科技部補助專題研究計畫報告

垂直力作用下樁筏基礎的基樁彈性阻抗折減影響分析

報 告 類 別 ： 成果報告
計 畫 類 別 ： 個別型計畫
計 畫 編 號 ： MOST 108-2221-E-032-007-
執 行 期 間 ： 108年08月01日至109年10月31日
執 行 單 位 ： 淡江大學學校財團法人淡江大學土木工程學系

計 畫 主 持 人 ： 張德文

計畫參與人員： 碩士班研究生-兼任助理：洪名和
碩士班研究生-兼任助理：賴昱穎
大專生-兼任助理：涂育彰

本研究具有政策應用參考價值：□否 ■是，建議提供機關內政部
（勾選「是」者，請列舉建議可提供施政參考之業務主管機關）
本研究具影響公共利益之重大發現：□否 ■是

中 華 民 國 109 年 12 月 19 日

中 文 摘 要 ： 樁筏基礎的筏基剛度對其垂直向變形影響甚鉅。小型樁基礎因樁帽剛度較大，故基礎沉陷量較均勻，在此狀態下，吾人可假設垂直力主要由樁基承擔，並以均勻沉陷配合彈性力學的基樁互制公式求各基樁的力分配性。本計畫主持人曾以解析解模擬剛性樁帽樁基的力分配性，並以模型試驗數據驗證其可行性。對大型樁筏基礎而言，由於筏基具變形撓度，軟弱地盤中的基礎沉陷量將集中在基礎中間，邊緣沉陷量次之，角隅處最小。在此情況下，吾人無法以前述解析解求解樁筏基的力分配性，故其求解方式將為本研究擬探討之課題。另研究將在既有成果基礎下，探討剛性和柔性樁筏基礎的基樁彈性阻抗影響係數，計畫擬建議基樁勁度的影響係數以做為設計分析參考。本研究將以三維有限元素法分析做為比較基礎，以檢驗本計畫所建議的分析成果。本計畫之研究成果將可供了解大型樁筏基礎在垂直力作用下的力分配性，以及基樁勁度受互制影響所產生的折減，對於樁筏基礎結構的設計和分析將具有參考價值。

本研究係以WEAPR-S程式為分析基礎，模擬樁筏基礎在垂直均布載重下的變形量，該分析係藉二維筏基變形差分式和一維基樁變形差分式而建立。研究另以改良Lysmer類比模式模擬筏基底部土壤彈簧，同時使用極限強度模式模擬基樁等效彈簧勁度，並考慮群樁互制影響，完成WEAPR-S2程式開發，其可求解線彈性樁筏基礎受力行為，具簡易分析特性。程式分析結果並與三維有限元素法Midas-GTS NX分析結果進行比較，以了解軟弱黏土地盤之樁筏沉陷量分布、應力分布、差異沉陷量、基樁折減係數、基樁受力分配情況和相關參數(S/D和土壤勁度)影響。

研究成果顯示：1.採用改良Lysmer土壤彈簧搭配極限強度之基樁土壤彈簧，並引用群樁互制公式，可改善原WEAPR分析，使樁筏基礎的沉陷量與有限元素法分析結果相似。2.大型樁筏基礎的柔性筏基下方土壤勁度對基礎行為影響甚為明顯，基礎沉陷以中心處最大，受力亦以中心部位基樁較大，該受力之分布現象與剛性基礎迴異。3.大型樁筏基礎之基樁數量明顯影響基樁行為，由於筏基柔度較高，當基樁數量增加時，各樁的受力和等效彈簧勁度差異將減少，群樁互制影響反而降低；當基樁數量減少時，群樁互制影響方轉為明顯，其中角隅樁勁度受互制之折減影響反較其餘基樁明顯。4.當樁筏基礎之筏基剛性增加時，基樁之荷重比例將遠大於柔性筏基之基樁，其沉陷量亦較柔性筏基案例低許多；故柔性樁筏中筏基下方土壤的承載力甚為重要，若將剛性樁基礎之群樁設計概念套用於柔性樁筏基礎時，設計將過於保守。5.WEAPR-S2分析雖能大致掌握樁筏基礎受力行為，但由於無法模擬樁筏間的結構幾何變化，故仍會低估樁頂部位的基樁最大內力，使用時仍須謹慎。6. 大型樁筏基礎的基樁勁度折減將與筏基剛度、樁距樁徑比(S/D)以及土壤勁度相關，由於基樁等效彈簧將為變數，WEAPR-S2程式並不適用於該項觀察，相關分析仍以有限元素法為最佳工具。

中 文 關 鍵 詞 ： 樁筏基礎、柔性筏基、差異沉陷、群樁互制影響、基樁受力分配、等效基樁彈簧勁度、勁度折減

英 文 摘 要 ： The rigidity of the raft in piled raft foundation under vertical loads will affect the foundation settlements significantly. For small pile foundations, the raft or pile

cap of the foundation can be considered as rigid. The foundation settlement is more uniform. The load distributions of the piles can be estimated using the equations of pile-to-pile interactions with uniform settlements. For piled raft foundation where the raft is relatively large, the raft will preserve flexibility. Uneven settlements will be resulted. In such case the load distributions are interested. The pile stiffness reduction caused by pile-to-pile interactions is also worthwhile to be studied. 3D finite element analyses will be conducted to examine the proposed analysis.

The WEAPR-S program has been developed to simulate the piled raft foundation behaviors under vertically uniform load. Two-dimensional deformations of the raft and one-dimensional deformations of the piles were solved in such analysis. In this study, modified Lysmer analog model was used to simulate the soil springs underneath the raft. Ultimate strength model of the soils was used to simulate the equivalent pile stiffness. Pile-to-pile interactions were considered in developing WEAPR-S2 program. Validation was conducted using Midas-GTS NX program. The piled raft foundation settlements, pile load distributions, pile stiffness reduction were discussed for the applicability of such analysis.

It concludes: 1. The use of modified Lysmer springs and ultimate strength soil springs around the piles with pile-to-pile interactions formula can improve the original WEAPR-S analysis. 2. The soils under the raft of the large pile-raft foundation are important to the foundation behaviors. The settlements and loads of the foundation are both found large at the foundation center. 3. The number of piles on the flexible pile raft foundation will also affect the foundation behaviors. As the pile number increased, more uniform pile loads and pile stiffness can be found, and the reduction effect becomes trivial. As the pile number decreases, the pile-to-pile interaction influence on the corner pile is more significant than rest of the piles. 4. The study reveals that the loads carried by the piles of a piled raft foundation with rigid raft will be much greater than those at a piled raft foundation with flexible raft. The settlements of the former will be smaller than those exerted at the latter. When the design concept of grouped piles with rigid pile cap is applied to mega piled raft foundation, the design will be over conservative. 5. Although the WEAPR-S2 analysis can roughly grasp the piled raft foundation load-deformation behavior, it will underestimate the internal stresses of the piles due to the ignorance of the structural geometry. Further

cautions must be taken. 6. Stiffness reduction of the piles in a piled raft foundation are affected by raft rigidity, S/D and soil stiffness, since the pile stiffness is changeable, the WEAPR-S2 analysis is not suitable to monitor the effects. FEM analysis should be applied to such study.

英文關鍵詞：piled raft foundation, flexible raft, differential settlements, pile-to-pile interactions, pile load distribution, equivalent pile stiffness, stiffness reduction

科技部補助專題研究計畫成果報告

（□期中進度報告/■期末報告）

垂直力作用下樁筏基礎的基樁彈性阻抗折減影響分析

Stiffness reduction of piles due to pile-to-pile interactions for piled raft foundation under vertical load

計畫類別：■個別型計畫　□整合型計畫
計畫編號：MOST　108－2221－E－032－007－
執行期間： 108 年 8 月 1 日至 109 年 10 月 31 日

執行機構及系所：淡江大學學校財團法人淡江大學土木工程學系

計畫主持人:張德文
計畫參與人員：洪名和、賴昱穎、涂育彰

本計畫除繳交成果報告外，另含下列出國報告，共 __0_ 份：
□執行國際合作與移地研究心得報告
□出席國際學術會議心得報告
□出國參訪及考察心得報告

本研究具有政策應用參考價值：　□否　■是，建議提供機_內政部_ (勾選「是」者，請列舉建議可提供施政參考之業務主管機關) 本研究具影響公共利益之重大發現：□否　■是

中華民國 109 年 12 月 31 日

垂直力作用下樁筏基礎的基樁彈性阻抗折減影響分析

摘　要

樁筏基礎的筏基剛度對其垂直向變形影響甚鉅。小型樁基礎因樁帽剛度較大，故基礎沉陷量較均勻，在此狀態下，吾人可假設垂直力主要由樁基承擔，並以均勻沉陷配合彈性力學的基樁互制公式求各基樁的力分配性。本計畫主持人曾以解析解模擬剛性樁帽樁基的力分配性，並以模型試驗數據驗證其可行性。對大型樁筏基礎而言，由於筏基具變形撓度，軟弱地盤中的基礎沉陷量將集中在基礎中間，邊緣沉陷量次之，角隅處最小。在此情況下，吾人無法以前述解析解求解樁筏基的力分配性，故其求解方式將為本研究擬探討之課題。另研究將在既有成果基礎下，探討剛性和柔性樁筏基礎的基樁彈性阻抗影響係數，計畫擬建議基樁勁度的影響係數以做為設計分析參考。本研究將以三維有限元素法分析做為比較基礎，以檢驗本計畫所建議的分析成果。本計畫之研究成果將可供了解大型樁筏基礎在垂直力作用下的力分配性，以及基樁勁度受互制影響所產生的折減，對於樁筏基礎結構的設計和分析將具有參考價值。

本研究係以 WEAPR-S 程式為分析基礎，模擬樁筏基礎在垂直均布載重下的變形量，該分析係藉二維筏基變形差分式和一維基樁變形差分式而建立。研究另以改良 Lysmer 類比模式模擬筏基底部土壤彈簧，同時使用極限強度模式模擬基樁等效彈簧勁度，並考慮群樁互制影響，完成 WEAPR-S2 程式開發，其可求解線彈性樁筏基礎受力行為，具簡易分析特性。程式分析結果並與三維有限元素法 Midas-GTS NX 分析結果進行比較，以了解軟弱黏土地盤之樁筏沉陷量分布、應力分布、差異沉陷量、基樁折減係數、基樁受力分配情況和相關參數(S/D 和土壤勁度)影響。

