本在第 50 次迭代時進入區域搜尋改為在大概第 70 次迭代時進入區域搜尋，如此一來可以增加全域搜尋的次數以跳脫區域最佳解，如圖 3 和圖 4 所示[8]：

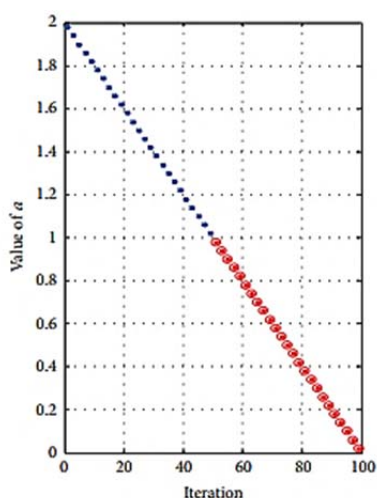


圖 4 線性遞減

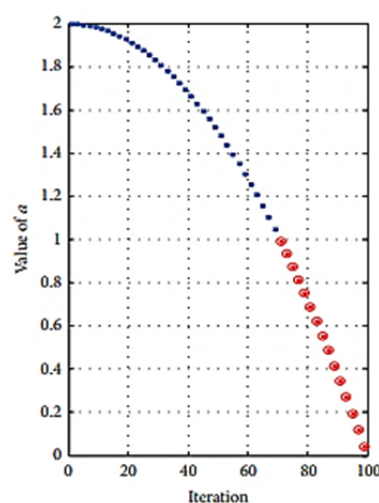


圖 5 指數遞減

(2)加入慣性權重：文獻[13]中的學者認為，在搜索開始時 α 狼是離獵物最近的，但它可能離最終結果還很遠，而 β 狼和 δ 狼更不用說了，因此在搜索過程開始時式(3-17)中只需要考慮 α 的位置，或者它的權重應大於其他階級的狼群權重，而式(3-17)也違反了灰狼嚴格的階級制度，灰狼在狩獵的過程中應該始終由 α 狼控制，這意味著 α 在式(3-17)中的位置權重應該始終不小於 β 和 δ 的權重，而 β 的權重應該始終不小於 δ 的權重，如圖 6 所示，因此將式(3-9)改良成(3-13)到(3-16)。

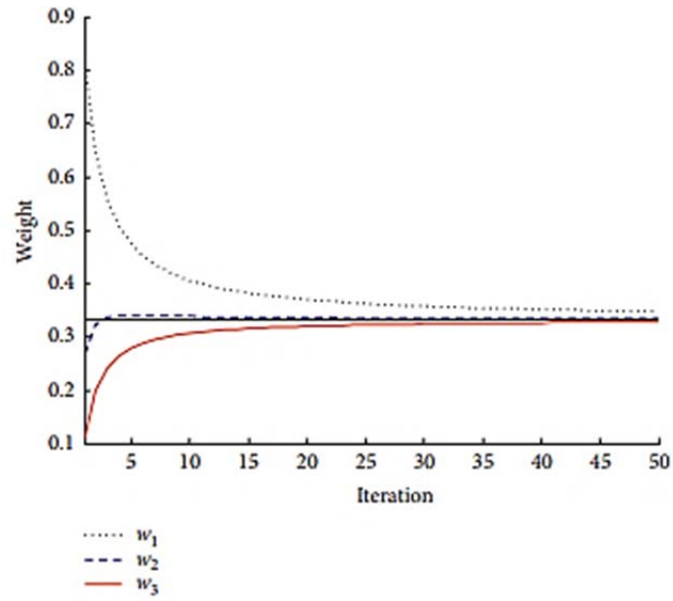


圖 6 迭代時的權重關係

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan(it) \quad (3-13)$$

$$\theta = \frac{2}{\pi} \arccos \frac{1}{3} \cdot \arctan(it) \quad (3-14)$$

$$\begin{cases} w_1 = \cos\theta \\ w_2 = \frac{1}{2} \sin\theta \cdot \cos\varphi \\ w_3 = 1 - w_1 - w_2 \end{cases} \quad (3-15)$$

$$X_p(t+1) = w_1 X_1 + w_2 X_2 + w_3 X_3 \quad (3-16)$$

改良完後的加權公式能更真實貼切灰狼在狩獵的過程，使得搜尋方向更明確，並且能加快收斂速度。

3.3 函數測試分析

本研究挑選兩個在演算法中常使用的測試函數來做測試，為了測試演算法的穩定性，本研究將重複多次相同的計算並記錄平均值，第一個函數為 Rastrigin function，有許多的區域最佳解，而其全域最佳解為 0，第二個函數為 Surface function，是單一最佳解的函數，而其最佳解也為 0。由結果可知兩個函數在 IGWO 和 GWO 相同的迭代次數下 IGWO 均能找到更好的最佳解，即 IGWO 有著更快的收斂速度及搜尋效果，測試函數如表 1 所示，測試結果如表 2 所示。