研究成果顯示：1.採用改良 Lysmer 土壤彈簧搭配極限強度之基樁土壤彈簧，並引用群樁互制公式，可改善原 WEAPR 分析，使樁筏基礎的沉陷量與有限元素法分析結果相似。2.大型樁筏基礎的柔性筏基下方土壤勁度對基礎行為影響甚為明顯，基礎沉陷以中心處最大，受力亦以中心部位基樁較大，該受力之分布現象與剛性基礎迴異。3.大型樁筏基礎之基樁數量明顯影響基樁行為，由於筏基柔度較高，當基樁數量增加時，各樁的受力和等效彈簧勁度差異將減少，群樁互制影響反而降低；當基樁數量減少時，群樁互制影響方轉為明顯，其中角隅樁勁度受互制之折減影響反較其餘基樁明顯。4.當樁筏基礎之筏基剛性增加時，基樁之荷重比例將遠大於柔性筏基之基樁，其沉陷量亦較柔性筏基案例低許多；故柔性樁筏中筏基下方土壤的承載力甚為重要，若將剛性樁基礎之群樁設計概念套用於柔性樁筏基礎時，設計將過於保守。5.WEAPR-S2 分析雖能大致掌握樁筏基礎受力行為，但由於無法模擬樁筏間的結構幾何變化，故仍會低估樁頂部位的基樁最大內力，使用時仍須謹慎。6. 大型樁筏基礎的基樁勁度折減將與筏基剛度、樁距樁徑比(S/D)以及土壤勁度相關，由於基樁等效彈簧將為變數，WEAPR-S2 程式並不適用於該項觀察，相關分析仍以有限元素法為最佳工具。

關鍵詞: 樁筏基礎、柔性筏基、差異沉陷、群樁互制影響、基樁受力分配、等效基樁彈簧勁度、勁度折減

Stiffness reduction of piles due to pile-to-pile interactions for piled raft foundation under vertical load

ABSTRACT

The rigidity of the raft in piled raft foundation under vertical loads will affect the foundation settlements significantly. For small pile foundations, the raft or pile cap of the foundation can be considered as rigid. The foundation settlement is more uniform. The load distributions of the piles can be estimated using the equations of pile-to-pile interactions with uniform settlements. For piled raft foundation where the raft is relatively large, the raft will preserve flexibility. Uneven settlements will be resulted. In such case the load distributions are interested. The pile stiffness reduction caused by pile-to-pile interactions is also worthwhile to be studied. 3D finite element analyses will be conducted to examine the proposed analysis.

The WEAPR-S program has been developed to simulate the piled raft foundation behaviors under vertically uniform load. Two-dimensional deformations of the raft and one-dimensional deformations of the piles were solved in such analysis. In this study, modified Lysmer analog model was used to simulate the soil springs underneath the raft. Ultimate strength model of the soils was used to simulate the equivalent pile stiffness. Pile-to-pile interactions were considered in developing WEAPR-S2 program. Validation was conducted using Midas-GTS NX program. The piled raft foundation settlements, pile load distributions, pile stiffness reduction were discussed for the applicability of such analysis.

It concludes: 1. The use of modified Lysmer springs and ultimate strength soil springs around the piles with pile-to-pile interactions formula can improve the original WEAPR-S analysis. 2. The soils under the raft of the large pile-raft foundation are important to the foundation behaviors. The settlements and loads of the foundation are both found large at the foundation center. 3. The number of piles on the flexible pile raft foundation will also affect the foundation behaviors. As the pile number increased, more uniform pile loads and pile stiffness can be found, and the reduction effect becomes trivial. As the pile number decreases, the pile-to-pile interaction influence on the corner pile is more significant than rest of the piles. 4. The study reveals that the loads carried by the piles of a piled raft foundation with rigid raft will be much greater than those at a piled raft foundation with flexible raft. The settlements of the former will be smaller than those exerted at the latter. When the design concept of grouped piles with rigid pile cap is applied to mega piled raft foundation, the design will be over conservative. 5. Although the WEAPR-S2 analysis can roughly grasp the piled raft foundation load-deformation behavior, it will underestimate the internal stresses of the piles due to the ignorance of the structural geometry. Further cautions must be taken. 6. Stiffness reduction of the piles in a piled raft foundation are affected by raft rigidity, S/D and soil stiffness, since the pile stiffness is changeable, the WEAPR-S2 analysis is not suitable to monitor the effects. FEM analysis should be applied to such study.

Keywords: piled raft foundation, flexible raft, differential settlements, pile-to-pile interactions, pile load distribution, equivalent pile stiffness, stiffness reduction

目　錄

中文摘要 I
英文摘要 II
目　錄 III
1.　前言 1
2.　研究目的 1
3.　文獻探索 2
4.　研究方法 3
　4.1 有限差分法程式 WEAPR-S2 3
　4.2 有限元素軟體 Midas-GTS NX 5
　4.3 樁與樁互制因子方程式 6
5.　觀察項目 6
　5.1 數值模型 6
　5.2 標準案例 6
　5.3 土壤勁度影響 8
　5.5 樁筏設計圖比較 14
　5.5.1 柔性樁筏基礎 14
　5.5.2 剛性樁筏基礎 14
6.　結果討論 17
致謝 18
參考文獻 18
附錄 – 計畫執行期間學術成果發表 20

1. 前言

樁筏基礎(Pile Raft Foundation or Combined Pile Raft Foundation, CPRF)為近年大地工程重要研究議題之一，其設計原理將筏式基礎與樁基礎兩者結合，藉以抑制軟弱黏土層基礎結構所產生的過大沉陷量並減少筏基差異沉陷。樁筏基礎共構具備經濟和環保等特性，該項結構系統已成為臺灣未來建築物基礎構造設計可採用的基礎構造型式之一，其對於大型建物和高樓基礎最佳化設計極有助益，其應用值得推廣，故樁筏基礎之力學行為和設計分析等課題值得土木工程界所重視。

傳統樁筏基礎設計多以群樁(grouped piles)承載力為重點，忽略筏基影響，一般設計藉控制基樁垂直向荷載和側向變形將基礎控制於彈性範圍內，此考量適用於小型樁筏基礎(例如：橋梁樁基礎)，但對大型建物所採用之樁筏基礎，除基樁承載力外，筏基的承重和其撓曲變形之控制亦為重點。其設計原則根據Randolph(1994)建議，除傳統群樁基礎外尚包括：潛變基樁(creep piles)和配置基樁(allocated piles)，潛變基樁以樁筏共構為原則，將筏基承載行為納入分析考量，設計以不使筏基下方土壤進入原始壓縮階段為原則，同時基樁承載力不超過其極限荷載之70%~80%為主。配置基樁則依據現場地質構造變化，配以不同長度基樁和配置設計，使樁筏基礎沉陷量一致為主。

本研究探討樁筏基礎受垂直載重下變形行為，此類研究大多使用三維有限元素法分析，可掌握完整材料模式，但三維分析建模費時、材料組成律和參數難以掌握。鑒於上述，發展一套簡易且模型逼近真實結構之分析程序，將有利於樁筏基礎初步設計階段。因此，Chang *et al.* (2018)藉由有限差分法筏基二維(X-Y平面)與基樁一維(Z方向)搭配土壤垂直變形彈簧編譯程式，開發可模擬垂直載重下樁筏基礎變形之三維有限差分程式WEAPR-S(Wave Equation Analysis for Pile Raft foundation-Statics)。該分析原始版本中，筏基下方土壤彈簧勁度係採適用於剛性基礎Lysmer類比模式，且未考慮樁與樁之間互制影響，故該項分析仍和三維有限元素分析結果有所差異，本研究目的即在克服以上問題。研究將WEAPR-S分析(連心維，2018)加以修正，並與三維有限元素分析套裝軟體Midas-GTS NX分析結果比較，以了解樁筏沉陷量分布、應力分布、差異沉陷量、基樁折減係數、基樁受力分配，並進行相關參數研究。於工程設計實務上，提供樁筏基礎設計相對簡易且快速分析方法作為評估標準。

由於WEAPR-S程式所採用之筏基土壤彈簧係為Lysmer類比模式(Lysmer and Richart, 1966)，該模式適用於剛性基礎，故於大型筏基(也即柔性基礎)中，該彈簧模式須加以修訂，Chang *et al.*(2020)曾以三維有限元素法建立可用於二維筏基下方之土壤彈簧模式，稱為修正Lysmer類比模式，本研究將以該模式之概念取代筏基下方土壤模式。基樁部分，本研究採用極限強度模式模擬樁身摩擦彈簧和樁底點承彈簧，透過一維波動方程式差分解計算基樁等效彈簧勁度，再將該勁度和筏基下方土壤彈簧勁度並聯，以模擬樁筏基礎行為。

此外，本研究將引用Dobry and Gazetas(1988)所建議之群樁動力互制因子方程式，該方程式係以彈性波傳遞為主而建立，不考慮土層材料隨深度之變異性，亦不考慮基樁長度影響。本研究擬將其結合WEAPR-S，用於計算柔性樁筏基礎(具差異沉陷)之基樁受力，以及受群樁互制影響之等效彈簧勁度折減係數R_p，以上新程式將稱為WEAPR-S2(洪名和，2020)。

2. 研究目的

根據本研究計畫書(張德文，2019)所整理，樁筏共構基礎(combined pile raft foundation, CPRF)具備經濟和環保等特性，該項結構系統已成為我國未來建築物基礎構造設計可採用的基礎構造型式之一

(陳正興等人，2017)，其應用值得推廣，故樁筏基礎的力學行為和設計分析等課題值得我國土木工程界所重視。 ISSMGE TC212 (深基礎技術委員會) 近年亦將其做為主要推廣技術 (Katzenbach and Choudury, 2013)。該項基礎構造設計原理係將筏基礎和樁基礎相互結合，藉以抑制軟弱黏土層基礎結構所產生的過大沉陷量並減少底基差異沉陷，對於大型建物和高樓的基礎的最佳化設計極有助益，樁基礎的運用亦可增加建物的耐震和抗風能力。傳統樁基礎設計多以群樁(grouped piles)承載力為重點，忽略筏基影響，一般設計可藉控制基樁垂直向荷載和側向變形將基礎控制在彈性範圍內，這在小型樁筏基礎(例如：橋梁樁基礎)較無問題，僅須注意地震下地盤可能液化對基礎所造成的影響。但對於大型建物所採用的樁筏基礎，除承載力外，基礎筏基所產生的差異變形控制甚為重要。相關設計原則根據Randolph(1994)建議，除傳統群樁基礎外尚包括：潛變樁基 (creep piles) 和 配置樁基 (allocated piles)，潛變樁基以樁筏共構為原則，將筏基承載行為納入分析考量，設計以不讓筏基下方土壤進入初始壓縮階段為原則，同時基樁承載力不超過其極限荷載的 70%~80%為主。配置樁基則依據現場地質構造變化，配以不同長度基樁和配置設計，致使樁筏基礎沉陷量一致為主。對於大型樁筏基礎而言，除採用模擬連續體的三維有限元素法(如 ABAQUS)或三維有限差分法(如 FLAC)直接進行其力學行為分析外，採用較為簡易的數值方法（也即結構子元件和土壤彈簧模式）進行模擬向來為學界所重視，本計畫的研究範疇即屬於此。

3. 文獻探索

Poulos(2001)說明樁筏基礎的設計分析方法可包括：1. 解析解、2.簡易數值解、3.嚴謹數值解。其中解析解可以 Davis and Poulos (1972)、Poulos and Davis (1980)、Randolph(1983, 1994)、Van Impe and Clerq (1995)和 Burland (1995)所建議方法為主，解析解的缺點在於其所考慮之結構系統過於簡易、無法模擬偏心荷重、基礎假設為均勻沉陷、無法求出結構系統內力變化。簡易數值解則以相對簡易的子結構系統模擬筏基和樁基，將三維樁筏基礎構造拆解成聯結式的一維元素(Poulos, 1991)或二維筏基元素加垂直向樁基元素，並配合地盤土壤元素模擬(Clancy and Randolph 1993，Randolph and Clancy 1993，Yamashita et al. 1994，Horikoshi and Randolph 1996，Poulos 1994，Rosso 1998，Viggiani 1998，Kobayashi et al. 2009)。其中，聯合節點式(jointed grid)和梁柱式(beam-column)結構系統最常被應用於模擬二維筏基，樁基則常以等效彈簧(equivalent spring)或梁元素(beam element)加以模擬。線性和非線性土壤彈簧以及各子結構元素間的互制影響成為研究重點。Kitiyodom and Matsumoto (2002, 2003)、Kitiyodom *et al.*(2005)曾以版基+樁基+土壤各元素之運動方程式開發樁筏基礎在垂直向和水平向靜力和動力作用下的三維分析軟體 PRAB 和 DPRAB。嚴謹數值法則以能代表三維連續體的有限元素法或有線差分法加以模擬，近年來已逐漸為許多大型結構系統設計所採用，如 Abderlrazaq *et al.* (2011)、Katzenbach *et al.* (2013)、Kouroussis *et al.* (2013)、Pereira et al. (2017)。三維有限元素分析已成為新世代土木工程師分析樁筏基礎結構行為的利器。然對於掌握初步設計和了解樁筏基礎的基本力學特性而言，簡易數值法具備相當的優點，是許多學者所重視的研究課題。Clancy and Randolph 曾建議方法- Hybrid method，採用二維版塊有限元素+一維樁元素+解析解土壤彈簧+子結構間互制因子模擬樁筏基礎。由於筏基的剛度大小將影響其行為，故對於大型樁筏基礎而言，其設計分析所考慮的角度將不同於小型基礎。至於小型和大型樁筏基礎根據 De Sanctis et al.(2001)和 Virganni(2001)建議，筏基寬度小於基樁長度者或筏基尺寸小於 15m 者可視為小型樁筏基礎，其筏基行為將類似於剛性基礎；反之則為大型樁筏機構，基版行為將相似於柔性基礎。相關研究的回顧整理可見張德文（2016）、Chang *et al.* (2016)、Chang and Matsumoto (2017)。此外，若將樁筏基礎簡化為二維平面結構，則吾人亦可參考基樁的特徵長度(characteristic length，顆粒性土壤以 T 表示，黏性土壤以 R 表示)概念，將筏基視為一維結構，並考慮筏基之撓曲變形，倘若筏基寬度小於 2T (或 2R)者為剛性基礎，類似於剛性基樁；反之，若大於 5T(或

5R)則視為柔性基礎，類似於長樁。以上各項文獻資料請見張德文(2019)。

4. 研究方法

4.1 有限差分法程式WEAPR-S2

本研究以連心維(2018)所開發程式WEAPR-S為基本方法，該程式係以有限差分法求解二維筏基垂直變形之波動方程式，結合基樁一維波動方程式差分解(林光宗，1998)所建立之等效彈簧係數，可計算樁筏結構變形量。本研究將納入柔性筏基下方土壤彈簧變異性(Chang *et al.*, 2020)，並採用Dobry and Gazetas(1988)所建議之群樁互制係數公式模擬群樁互制影響，以改善原先WEAPR-S程式盲點。本研究所採用之基樁等效彈簧勁度將與三維有限元素分析之等效彈簧勁度進行比較，以確保其合理性。

本研究基礎結構中，筏基：長×寬×高=26m×26m×1m，因為版厚(D)小於版寬(W)的十分之一，故適用於Kirchhoff-Love薄版變形理論(Bowles, 1982)。假設筏基為二維薄版，上構力施加於筏基上時，下方土壤反力以土壤彈簧勁度(Ks)和基樁周身土壤等效彈簧勁度(Kp)加以模擬，如圖1。

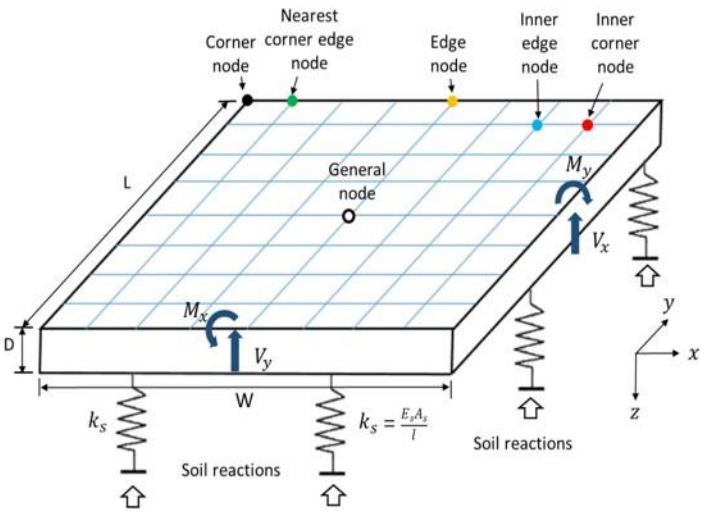

圖1　樁筏基礎受垂直作用力的簡易模型示意圖
(摘自　張德文，2017)

WEAPR-S程式係將筏基和基樁分開編譯，將基樁彈簧勁度(K_p)和筏基底部土壤彈簧(K_s)以並聯方式連接於筏基，形成樁筏基礎之程式。為簡化筏基變形差分式之推導，本研究僅討論筏基長寬比為1之案例，即為正方形筏基。取節點間距ΔX=ΔY=1m，筏基為27×27=729個節點，各節點依照邊界條件不同可分為一般點(529個)、邊緣點(92個)、邊緣角隅鄰近點(8個)、邊緣內側第一排點(92個)、角隅點(4個)、角隅內側臨近點(4個)，其筏基位移將衍生729個方程式，可分為六大類公式，故須採矩陣分析求解筏基位移。樁筏基礎之基本公式對應節點說明見圖2，版外虛擬點位移可轉換成版內節點位移，有關詳細筏基變形差分式之推導可參閱(連心維，2018)。

過去WEAPR-S土壤彈簧使用Lysmer類比模式進行模擬，但因其土壤彈簧適用於剛性基礎，因此應用於計算柔性基礎較不理想，為使分析結果更貼近真實情況，建議將原始所使用之土壤彈簧模式進行修正，藉由Midas-GTS NX分析(Midas, 2017)筏基案例，建立筏基下方二維土壤彈簧勁度正規化函數F(x,y)，為使分析最佳化，使用土壤彈簧勁度正規化函數，並搭配土壤彈簧正規化修正函數η(x,y)，使其分析結果更為理想。筏基下方土壤彈簧之計算如公式(1)

$$K_s^* = K_s \times F(x,y) \times \eta(x,y) \tag{1}$$

其中K_s^*代表已修正之土壤彈簧勁度，K_s為Lysmer模式計算土壤彈簧勁度值，F(x,y)為土壤彈簧勁度正規化函數，η(x,y)為土壤彈簧正規化修正函數。基樁部分，由於採用簡易彈簧模式、Liang an Husein(1993)和Matsumoto(2003)所建議之基樁彈簧公式所計算的基樁等效彈簧勁度值均較Midas-GTS NX分析之基樁彈簧勁度高出許多，如表1。

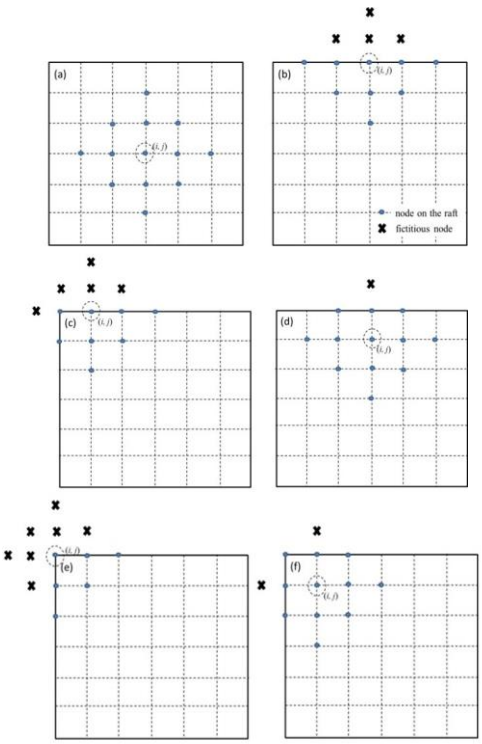

圖2　筏基節點示意圖(a)一般點 (b)邊緣點 (c)邊緣角隅鄰近點 (d)邊緣內側第一排點 (e)角隅點 (f)角隅內側臨近點 (摘自張德文，2017)

表1　不同分析模式下單樁等效彈簧勁度

基樁彈簧模式	簡易彈簧	Liang(1993)	Matsumoto(2013)
樁身摩擦彈簧勁度公式	$K_{ps} = \frac{G_S A}{l_s}$ $l_s = 2$	$K_{ps} = \frac{2\pi L_i G_s}{\ln(2.5L_i(1-\mu_s)/r_0)}$	$K_z^p = \frac{2 \times \pi \times G \times \Delta L}{\ln(r_m/r_0)}$
樁底點承彈簧勁度公式	$K_{pb} = \frac{E_S A}{l_b}$ $l_b = 2$	$K_{pb} = \frac{\pi \times \gamma \times E}{2(1-\mu_s{}^2) \times I_b}$	
單樁勁度(K_p)	898,946kN/m	912,934kN/m	1,312,083kN/m

因此本研究採黏土不排水剪力強度(S_u)計算樁身和樁底土壤彈簧勁度，並使用一維波動方程式差分解計算單樁勁度，可得與Midas-GTS NX分析結果相似之等效彈簧勁度，如表2。其中，黏土不排水剪力強度S_u和剪力波速(V_S)之經驗式係依據Dickenson (1994)建議$V_S=23S_u^{0.475}$，當土壤剪力波速為

120m/s、150m/s和180m/s所對應S_u分別為32kPa、52kPa和76kPa。現地中黏土不排水剪力強度隨著土層深度增加，分析中所設定黏土不排水剪力強度為定值，不隨著土層深度而增加，因此分析結果會較保守。以上觀察值得加以注意，由於有限元素分析之樁土元素係以相合變形進行假設，於變形連續狀況下，採用黏土極限強度值進行模擬可得較為合理分析結果，樁頂受力由基樁頂部筏基位置讀取受力。若採用彈性解將超估基樁彈簧勁度，顯示進行相關分析時宜謹慎，除土壤材料所受應變量大小和速率將影響其材料模數外，相關彈性公式是否適用於多重節塊之基樁分析亦值得加以注意。