表 1 測試函數

代號	搜尋範圍	函數
f_1	[-5.12,5.12]	$f(x) = x_i^2 - 10 \cos(2\pi x) + 10$
f_2	[-100,100]	$f(x) = \sum_i^D x_i^2$

表 2 測試結果

測試函數	全域最佳解	GWO 平均值	IGWO 平均值
f_1	0	139.302	8.88E-16
f_2	0	0.000931	5.18E-16

第四章 最佳化設計

4.1 最佳化概念

最佳化設計已經廣泛的運用在各種領域裡，像是數學、工程、醫學都有不錯的結果。在工程設計中，能夠滿足所有設計條件的，即為一個可行的設計，大多數的工程問題皆有許多可行的設計，因此如何在這些可行設計中，應用一套有系統的方法，尋找最佳的可行設計，就是最佳化的目的。

結構最佳化可分為尺寸最佳化設計、形狀最佳化、拓樸最佳化三個領域。尺寸最佳化意指在一個固定的尺寸與形狀下，搜尋橫截面積與相關尺寸。形狀最佳化則是在固定的拓樸形狀下，尋求最佳的輪廓或形狀。拓樸最佳化是一種數學模型，可針對一定的負載、邊界條件來決定設計空間中的材料分布，在符合給定的條件下，讓其設計性最佳化。

由於尺寸最佳化和形狀最佳化都須由設計者的自身經驗來定義初始形狀，結構的外形會受到限制，因此本文使用拓樸最佳化來尋求結構最佳化的外形。

4.2 適應值

演算法中必須設定一個機制來判斷解的好壞，因此在迭代的過程中，設定適應值來當作判斷好壞的依據。本研究定義適應值函數將有限制條件的最佳化問題利用懲罰因子 λ 轉化成無限制條件的問題。

$$F = f + \sum \lambda (\Delta g)^2 \quad (4-1)$$

F 為適應值

f 為目標函數

λ 為懲罰函數

Δg 為限制條件差

4.3 B-spline 函數

B-spline 函數近年來被廣泛的應用到工程問題當中，利用基礎函數和控制點來做為曲線的描述[25]。B-spline 數學模型如下：

$$P(t) = \sum_{i=1}^n B_i N_{i,k}(t) \quad t_{min} \leq t \leq t_{max} \quad (4-2)$$

$P(t)$ 是曲線上的位置向量沿參數 t 的 B-spline 曲線， $N_{i,k}(t)$ 是 B-spline 基礎函數在其中 k 為基礎函數的階數， B_i 是控制點的位置，簡稱控制點， n 則是控制點的數目。透過 B-spline 函數基礎之遞迴關係式，可以得到完整的 B-spline 函數數學定義，遞迴關係式如下：

$$N_{i,l}(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_i \leq t \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4-3)$$

$$N_{i,l}(t) = \frac{(t-x_i)N_{i,k-1}(t)}{x_{i+k-1}-x_i} + \frac{(x_{i+k}-t)N_{i+1,k-1}(t)}{x_{i+k}-t} \quad (4-4)$$

所有 x_i 的集合點稱為節點向量， x_i 為節點向量中得第 i 個元素，且 $x_i \leq x_{i+1}$ 。

若使用六個控制點和 3 階基礎函數，可得之 B-spline 曲線，如圖 7 所示：

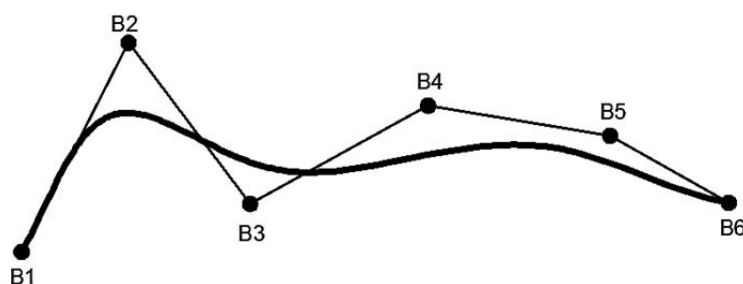


圖 7 B-spline 曲線

將拓樸最佳化所得到在結構外形邊界上不平滑的設計變數，當成是 B-spline 函數中的控制點，經過 B-spline 基礎函數的轉換，即可在拓樸最佳化邊界上得到平滑的設計變數[25]。B-spline 應用在拓樸最佳化問題數學式如下：