表2　單樁等效彈簧勁度比較表

分析工具	一維波動方程式			Midas-GTS NX		
土壤剪力波速(m/s)	120	150	180	120	150	180
樁身摩擦彈簧勁度公式	$K_{ps}=\frac{S_u 2\pi r dz}{d_s}$			樁土相合變形假設 $\frac{\text{樁頂內力}\times\text{截面積}}{\text{樁頂位移}}=\text{基樁勁度}$		
樁底點承彈簧勁度公式	$K_{ps}=\frac{9S_u\pi r^2}{d_b}$					
單樁勁度(kN/m)	35,778	55,268	78,369	32,794	49,848	64,644

4.2 有限元素軟體Midas-GTS NX

Midas-GTS NX軟體係為Midas公司所開發三維有限元素套裝軟體，其具備分析三維連續系統力學行為功能。Midas分析以六面體(hexahedron)元素為主，搭配少量三角柱(triangular prism)元素，進行三維有限元素切割。模型建構初步由X-Y平面開始配置，再沿Z軸拉伸完成建模；材料部分可依照材料特性將其參數輸入，即可建立材料性質。本研究土壤和混凝土結構將採現彈性模式模擬，與簡易數值分析模式相同。有限元素分析之邊界包括基本邊界條件、黏滯係數邊界條件、傳遞邊界或一致性邊界(consistent boundary or transmitting boundary)，本研究將以基本邊界條件(如滾支承、鉸支承、固定支承)進行模擬，分析域大小、元素種類和切割方式以能確保分析答案之正確性為原則。進行有限元素分析時，須注意網格大小、比例劃分、材料參數、分析域大小、邊界條件和分析模式等步驟之影響，若分析者沒有掌握上述要點，容易使分析結果失真導致誤差、程式無法收斂或產生奇異解，甚至程式無法運作等情況，以下說明本研究使用Midas-GTS NX分析時所採用之分析條件：

(1) 元素形狀與網格密度

有限元素分析結果受元素形狀影響，網格切割應具規則性，元素經由妥善切割後長，寬、高之比值接近1，所得分析結果精度越高。本研究使用六面體(hexahedron)元素為主，搭配少量三角柱(triangular prism)元素。首先於二維(X-Y)平面中建立網格，再將網格沿著Z方向拉伸形成三維元素，確保材料與材料之間網格相互對應。主要分析位置通常為應力集中區域，此處應力與變形結果較為劇烈因此須仔細地觀察，為確保分析結果較能掌握，將此區域之網格進行較細微地切割，越遠離主要分析區域之網格則可切割較稀疏，提高分析軟體運算速度。以本研究數值模型為例，於建構模型時，基樁元素每0.5m為一點，筏基元素每1m為一點，土壤外圍元素每5m為一點。

(2) 材料模式與參數設定

為與WEAPR-S2程式進行比較，有限元素數值模型均以線彈性行為進行模擬，為維持WEAPR-S2

與Midas-GTS NX參數一致性，本研究以彈性模數(elastic modulus)與柏松比(Poisson's ratio)為主要材料參數進行模擬，其中，混凝土彈性模數為3×10^4 MPa、柏松比為0.15；黏土彈性模數為128MPa(對應於剪力波速150m/s)、柏松比為0.4。

(3) 邊界條件設置

Midas-GTS邊界條件主要為滾支承(roller support)，束制方式以節點座標系統當參考座標，於分析域XZ面(兩面)、YZ面(兩面)與底部XY(一面)向邊界之節點分別束至X、Y和Z向自由度。滾支承交會時則成為鉸支承(hinge support)。

(4) 分析域大小設定

由於下方土壤為均勻土層，分析域大小為確保其收斂性，將分析域定為長×寬×厚=200m×200m×60m。

4.3 樁與樁互制因子方程式

本研究引用Dobry and Gazetas(1988)建議之群樁動力互制因子方程式，如公式(2)，該方程式係以彈性波傳遞為主而建立，不考慮土層材料隨深度之變異性，亦不考慮基樁長度影響。本研究擬將其結合WEAPR-S程式，用於計算柔性樁筏(具差異沉陷)之基樁受力，以及受群樁互制影響之等效彈簧勁度折減係數Rp。雖該法侷限於小應變土壤行為，但其結果仍然與模型試驗乃至大尺寸現地試驗結果相符合(Chang *et al.*, 2009)，故該項方程式於實務中應用性頗高。

$$\alpha_v = (r/S)^{0.5} \times e^{(-\xi\omega S/V_S)} \times e^{(-i\omega S/V_S)} \tag{2}$$

上式中，V_S為土壤剪力波速，ξ為土壤材料阻尼比，ω為驅動角頻率(當ω=0即為靜力)，S為相互對應基樁之樁心與樁心間距，r為基樁半徑。

5. 觀察項目

5.1 數值模型

假設大型樁筏基礎為混凝土構造，筏基：長×寬×高=26m×26m×1m，無埋深；基樁，圓樁，直徑1m，長度20m，樁心距與樁徑比(S/D)8、6、4，其基樁數量分別：16、25、49，基樁採方正排列，角隅樁樁心距離版緣1m；混凝土彈性模數30GPa、柏松比0.15、單位重24kN/m^3；地盤為黏土質土壤，屬第三類地盤(軟弱地盤)，土壤平均剪力波速V_s=150m/s、柏松比ν=0.4、單位重20kN/m^3。由於外力參數於靜力分析僅造成位移量比例縮放，因此不進一步討論。結構參數以樁心距與樁徑比(S/D)作為變化參數，可控制樁筏之間配置關係。土壤參數對於分析結果影響甚鉅，本研究將土壤參數分為兩部分進行討論，除原設定土壤剪力波速(V_s)標準案例150m/s，新增V_s=120m/s和V_s=180m/s，土壤柏松比(ν)標準案例0.4，增加ν=0.3及ν=0.5兩種參數變化。地表基礎無埋深，彈性樁筏基礎行為，彈性地盤土壤，不考慮地下水，不考慮黏土壓密行為，基礎受100kPa均布垂直荷重作用。以上土壤剪力波速設定係依據臺灣耐震設計規範有關第三類地盤-軟弱地盤定義設定，大型樁筏基礎於此具應用性。由於軟弱地盤一般以黏土為主，地下水位影響雖暫予忽略，但可假設土壤具含水量，柏松比0.4；均布荷重100kPa係考慮10層樓重量對基礎所造成之影響，一層樓約以10kPa (=1T/m^2)概算之，係參考建築技術規則建築構造編(內政部，2016)，集中式柱荷重和不規則狀垂直荷載影響未納入本研究觀察。

5.2 標準案例

有限元素法軟體Midas-GTS NX樁筏基礎變形分析筏基位移量之標準案例分析結果如圖3，可由圖中觀察出位移量由筏基中心點向角隅點逐漸減少，筏基中心點位移量為最大值，角隅點位移量為最小值。圖4為WEAPR-S2樁筏基礎變形分析筏基位移量之標準案例分析結果，其分析結果也為筏基中心點位移量最大，角隅點最小，兩者分析工具得到之趨勢相同，表3為兩分析之數據比較表。

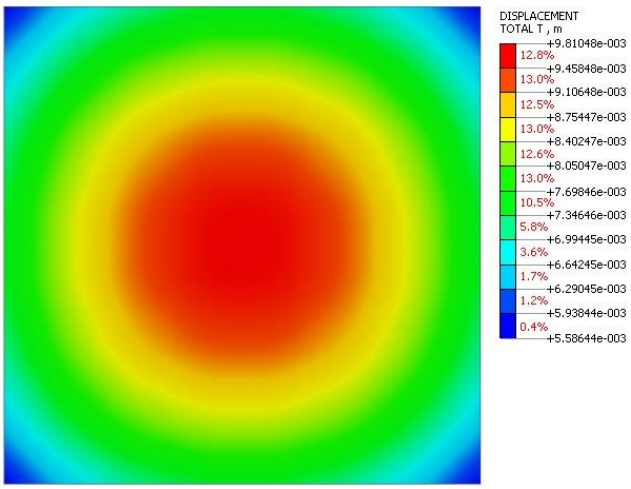

圖3　Midas-GTS NX PR26標準案例之筏基位移量俯瞰圖

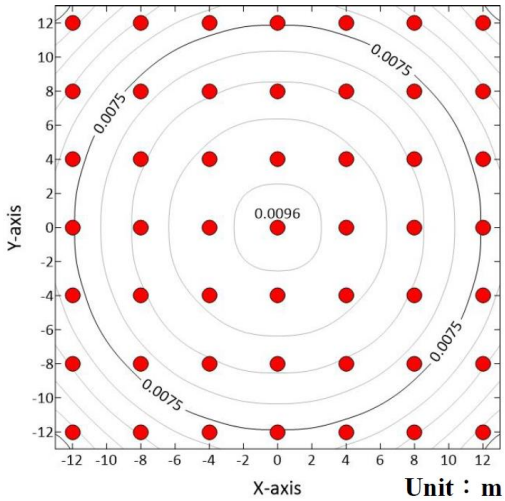

圖4　WEAPR-S2 PR26標準案例之筏基位移量俯瞰圖

表3　Midas-GTS NX與WEAPR-S2標準案例分析之位移量比較表

筏基位置	Midas-GTS NX	WEAPR-S2	相對概略誤差
中心點	9.8mm	9.6mm	2%
邊緣點	7.4mm	7.1mm	4%
角隅點	5.6mm	4.7mm	16%

WEAPR-S2程式利用樁身摩擦彈簧與樁底點承彈簧進行基樁彈簧模擬，其中假設基樁為絕對剛體，當上方荷重作用時，樁身和樁底保持相同位移量，標準案例中其樁土之間相對位移量為0.064m和0.065m，靠近筏基中心基樁其樁土之間相對位移量較小，詳細基樁配置圖如圖5。

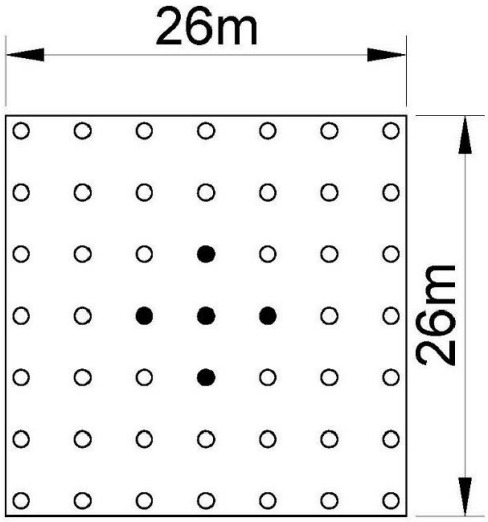

圖5　PR26 S/D=4樁土之間相對位移量分布圖

圖5中黑色實心圓代表其樁土之間相對位移量0.064m，其餘空心圓位置樁土之間相對位移量0.065m，當樁土之間相對位移量越小時其基樁等效彈簧勁度越大，靠近筏基中心之基樁其等效彈簧勁度較大，樁身彈簧樁土之間相對位移量(d_s)皆維持與樁底彈簧樁土之間相對位移量(d_b)相同。WEAPR-S2程式收斂行為，當程式分析S/D=4、6案例時，程式疊代運算中前後次筏基三點(中心點、邊緣點、角隅點)位移量之相對概略誤差達千分之一以下收斂，而S/D=8時因其案例無法達到相對概略誤差千分之一以下，因此以疊代次數至多五次此條件判定收斂，其筏基三點(中心點、邊緣點、角隅點)位移量之相對概略誤差與疊代次數關係如圖6所示。

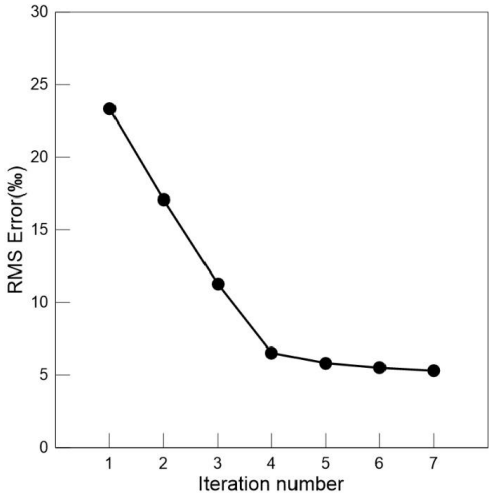

圖6　PR26 S/D=8筏基位移量之相對概略誤差與疊代次數關係圖

5.3 土壤勁度影響

假設土層剪力波速(V_s)為120、150、180m/s，隨著剪力波速改變Midas-GTS NX與WEAPR-S2分析結果不同筏基位置之位移量變化如圖7。分析以土壤彈性模數與土壤柏松比做為主要分析模擬參數，使用$G=V_s^2\times\rho$和$E=2G\times(1+\nu)$推算土壤彈性模數進行分析，假設柏松比為0.4時，對應土壤彈性模數分別為E=82MPa、128MPa和185MPa。由圖7中觀察剪力波速增加時筏基位移量明顯減少，其差異沉陷量也減少，兩分析程式圖形斜率相近，表示地盤之軟硬程度對於樁筏基礎位移量影響相當明顯。WEAPR-S2與Midas-GTS NX兩者程式所分析結果比較如表4，由此可顯示WEAPR-S2程式分析之可行性。

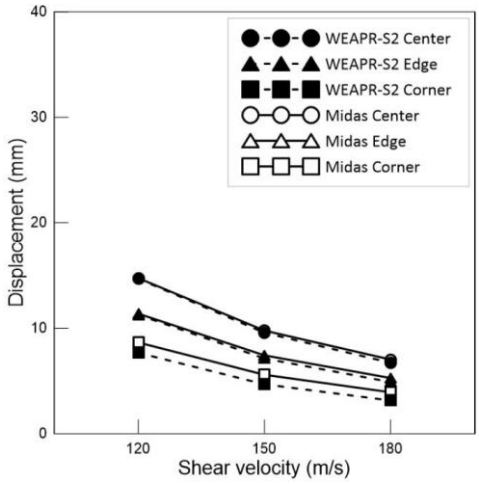

圖7　土壤剪力波速變化時PR26之筏基位移量比較圖

表4　土壤剪力波速變化時PR26之筏基位移量比較表

土壤剪力波速 (m/s)	筏基位置	Midas-GTS NX	WEAPR-S2	相對概略誤差
$V_s = 120$	中心點	14.8mm	14.7mm	0.3%
	邊緣點	11.4mm	11.3mm	1%
	角隅點	8.7mm	7.7mm	11%
$V_s = 150$	中心點	9.8mm	9.6mm	2%
	邊緣點	7.4mm	7.1mm	4%
	角隅點	5.6mm	4.7mm	16%
$V_s = 180$	中心點	7.0mm	6.7mm	4%
	邊緣點	5.3mm	4.9mm	7%
	角隅點	3.9mm	3.2mm	20%

5.3.1 基樁力分配性

由樁筏基礎之筏基應力分布圖可以發現於設置基樁位置會發生應力集中行為，因此進一步探討基樁承受上方荷重行為。Midas-GTS NX對於各基樁受力分布由中心樁向角隅樁遞減，各基樁占全部基樁受力總和之1.4%～2.5%；WEAPR-S2分析結果與有限元素法相似，中心樁受力最大，邊緣樁次之，角隅樁最小，各基樁占基樁受力總和之1.5%～2.5%，土壤剪力波速對於各基樁受力並無顯著影響，詳細受力狀況如表5。

表5　土壤剪力波速變化時PR26之基樁受力占比比較表

土壤剪力波速 (m/s)	基樁位置	Midas-GTS NX	WEAPR-S2
$V_s = 120$	中心樁	2.5%	2.5%
	邊緣樁	2.1%	2.0%
	角隅樁	1.6%	1.6%
$V_s = 150$	中心樁	2.5%	2.5%
	邊緣樁	2.0%	2.0%
	角隅樁	1.5%	1.5%
$V_s = 180$	中心樁	2.5%	2.5%
	邊緣樁	1.9%	2.0%
	角隅樁	1.4%	1.5%

5.3.2 基樁勁度折減係數

Midas-GTS NX為連續體分析結果，因此較難以掌握其基樁初始等效彈簧勁度值，WEAPR-S2程式編譯過程之中須設定基樁初始等效彈簧勁度，並計算樁與樁互制行為。土壤參數變化對於基樁等效彈簧勁度折減係數影響較小，折減情況僅發生靠近筏基中心和角隅位置之基樁，因基樁數量越多時，每支基樁之等效彈簧勁度相近，基樁等效彈簧勁度折減係數約1%~2%，其分析結果如表6。工程應用實務中，可參考基樁勁度折減係數，達到設計更環保並具經濟性。

表6　土壤剪力波速變化時PR26之基樁等效彈簧勁度折減係數比較表

土壤剪力波速 (m/s)	基樁位置	WEAPR-S2
$V_s = 120$	中心樁	1.0%
	邊緣樁	0.0%
	角隅樁	2.0%
$V_s = 150$	中心樁	1.0%
	邊緣樁	0.0%
	角隅樁	2.0%
$V_s = 180$	中心樁	1.0%
	邊緣樁	0.0%
	角隅樁	2.0%

$$\text{基樁等效彈簧勁度折減係數} = 100\% - \frac{\text{初始基樁等效彈簧勁度}}{\text{最終基樁等效彈簧勁度}}$$

5.4 樁距與樁徑比影響

此節將討論S/D影響，即為群樁排列配置數量影響，樁心距與樁徑比標準案例為4，參數變化為6和8，其對應基樁數量分別為49、25和16，S/D減少基樁數量增加，S/D增加基樁數量減少。土壤參數之標準案例V_s=150m/s、ν=0.4隨S/D改變Midas-GTS NX與WEAPR-S2分析結果之筏基位移量變化如圖8。樁筏基礎之筏基位移量隨著S/D遞減而減少，代表基樁數量增加時，能使位移量下降，相同S/D時，筏基中心點位移量最大，邊緣點次之，角隅點最小，趨勢與先前兩項土壤參數變化分析之結果相同，地層較堅硬或者基樁數量增加時，皆可有效降低筏基位移量，固定土壤參數V_s=150m/s、ν=0.4時，S/D變化對樁筏基礎變形分析之筏基位移量結果如表7。

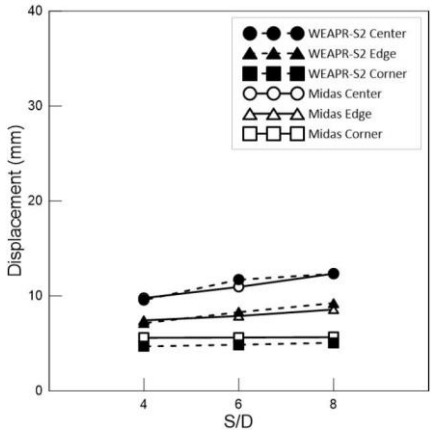

圖8　S/D變化時PR26筏基位移量比較圖

表7　S/D變化時PR26之筏基礎筏基位移量比較表

樁心距與樁徑比	筏基位置	Midas-GTS NX	WEAPR-S2	相對概略誤差
S/D = 4	中心點	9.8mm	9.6mm	2%
	邊緣點	7.4mm	7.1mm	4%
	角隅點	5.6mm	4.7mm	16%
S/D = 6	中心點	11.0mm	11.7mm	7%
	邊緣點	7.9mm	8.3mm	5%
	角隅點	5.6mm	4.9mm	13%
S/D = 8	中心點	12.3mm	12.3mm	0%
	邊緣點	8.6mm	9.3mm	8%
	角隅點	5.7mm	5.1mm	10%

5.4.1 基樁力分配

基樁位置於不同S/D案例中位置不一定相同，因此基樁受力較困難進行單一種類之基樁相互比較，當S/D=8時各基樁受力約3%~11%，中間樁受力最大；S/D=6時各基樁受力約2.5%~6.1%，中心樁受力最大；S/D=4時各基樁受力約1.5%~2.5%，中心樁受力最大。基樁數量增加時各基樁受力越接近，都是最靠近筏基中心之基樁受力最大，改變S/D為改變結構系統參數，此部分討論將使用全部基樁受力之總和進行，由不同結構尺寸與土壤參數搭配進行分析。圖9為固定土壤柏松比改變S/D於不同土壤剪力波速對於基樁總力影響，其表示方式為全部基樁受力加總與上部總荷重之百分比。從圖中觀察到S/D減少基樁數量增加時，基樁受力百分比增加，隨著S/D增加基樁受力百分比減少；固定相同S/D時，土壤剪力波速減少基樁受力百分比增加，因相同土壤柏松比時當土壤剪力波速減少土壤彈性模數減少，使筏基受力減少，故基樁承受荷重增加，如改由相同土壤剪力波速對不同土壤柏松比之基樁受力於S/D變化時影響與此結果相似。可確認改變結構尺寸S/D時，對基樁受力影響遠大於土壤參數，WEAPR-S2分析不同土壤參數時基樁受力較接近，其結果仍於可接受之範圍。