$$\rho_{i,new}(t) = \sum_{i=1}^n \rho_i N_{i,k}(t) \quad (4-5)$$

利用所求的 $\rho_{i,new}$ 值，設為設計變數 ρ_i 的上下限以獲得的平滑曲線。

$$\rho_{i,new}(1 - \varepsilon) \leq \rho_i \leq \rho_{i,new}(1 + \varepsilon) \quad (4-6)$$

$N_{i,k}(t)$ 是 B-spline 的基礎函數， $\rho_{i,new}$ 經過 B-spline 函數轉換後得到新的設計變數， ρ_i 是拓樸最佳化在邊界上之設計變數， ε 則是限制設計變數改變量的百分比。

4.4 程式執行流程

本研究大致可以分為三個部份：結構分析工具、拓樸設計方法、最佳化演算法。在結構分析工具方面將會使用有限元素 ANSYS 軟體來進行結構分析，並採用 C 語言來編寫最佳化演算法程式，在利用 APDL 語法將三個部份整合起來，程式執行流程如圖 8 所示。

(1) 初始值設定

本研究以比密度當作問題之設計變數進行結構分析，並藉由 ANSYS 內建 APDL 語法撰寫巨集檔案，以此來訂定結構之初始設計變數。

(2) ANSYS 有限元素分析

讀取流程(1)中的初始設計變數，對於欲分析之問題訂定各限制條件之上下限及邊界條件等，用以求得滿足目標函數與限制條件所需之數值，如應變能、總體積材料使用量、元素比密度等等。

(3) 最佳化設計

讀取流程(2)中所儲存的變數後，再應用改良式灰狼演算法先找出初始外形後，在應用 B-spline 函數重新定義邊界不平滑元素之上下限，以獲得最佳之結構外形。

(4) ANSYS 執行結構再分析

藉由所撰寫之程式找出較佳的一組解，將其輸入至 ANSYS 進行結構再分析，判斷是否滿足限制條件，如果滿足收斂條件即結束程式，反之則不斷重複步驟(1)至(3)，直到滿足收斂條件為止。

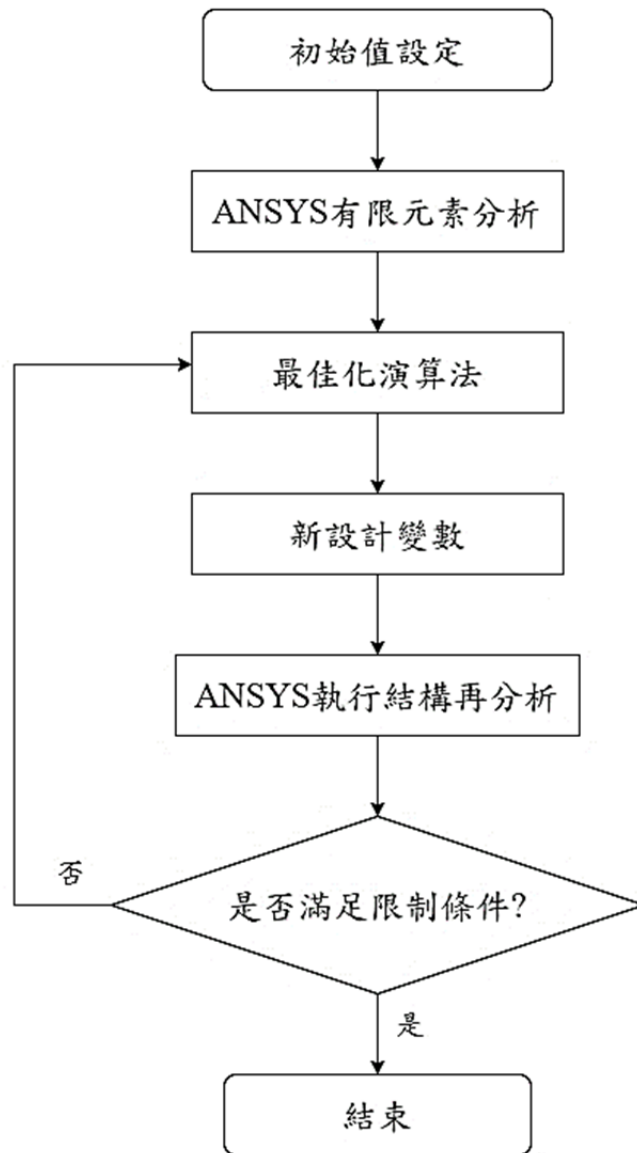


圖 8 拓樸執行流程

第五章 數值分析

本研究共有三個不同的範例，主要以求取結構之最小順從度，並以結構材料總體積之使用量為其限制條件。本研究將使用改良式灰狼演算法於結構拓樸最佳化中，以獲得最佳之結構外形。