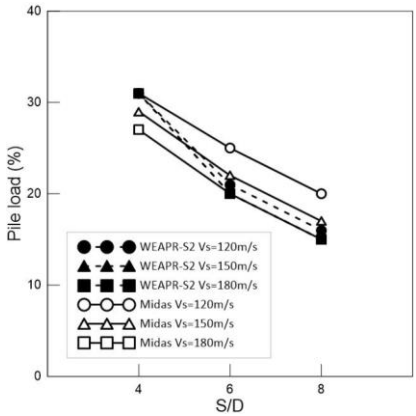

圖9　S/D變化時PR26不同土壤剪力波速之基樁總荷重占外力百分比

5.4.2 基樁勁度折減係數

基樁等效彈簧勁度受土壤參數影響，基樁等效彈簧勁度折減係數則明顯受S/D影響，基樁數量多寡和樁與樁互制係數總和(Σα)成正相關，樁與樁互制係數總和與S/D關係如表7，當基樁數量越多和越靠近筏基中心位置之基樁，其樁與樁互制係數總和越大，但基樁等效彈簧勁度折減係數並非與樁與樁互制係數總和呈現正相關，其影響會受基樁數量配置方式而有差異，其分析數據如表8。基樁等效彈簧勁度折減係數影響因素包括樁與樁互制係數總和、基樁等效彈簧勁度、土壤彈簧勁度和筏基剛性(或柔性)相關，因此基樁等效彈簧勁度折減係數並非完全由樁與樁互制係數總和所控制。

表7　S/D變化時對樁與樁互制係數總和比較表 (基樁名稱與其位置可參考圖10)

S/D=8		S/D=6		S/D=4	
基樁位置	互制係數總和	基樁位置	互制係數總和	基樁位置	互制係數總和
角隅樁	3.5	角隅樁	5.1	角隅樁	9.4
邊緣樁	3.7	邊緣樁	5.5	邊緣外樁	10.0
中間樁	4.0	邊緣中間樁	5.6	邊緣內樁	10.4
N/A	N/A	內側樁	5.9	邊緣中間樁	10.5
		內側中間樁	6.0	內側外樁	10.8
		中心樁	6.2	內側內樁	11.2
		N/A	N/A	內側中間樁	11.3
				最內樁側	11.6
				最內側中間樁	11.8
				中心樁	11.9

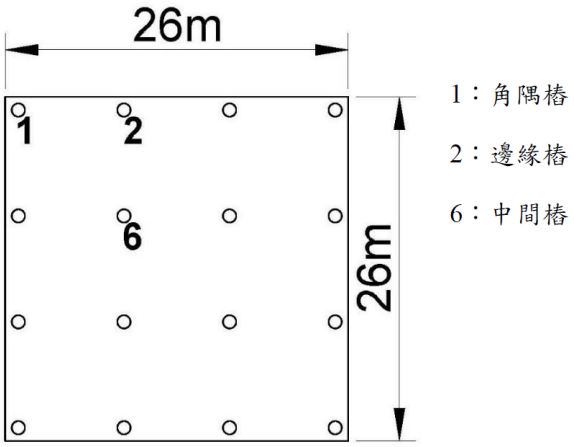

圖10(a)　PR26 S/D=8基樁編號與基樁名稱

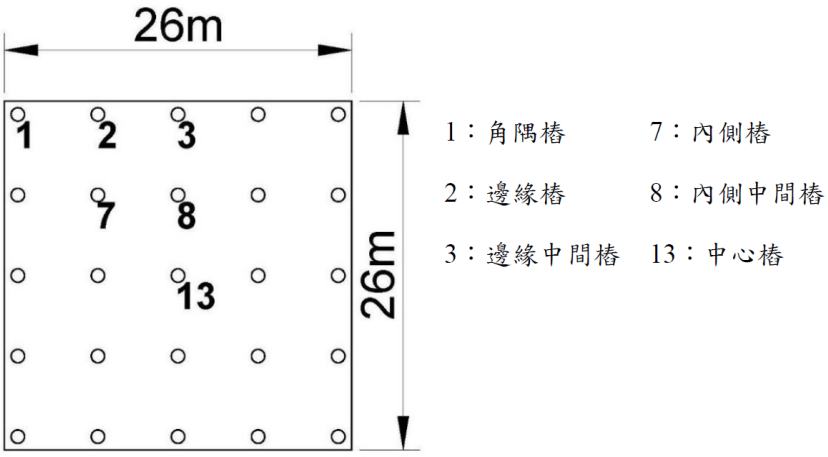

圖10(b)　PR26 S/D=6基樁編號與基樁名稱

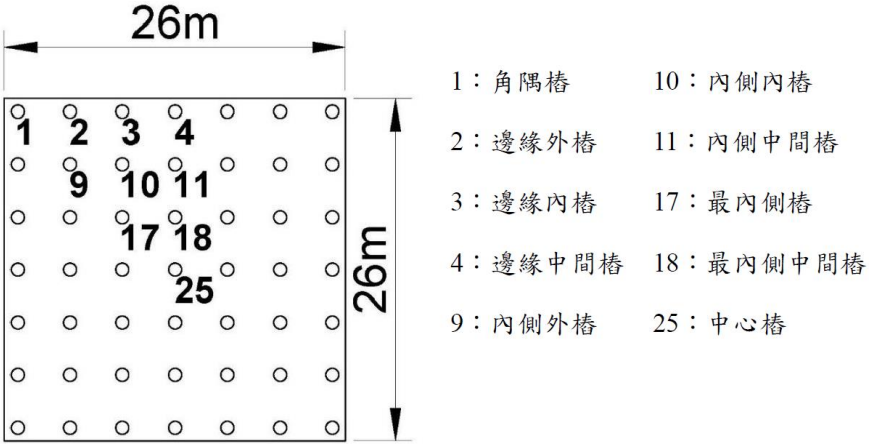

圖10(c)　PR26 S/D=4基樁編號與基樁名稱

表8　S/D變化時對PR26之基樁等效彈簧勁度折減係數(Rp)比較表

S/D=8		S/D=6		S/D=4	
基樁位置	Rp	基樁位置	Rp	基樁位置	Rp
角隅樁	42%	角隅樁	8%	角隅樁	2%
邊緣樁	37%	邊緣樁	0%	邊緣外樁	0%
中間樁	0%	邊緣中間樁	0%	邊緣內樁	0%
N/A	N/A	內側樁	0%	邊緣中間樁	0%
		內側中間樁	0%	內側外樁	0%
		中心樁	0%	內側內樁	0%
		N/A	N/A	內側中間樁	0%
				最內樁側	0%
				最內側中間樁	2%
				中心樁	1%

表8顯示隨著S/D減少基樁數量增加時，基樁等效彈簧勁度折減係數越少，當基樁配置小於一定密集度(S/D≥6)時，基樁等效彈簧勁度折減行為將僅發生在角隅樁和邊緣樁，當基樁數量增加時，基樁等效彈簧勁度分布越均勻，每支基樁等效彈簧勁度接近，因此勁度折減行為較不明顯，S/D與基樁等效彈簧勁度折減係數關係圖如圖11。三個S/D案例中，角隅樁皆有發生折減行為，利用自然指數函數建立方程式(r^2=0.999)，方程式如公式(3)。

$$R_P = 0.05515 \times e^{[(0.82985)\times(S/D)]} \tag{3}$$

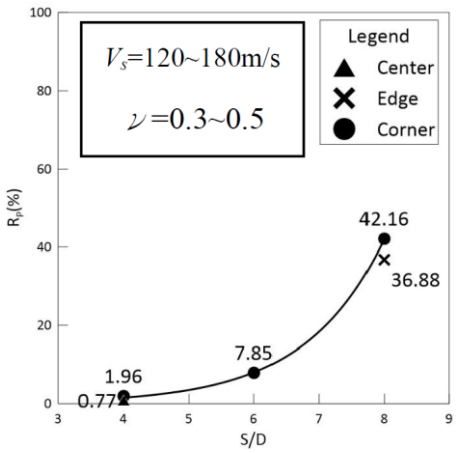

圖11　S/D變化時PR26基樁等效彈簧勁度折減係數關係圖

5.5 樁筏設計圖比較

5.5.1 柔性樁筏基礎

國際土壤力學與大地工程學會(ISSMGE)深基礎技術委員會(TC212)提出樁筏基礎與土壤間互制關係性能準則(Katzenbach and Choudhury, 2013)，其建立筏基、基樁與土壤間應力作用機制，進一步規範其設計所需之定性區間如圖12。圖12顯示樁筏基礎基樁荷載和樁筏基礎總荷載比值(α_{pr})與樁筏基礎沉陷量(S_{pr})和直接基礎(純筏基)沉陷量(S_{sf})之比值(S_{pr}/S_{sf})的定性區間關係圖。本研究分析結果若將其套疊至圖12，繪製完成後如圖13。本研究分析案例的數據皆落於設計手冊所建議範圍，分析案例數據均偏左下側，代表樁筏基礎位移量與筏基位移量接近且基樁承載上部載重比例較少，隨著S/D和土壤柏松比遞減時，分析結果將向右上側偏移。以上觀察顯示本研究樁筏基礎之群樁荷重比例(α_{pr})偏低，且樁筏基礎位移量與純粹筏基位移量比值(S_{pr}/S_{sf})相近，這和張德文(2016)以往對剛性較高之樁筏基礎所觀察結果(數據偏斜線區之右上方)較不一致。本研究認為該現象是由樁筏基礎高度柔性所造成，且值得注意本研究所討論之樁筏基礎案例為地表基礎，若基礎有埋深時，相關數據於圖13斜線區落點應該會向其右上方移動。

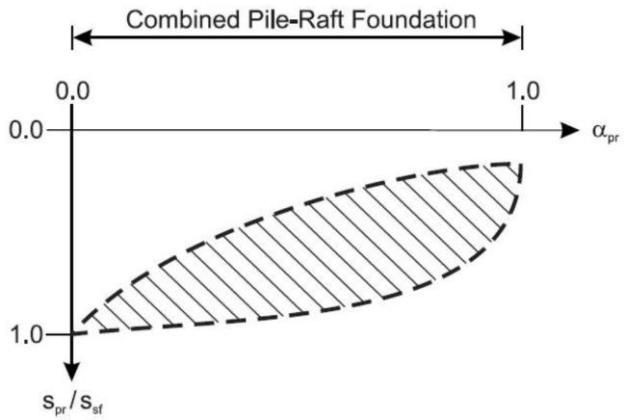

圖12　規範樁筏基礎設計定性區間 (from Katzenbach and Choudhury, 2013)