5.1 範例一：UAV 側板結構

本範例為 UAV 側板結構設計問題，其原始設計圖如圖 9 所示。側板兩端下方有部分固定區域，上方三個孔洞與主翼連接，並分別承受 12 N 之集中力。本範例設計範圍如圖 10 所示，材料使用量限制為薄板體積之 45%。薄板的幾何尺寸為長 500 mm 和寬 80 mm。材料之彈性係數為 $E=11.56 \text{ GPa}$ ，浦松比 $\nu=0.3$ 本範例採 $100 \times 16=1600$ 的網格進行分析。

圖 11 是應用改良式灰狼演算法得到初始外形後，再經由 B-spline 函數修整邊界不平滑之元素所得到的拓樸最佳外形，圖形的對稱性及連續性可以方便工程上的加工製造。圖 12 為 3D 列印實體圖。

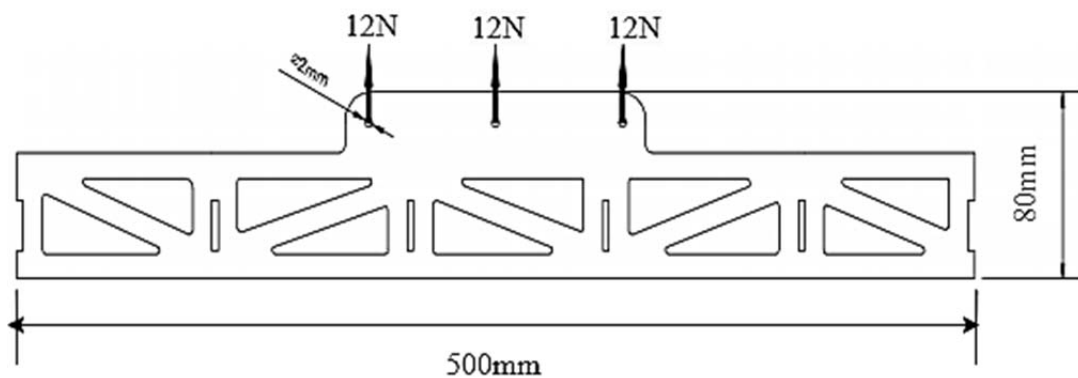


圖 9 範例一 UAV 側板結構之原始設計圖

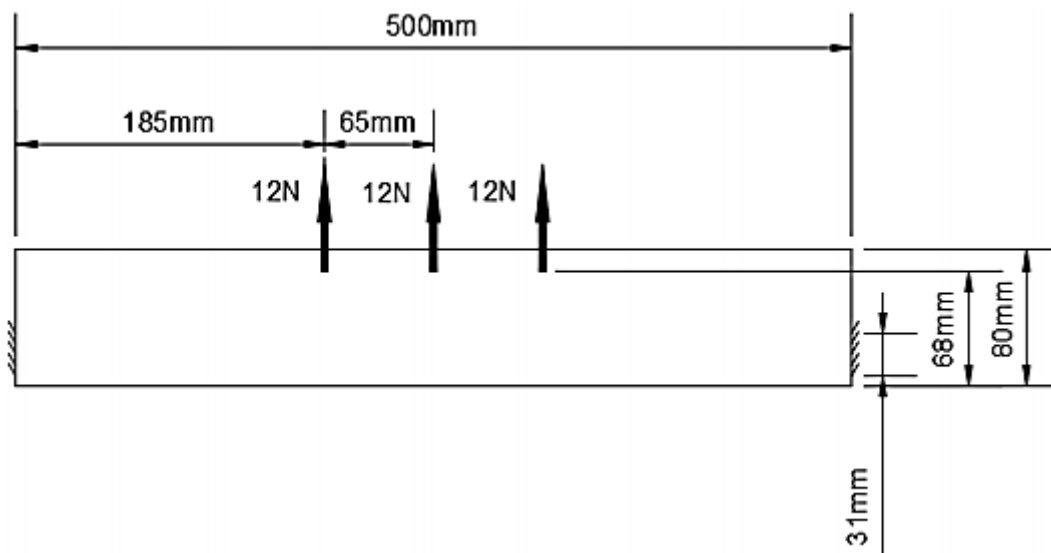


圖 10 範例一 UAV 側板結構設計範圍

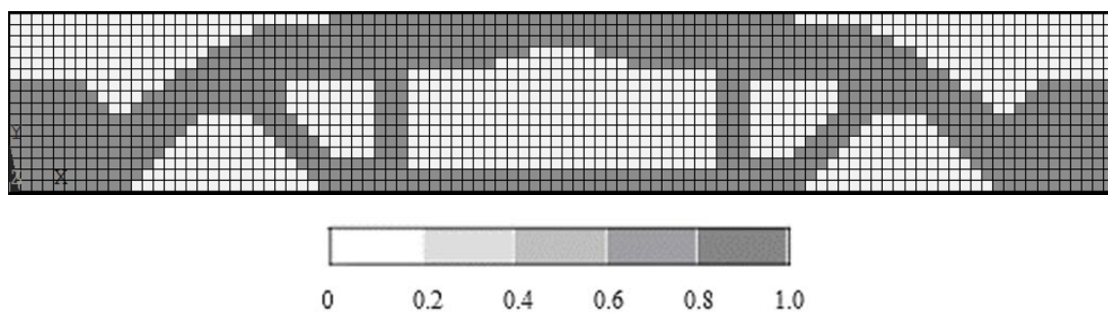


圖 11 範例一最佳之外形



圖 12 3D 列印實體圖

5.2 範例二：UAV 機翼結構

本範例為 UAV 機翼結構設計問題，其原始設計圖如圖 13 所示。機翼中有兩支碳管連接機身為固定端，上方承受 12 N 之升力。本範例設計範圍如圖 14 所示，材料使用量限制為薄板體積之 45%。薄板的幾何尺寸為長 180 mm 和寬 40 mm。材料之彈性係數為 $E=11.56 \text{ GPa}$ ，浦松比 $\nu=0.3$ 本範例採 $90 \times 20=1800$ 的網格進行分析。

圖 15 是應用改良式灰狼演算法得到初始外形後，再經由 B-spline 函數修整邊界不平滑之元素所得到的拓樸最佳外形，圖 16 為機翼最佳設計外形，可看出拓樸最佳化後能減少材料並滿足總體積之限制，而平滑的外形可以利於方便製造。圖 17 為 3D 列印實體圖。

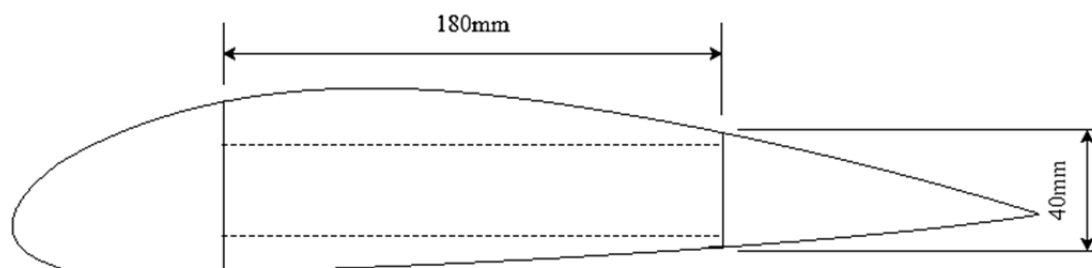


圖 12 範例二 UAV 機翼原始設計圖

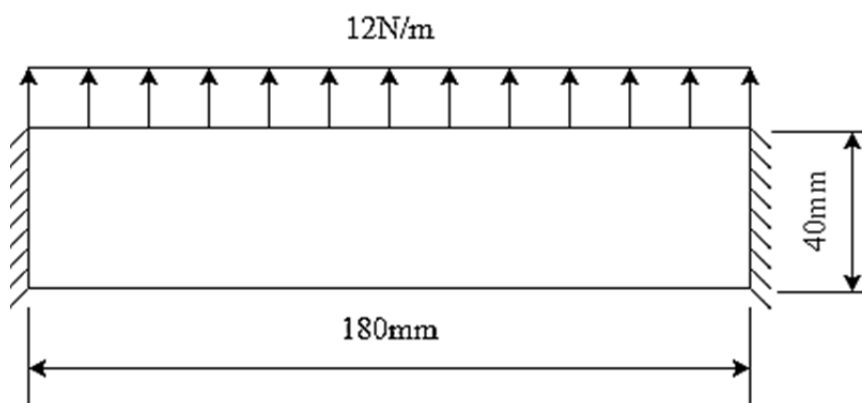


圖 13 範例二 UAV 機翼設計範圍

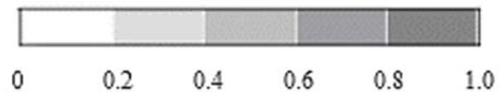
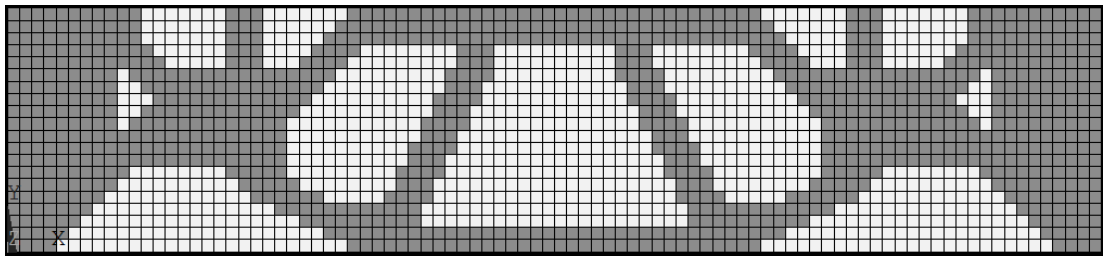


圖 14 範例二最佳之外形



圖 15 UAV 機翼最佳設計



圖 17 3D 列印實體圖

5.3 範例三：UAV 機頭側板結構

本範例為 UAV 機頭側板結構之設計問題，其原始設計圖如圖 18 所示。側板左方為固定區域，右側承受 12 N 之阻力，設計範圍中有部分固定區域，如圖 19 所示，材料使用量限制為薄板體積之 50%。薄板的幾何尺寸為長 350 mm 和寬 30 mm。材料之彈性係數為 $E=11.56 \text{ GPa}$ ，蒲松比 $\nu=0.3$ 本範例採 $175 \times 15=2625$ 的網格進行分析。

圖 20 是應用改良式灰狼演算法得到初始外形後，再經由 B-spline 函數修整邊界不平滑之元素所得到的拓樸最佳外形，圖 21 為機頭側板最佳設計外形，可看出拓樸最佳化後能達到結構輕量的目的，以減少材料的浪費。圖 22 為 3D 列印實體圖。