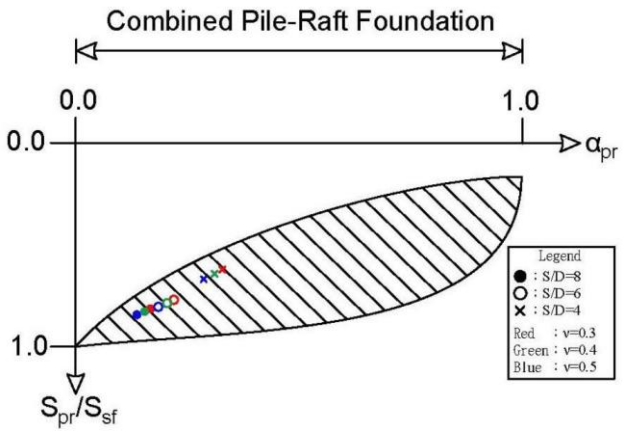

圖13　WEAPR-S2 PR26分析結果繪製於ISSMGE樁筏設計手冊

5.5.2 剛性樁筏基礎

上述之研究成果皆為柔性基礎，剛性基礎與柔性基礎定義可參考ACI Committee 336 (ACI, 1988)或者El Gendy(1998)，兩者皆有建議公式，可透過公式計算基礎為剛性或柔性。為確定本研究方法所觀察現象係屬柔性樁筏基礎所造成，本節將討論若假設其為剛性基礎時所得到之研究成果。為模擬剛性樁筏基樁，本研究將筏基混凝土彈性模數調升至5000GPa，為維持薄板理論因此增加筏基混凝土彈性模數，基樁混凝土彈性模數維持30GPa，利用WEAPR-S2與Midas-GTS NX進行分析。WEAPR-S2中土壤

彈簧只須使用Lysmer土壤彈簧模式，其模式適用於剛性基礎；基樁由土壤極限強度模式進行模擬，假設基樁為絕對剛體，樁身和樁底保持相同位移量，反推樁土之間相對位移量$d_s=d_b$約0.03m~0.045m。剛性筏基樁筏基礎參數與柔性基礎參數比較僅更動筏基混凝土彈性模數和混凝土柏松比，筏基混凝土彈性模數5×10^3GPa和混凝土柏松比0.11，更動以上二項參數使原有柔性基礎轉換成剛性基礎。Midas-GTS NX進行剛性樁筏基礎分析時，由樁筏基礎筏基位移量之差異沉陷為重要依據，藉由筏基之差異沉陷量判斷此基礎是否為剛性基礎，因通常認定剛性基礎下位移量皆相同，並非有差異沉陷發生。上述參數分析結果之筏基差異沉陷量大約為0.001m，因此可將其視為剛性基礎進行以下討論。Midas-GTS NX與WEAPR-S2兩者程式進行剛性樁筏基礎分析結果如下，首先比較樁筏基礎之筏基位移量，比較結果如表9。分析結果可得知剛性樁筏基礎之筏基沉陷量遠小於柔性樁筏基礎，其差異沉陷量也不明顯，S/D減少時筏基位移量也隨著下降，筏基中心點位移量最小，邊緣點次之，角隅點最小，這趨勢與柔性樁筏基礎相同。兩程式分析結果之相對概略誤差皆10%以下，證明WEAPR-S2分析剛性樁筏基礎之正確性，進一步討論基樁受力和基樁等效彈簧勁度折減係數。

表9　S/D變化時剛性PR26之筏基位移量比較表

樁心距與樁徑比	筏基位置	Midas-GTS NX	WEAPR-S2	相對概略誤差
S/D = 4	中心點	7.8mm	7.1mm	10%
	邊緣點	7.6mm	6.9mm	9%
	角隅點	7.2mm	6.7mm	7%
S/D = 6	中心點	8.4mm	8.6mm	2%
	邊緣點	8.1mm	8.4mm	3%
	角隅點	7.8mm	8.2mm	5%
S/D = 8	中心點	8.9mm	9.1mm	2%
	邊緣點	8.6mm	8.9mm	4%
	角隅點	8.2mm	8.7mm	6%

5.5.2-1 基樁力分配

基樁受力整理如表10，隨著S/D減少越靠近筏基中心之基樁受力越少，嚴重受樁與樁互制影響，剛性樁筏基礎之基樁受力狀況與柔性樁筏基礎相反，剛性樁筏基礎各基樁受力占比，角隅樁受力最大，越靠近筏基中心之基樁受力越小，隨著S/D遞減，基樁受力情況更為均勻，角隅樁依然承受最大比例荷重，剛性與柔性樁筏基礎皆隨著基樁數量增加各基樁受力越相近。

表10　S/D變化時剛性PR26之基樁受力比較表

S/D=8		S/D=6		S/D=4	
基樁位置	基樁受力	基樁位置	基樁受力	基樁位置	基樁受力
角隅樁	7.0%	角隅樁	5.0%	角隅樁	2.8%
邊緣樁	6.7%	邊緣樁	4.8%	邊緣外樁	2.7%
中間樁	4.7%	邊緣中間樁	4.7%	邊緣內樁	2.6%
N/A	N/A	內側樁	3.6%	邊緣中間樁	2.6%
		內側中間樁	1.9%	內側外樁	2.5%
		中心樁	0.5%	內側內樁	2.2%
		N/A	N/A	內側中間樁	1.5%
				最內樁側	0.6%
				最內側中間樁	0.1%
				中心樁	0.005%

5.5.2-2 基樁勁度折減係數

基樁等效彈簧勁度折減係數和基樁受力趨勢相同，於三種不同S/D分析案例中，越靠近筏基中心之基樁受樁與樁互制影響越顯著，基樁等效彈簧勁度折減係數越大，較靠近版緣之基樁甚至不受樁與樁互制影響，其等效彈簧勁度發揮百分之百之效果。剛性樁筏基礎之基樁等校彈簧勁度折減係數(R_p)完整分析結果如表11，S/D和基樁等效彈簧勁度折減係數關係圖如圖14。剛性樁筏基礎因受群樁互制影響，使靠近筏基中心之基樁發生明顯折減，隨著基樁密度越高此現象越顯著，顯示一般大型樁筏基礎設計中，倘若以剛性筏基方式進行設計且考慮群樁互制效應，將會得到過份保守之設計結果，大型樁筏基礎設計必須考慮筏基柔性，也即差異沉陷所造成群樁受力之影響，於此狀況下，群樁受力分布情形將可得到較合理預測。

表11　WEAPR-S2剛性PR26之基樁等校彈簧勁度折減係數(R_p)比較表

S/D=8		S/D=6		S/D=4	
基樁位置	Rp	基樁位置	Rp	基樁位置	Rp
角隅樁	0.0%	角隅樁	0%	角隅樁	0%
邊緣樁	0.5%	邊緣樁	1%	邊緣外樁	0%
中間樁	30.8%	邊緣中間樁	4%	邊緣內樁	0%
N/A	N/A	內側樁	27%	邊緣中間樁	0%
		內側中間樁	61%	內側外樁	1%
		中心樁	90%	內側內樁	12%
		N/A	N/A	內側中間樁	38%
				最內樁側	75%
				最內側中間樁	96%
				中心樁	99.8%

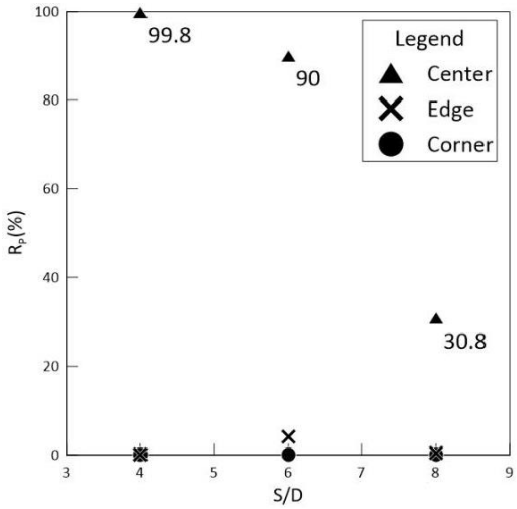

圖14　S/D變化時剛性PR26基樁等效彈簧勁度折減係數關係圖

將分析結果繪製於國際土壤力學與大地工程學會(ISSMGE)樁筏基礎建議手冊，剛性樁筏基礎分析結果會較靠近建議區域之右上方，與柔性樁筏基礎比較圖如圖15。

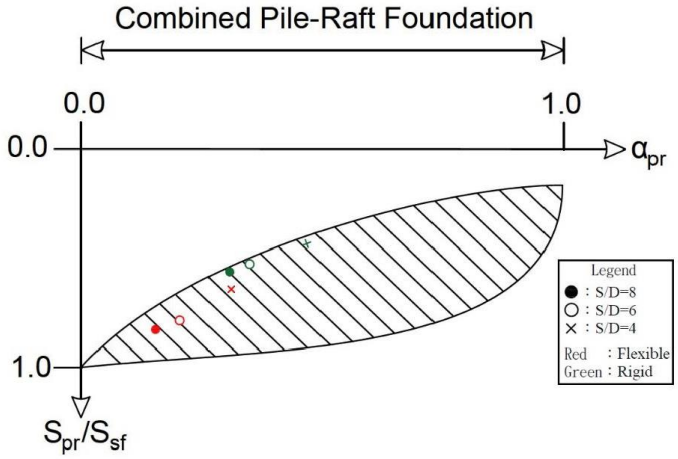

圖15　WEAPR-S2 PR26剛柔性樁筏基礎分析結果比較(ISSMGE樁筏手冊)

6. 結果討論

本研究所得結論與建議如下；

(1) 本研究所開發程式WEAPR-S2改善前期程式筏基下方二維土壤彈簧分布特性，使其具備二維變異性，更適用於柔性基礎；基樁彈簧採用不排水剪力強度模式進行模擬，控制發揮土壤極限承載力所需之樁土相對位移量，其基樁等效彈簧勁度與有限元素法取筏基底部基樁受力結果相似，同時考慮樁與樁之間互制影響。該程式經有限元素分析Midas-GTS NX驗證，說明其能適用於樁筏基礎分析。

(2) 標準案例中WEAPR-S2分析時間約47秒，而相同案例有限元素法Midas-GTS NX僅需63秒即完成分析(排除建模所需時間)，兩者於線彈性結構系統所需分析時間差異不大，說明現今數值方法於線彈性系統分析時間大幅縮減。

(3) 筏基上方均布載重100kPa(約為十層樓)、V_s=150m/s、ν=0.4時，26m筏基樁筏基礎之筏基位移量約5mm~12mm，筏基中心點位移量最大，邊緣點次之，角隅點最小。隨著基樁數量增加或土層較硬之案例皆會使位移量和差異沉陷量下降，標準模型S/D=4案例，筏基中心點位移量約10mm，邊緣點位移量約7mm，角隅點位移量約為5mm，筏基差異沉陷量約5mm。

(4) 26m筏基之樁筏基礎S/D=4時，柔性樁筏基礎靠近筏基中心之基樁受力最大，單支中心樁受力最大可達全部基樁受力總和之2.5%，向筏基邊緣之基樁遞減，角隅樁受力最少約1.5%。隨著樁數減少，各樁受力差異明顯增加，但仍以靠近筏基中間基樁承受最多力量。剛性筏基之樁筏基礎基樁受力行為恰與柔性相反，若以S/D=4而言，其靠近筏基角隅之基樁受力最大，約達2.8%，向筏基中心之基樁遞減，中心樁受力最少，約占0.01%。該項內力分析可藉由基樁混凝土材料之抗壓強度進行比較，以了解基樁承載性能。