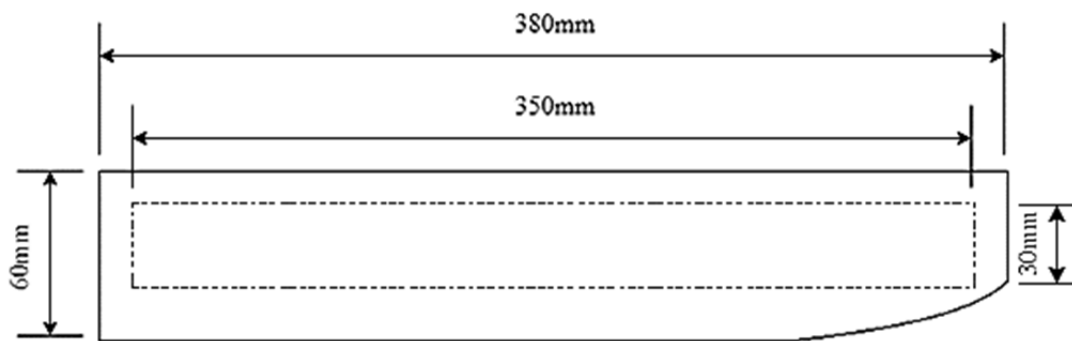


圖 16 範例三 UAV 機頭側板原始設計圖

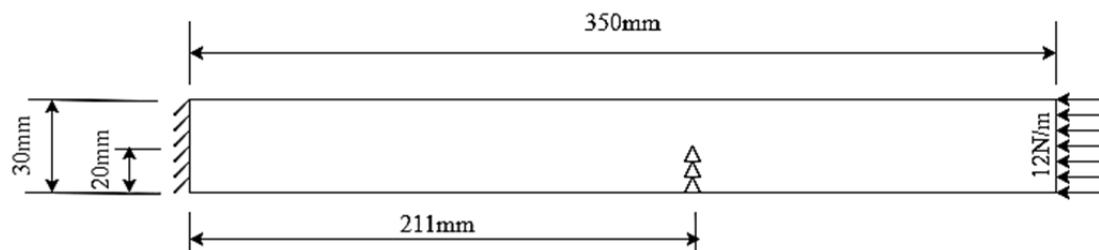


圖 17 範例三 UAV 機頭側板設計範圍

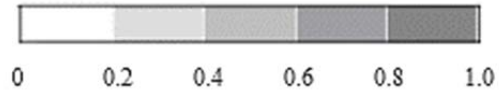
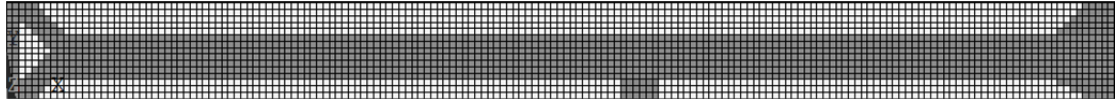


圖 20 範例三最佳之外形



圖 21 UAV 機頭側板最佳設計



圖 22 3D 列印實體圖

第六章 結論

本研究成功地使用灰狼演算法於結構拓樸最佳化設計中，並且利用有限元素軟體 ANSYS 進行結構分析，將其整合成一套結構拓樸最佳化設計的系統。通常傳統拓樸最佳化所得到的外形通常都會有許多模糊元素及不連續的結構存在，且在外形輪廓上也有不平滑之現象，因此本研究將拓樸最佳化入 B-spline 函數成功地改善了一般傳統拓樸設計不合理的部分。

本研究應用灰狼演算法得到初步圖形後，會有邊界不平滑的問題，因此再使用 B-spline 函數於邊界不平滑元素之上下限，以修整拓樸外型輪廓得到最佳外型設計。由測試函數可看出改良式灰狼演算法藉由改變收斂係數和慣性權重，使得演算法的搜尋方向更明確且加快收斂速度，在搜尋最佳解的效率上有明顯地改善且能滿足總體積之限制。

本研究之成果除了完成模糊拓樸最佳化的系統程式外，在範例中探討無人飛行載具結構拓樸輕量化問題，證明本計劃之可行性。經由數值應用的分析，研究者可以對拓樸結構之設計更加了解，也進一步瞭解移動限制對外形之影響。本計畫參與之工作人員也可藉此計畫培養協調與整合的能力。此整合性的研究，相信對於無人機的研究將會是很好的參考。不但可提供完整的設計與製作方法，同時對無人機的複雜性有更深一層的了解。

本研究目前只有探討二維之結構設計，未來可嘗試分析三維結構與更多實際工程上的問題，使拓樸最佳化的應用更加廣泛。

參考文獻

- [1] Mirjalili, S., Mirjalili, S. M. and Lewis, A., "Grey wolf optimizer," *Advances in engineering software*, pp. 46-61, 2014.
- [2] Randy, L. and Sue, Ellen., "Practical genetic algorithms," Wiley Online Library, 2004.
- [3] Powell, M. J., "A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations," In *Numerical analysis*. Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 144-157, 1978.
- [4] 龍文，趙東泉和徐松金，「求解約束優化問題的改進灰狼優化算法」，貴州財經大學，2015。
- [5] Malik, M. R. S., Mohideen, E. R. and Ali, L., "Weighted distance grey wolf optimizer for global optimization problems," In *2015 IEEE International Conference on Computational Intelligence and Computing Research*, pp. 1-6, 2015.
- [6] Zhu, A., Xu, C., Li, Z., Wu, J. and Liu, Z., "Hybridizing grey wolf optimization with differential evolution for global optimization and test scheduling for 3D stacked SoC," *Journal of Systems Engineering and Electronics*, pp. 317-328, 2015.
- [7] Storn, R. and Price, K., "Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces," *Journal of global optimization*, pp.341-359, 1997.
- [8] Mittal, N., Singh, U. and Sohi, B. S., "Modified grey wolf optimizer for global engineering optimization," *Applied Computational Intelligence and Soft Computing*, 2016.
- [9] 李兵，蔣慰孫，「混沌優化方法及其應用」，*控制理論與應用*，pp.613-615, 1997.
- [10] 柳賀，黃猛，柳桂國和黃道，「基於混沌搜索和模式搜索的混合優化方法」，*華東理工大學學報*，2008年。
- [11] 張悅，孫惠香，魏政磊和韓博，「具有自適應調整策略的混沌灰狼優化算法」，*空軍工程大學航空航天工程學院*，2017。
- [12] Bai, Y., Chen, J. and Zhan, Z., "Analysis and research of improved grey wolf optimization algorithm," *Computer Science and Application*, pp. 562-571, 2017.
- [13] Gao, Z. M., and Zhao, J., "An improved grey wolf optimization algorithm with variable weights," *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2019.
- [14] Dorigo, M., Maniezzo, V. and Colomi, A., "Ant system: optimization by a colony of cooperating agents," *IEEE Transactions on Systems, Man, and*

- Cybernetics, Part B : Cybernetics, pp. 29-41, 1996.
- [15] Eberhart, R. and Kennedy, J., "A new optimizer using particle swarm theory," In MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, IEEE, pp. 39-43, 1995.
- [16] Michell, A.G.M., "The Limits of Economy of Material in Framed Structure," Philosophical Magazine, Vol.8, pp 589-597, 1904.
- [17] Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., "Generating Optimal topologies in structural Design a Homogenization Method," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, pp. 197-224, 1988.
- [18] Hassani, B. and Hinton, E., " A review of homogenization and topology optimization I - homogenization theory for media with periodic structure," Computers and Structures, Vol. 69, pp. 707-717, 1998.
- [19] Hassani, B. and Hinton, E., " A review of homogenization and topology optimization II - analytical and numerical solution of homogenization equations," Computers and Structures, vol. 69, pp.719-738 ,1998.
- [20] Hassani, B. and Hinton, E., " A review of homogenization and topology optimization III - topology optimization using optimality criteria," Computers and Structures, Vol. 69, pp. 739-756, 1998.
- [21] Yang, R. J., " Multidiscipline topology optimization, " Computers and Structures, Vol. 63, pp. 1205-1212, 1997.
- [22] 陳定宇, "Minimum Compliance Design Using Topology Approach", 中國機械工程學會第十二屆全國學術研討會論文集, pp. 841-848, 1995.
- [23] runs, T.E. and Tortorelli, D.A., "An Element Removal and Reintroduction Strategy for the Topology Optimization Of Structures and Complaint Mechanisms," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.57, pp. 1-24, 2003.
- [24] Chen, T. Y., and Lin, C. Y., "Determination of optimum design spaces for topology optimization," Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 36, pp. 1-16, 2000.
- [25] Braibant, V. and Fleury, C., "Shape optimal design using B-splines," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering Vol. 44, pp. 247-267, 1984.
- [26] 顏金田, 「應用拓樸最佳化設計與B-spline函數於結構外形設計之研究」, 淡江大學航空太空工程學系研究所碩士論文, 2002年。
- [27] Baumgartner, A., Harzheim, L. and Mattheck, C., " The biological way to find an optimum structure topology," International Journal of Fatigue, Vol. 14 , pp. 387-393, 1992.

109年度專題研究計畫成果彙整表

計畫主持人：張永康		計畫編號：109-2221-E-032-009-			
計畫名稱：灰狼演算法於無人飛行載具結構最佳化設計之研究					
成果項目		量化	單位	質化 (說明：各成果項目請附佐證資料或細項說明，如期刊名稱、年份、卷期、起訖頁數、證號...等)	
國內	學術性論文	期刊論文	0	篇	
		研討會論文	0		
		專書	0	本	
		專書論文	0	章	
		技術報告	0	篇	
		其他	0	篇	
國外	學術性論文	期刊論文	0	篇	
		研討會論文	0		
		專書	0	本	
		專書論文	0	章	
		技術報告	0	篇	
		其他	0	篇	
參與計畫人力	本國籍	大專生	1	人次	本計畫參與之工作人員也可藉此計畫培養協調與整合的能力。此整合性的研究，相信對於無人機的研究將會是很好的參考。不但可提供完整的設計與製作方法，同時對無人機的複雜性有更深一層的了解。
		碩士生	1		本計畫參與之工作人員也可藉此計畫培養協調與整合的能力。此整合性的研究，相信對於無人機的研究將會是很好的參考。不但可提供完整的設計與製作方法，同時對無人機的複雜性有更深一層的了解。
		博士生	0		
		博士級研究人員	0		
		專任人員	0		
	非本國籍	大專生	0		
		碩士生	0		
		博士生	0		
		博士級研究人員	0		
		專任人員	0		
其他成果 (無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國					

際影響力及其他協助產業技術發展之具體 效益事項等，請以文字敘述填列。）	
--	--