(5) 剛性樁筏基礎之基樁受力總和將遠大於柔性基礎基樁受力總和，兩者基樁受力行為不相同，柔性樁筏基礎之筏基下方土壤承載力相對重要，因此若將剛性基礎之概念套用於柔性基礎時，設計將會過分保守。

(6) 26m柔性筏基之樁筏基礎，當基樁配置小於一定密集度(S/D≥6)時，基樁等效彈簧勁度折減行為將僅發生在角隅樁和邊緣樁，隨著S/D減少時，基樁折減行為將趨於不明顯，基樁折減係數小於10%，

各基樁等效彈簧勁度分布均勻，由於研究所採用之群樁互制係根據解析解所產生，其忽略地盤土壤參數隨深度變化和鄰樁對互制干擾影響，因此所產生之互制性將遠較實際所發生者更多較為保守。

(7) 樁筏基礎之筏基剛度和柔度將影響樁與樁之間行為，研究發現剛性筏基之樁筏基礎靠近筏基中心之基樁折減最大，向筏基邊緣之基樁遞減，隨著基樁數量越多，折減更為明顯，最高可接近100%折減係數。

(8) 採用有限差分法WEAPR-S2分析樁筏基礎仍存在有若干盲點，包括: 基礎的離散化處理方式有所限制，無法適用在不同案例。基樁等效彈簧係為變數，並不利於有限差分法分析使用。基樁等效彈簧的合理性必須先加以驗證，增加分析的不便性。基樁和筏基的結構介面無法被有效掌握，致使分析無法模擬基樁頂部元素的應力集中現象。

(9) 為使本研究能提供更為有效的成果供設計者參考，主持人頃以有限元素分析進行大量參數研究，期望相關成果能有助於大型樁筏基礎設計參考。

致謝

感謝科技部專題研究計畫案(MOST108-2221-E-032-007)提供研究經費，使本研究得以順利完成。

參考文獻

林光宗 (1998)「群樁互制效應對基樁反應分析之影響」，碩士論文，淡江大學土木工程學系。

內政部 (2016) 「建築技術規則建築構造編」，建研所。

張德文 (2017)「軟弱黏土層版式樁筏基礎受靜態豎力作用的波動方程分析程式開發研究」專題研究計畫書，科技部。

連心維 (2018)「垂直載重下樁筏基礎變形之三維有限差分程式開發」，碩士論文，淡江大學土木工程學系。

張德文 (2019)「垂直力作用下樁筏基礎的基樁彈性阻抗折減影響分析」專題研究計畫書，科技部。

洪名和 (2020)「垂直力作用下樁筏基礎的基樁彈性阻抗折減影響分析」，碩士論文，淡江大學土木工程學系。

ACI Committee 336 (1988). “Suggested Analysis and Design for Combined Footings and Mats”, Report ACI 336.2R-88, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA.

Bowles, J.E. (1982) Foundation analysis and design, 3rd ed., McGraw-Hill, New York. 361-363

Chang, D.W., Hung, M.H. and Jeong, S.S. (2020) Modified Lysmer’s analog model for two dimensional mat settlements under vertical loads, *Geomechanics and Engineering* (under review)

Chang, D.W., Lien, H.W. and Wang, T.Y., (2018). “Finite difference analysis of vertically loaded raft foundation based on the plate theory with boundary concern”, *J. of GeoEngineering,* TGS, **13**(3) 135-147.. DOI:10.6310/jog.201809_13(3).5

Chang, D.W., Lin, B.S. and Cheng, S.H. (2009), “Lateral load distributions on grouped Piles from dynamic pile-to-pile interactions factors”, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33(2), pp. 173-191. DOI:10.1002/nag.706

Dickenson, S.E. (1994). “Dynamic response of soft and deep cohesive soils during the Loma Prieta earthquake of October 17, 1989.” Ph.D. thesis, Univ. of California, Berkeley, CA.

Dobry, R. and Gazetas, G. (1988) „Simple method for dynamic stiffness a damping of floating pile groups“, *Geotechnique*, 38,557-574. DOI: 10.1680/geot.1988.38.4.557

El Gendy, M. (1998), “An Analysis for Determination of Foundation Rigidity”, The 8th Int. Colloquium on Structural and Geotechnical Engineering, Ain Shams U., Cairo Egypt, Dec. 15-17.

Katzenbach, R. and Choudhury, D. (2013). ISSMGE Combined Pile-raft Foundation Guideline, Technische Universitat Darmstadt, Institute and Laboratory of Geotechnics, Darmstadt, Germany.

Liang, R.Y. and Husein, A.I. (1993). “Simplified Dynamic Method for Pile-Driving Control”, *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 119, No. 4, pp. 694-713. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9410(1993)119:4(694)

Lysmer, J., and Richart, F.E. “Dynamic Response of Footing to Vertical Loading”, *Journal of Mechanics and Foundation Division*, ASCE, Vol. 2, pp. 65-91 (1966)

Matsumoto, T. (2013). Personal communications-lecture notes on piled raft foundations.

Midas (2017) Midas GTS NX User Manual, Midas IT Co.,

Randolph, M.F. (1994). “Design methods for pile groups and piled rafts.” *Proc.*, 13th ICSMGE, New Delhi, Rotterdam, Balkema, 5, 61-82.

附錄 – 計畫執行期間學術成果發表

會議論文

1. **Chang, D.W.**, Lien, H.W. and Wang, T.Y. (2019), "Finite Difference Analysis of Combined Pile Raft Foundations under Vertical Loads", October 13-18, 16ARC, Taipei, Taiwan.（與會）

2. 洪名和、**張德文** (2020) "垂直力作用下樁筏基礎的基樁彈性阻抗折減影響分析"，第 18 屆大地工程學術研究討論會，September, 1~3，屏東墾丁。(與會)

3. **Chang, D.W.**, Hung, M.H. and Lien, H.W. (2020), "2D Soil Springs for Elastic Settlements of Mat Foundation under Vertically Uniform Loads", International Conf. on Applied Mathematics and Computational Science (ICAMCS 2020), Venice, Italy, March 21-23, 2020. https://ieeexplore.ieee.org/document/9195620（無法與會/論文刊登）

4. **Chang, D.W**. and Hung, M.H. "Approximate Computer Based Analysis For Piled Raft Foundation in Clays Under Vertical Loads", Engineering Surveyor's Day – Session 4: Geoinformation databases for megacities and new capitals, Moscow State University of Civil Engineering, October 16（無法與會/視訊演講）

Webinar Lecture

1. **Chang, D.W.** "Approximate Computer Based Analysis on Settlements of Piled Raft Foundation in Clays Subjected to Vertical Loads" - Geotechnical Challenges of Mega Projects, 2020.08.24, University of Kerbala, Iraqi Scientific Society of Soil Mechanics & Foundation Engineering

2. **Chang, D.W.** "Approximate Computer Based Analysis For Piled Raft Foundation in Clays Under Vertical Loads" - Engineering Surveyor's Day – Session 4: Geoinformation databases for megacities and new capitals, 2020.10.16, Moscow State University of Civil Engineering

期刊論文

1. **Chang, D.W.,** Lien, H.W. and Hung, M.H. (2020) "FD Analysis on Piled Raft Foundation Settlements under Vertical Loads", *Geotechnical Engineering, Journal of the SEAGS & AGSSEA*, **51**(2), pp 159-165.

2. **Chang, D.W.**, Hung, M.H. and Jeong, S.S. (2020) "Modified Lysmer's Analog Model for Two Dimensional Mat Settlements under Vertical Loads", *Geomechanics and Engineering*, KGS (under review).

3. **Chang, D.W.**, Hung, D.W., Lin, Y.K., Lu, F.C., Kuo, C.J. and Zhussupbekov, A. (2020) "Performance of Single Barrette Subjected to Lateral Load from Three-Dimensional Finite Element Analysis", *Applied Science and Engineering*, TKU (under review)

108年度專題研究計畫成果彙整表

計畫主持人：張德文			計畫編號：108-2221-E-032-007-		
計畫名稱：垂直力作用下樁筏基礎的基樁彈性阻抗折減影響分析					
成果項目			量化	單位	質化（說明：各成果項目請附佐證資料或細項說明，如期刊名稱、年份、卷期、起訖頁數、證號...等）
國內	學術性論文	期刊論文	0	篇	
		研討會論文	2		1.Chang, D.W., Lien, H.W. and Wang, T.Y. (2019), “Finite Difference Analysis of Combined Pile Raft Foundations under Vertical Loads”, October 13-18, 16ARC, Taipei, Taiwan. 2. 第18屆大地工程學術研討會(2020.09.01~03) 墾丁屏東 - 垂直力作用下樁筏基礎的基樁彈性阻抗折減影響分析 - Taiwan Geotechnical Society Geotechnical Special Publication (EISSN: 2708-941X) 18th Geotech2020 No. 2
		專書	0	本	
		專書論文	0	章	
		技術報告	1	篇	垂直力作用下樁筏基礎的基樁彈性阻抗折減影響分析- 109年度科技部專題研究報告 MOST 108-2221-E-032-007
		其他	0	篇	
國外	學術性論文	期刊論文	3	篇	1. Chang, D.W., Hung, D.W., Lin, Y.K., Lu, F.C., Kuo, C.J. and Zhussupbekov, A. (2020) “Performance of Single Barrette Subjected to Lateral Load from Three-Dimensional Finite Element Analysis” Applied Science and Engineering (under review) 2. Chang, D.W., Hung, M.H. and Jeong, S.S. (2020) “Modified Lysmer’s Analog Model for Two Dimensional Mat Settlements under Vertical Loads, Geomechanics and Engineering, KGS (under review) 3. Chang, D.W., Lien, H.W. and Hung, M.H. (2020) “FD Analysis on Piled Raft Foundation Settlements under Vertical Loads", Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS & AGSSEA, 51(2), pp 159-165.

		研討會論文	2		1. Chang, D.W., Hung, M.H. and Lien, H.W. (2020) "2D Soil Springs for Elastic Settlements of Mat Foundation under Vertically Uniform Loads" International Conf. on Applied Mathematics and Computational Science (ICAMCS 2020), Venice, Italy, March 21-23, 2020. https://ieeexplore.ieee.org/document/9195620/metrics#metrics 2. Chang, D.W., Hung, M.H. and Zhussupbekov, A. (2020) Approximate Computer Based Analysis for Piled Raft Foundation in Clays under Vertical Loads, Engineering Surveyor's Day - Session 4: Geoinformation databases for megacities and new capitals, Moscow State University of Civil Engineering, October 16
		專書	0	本	
		專書論文	0	章	
		技術報告	0	篇	
		其他	2	篇	Webinar lecture 1: Approximate Computer Based Analysis on Settlements of Piled Raft Foundation in Clays Subject to Vertical Loads (August 24, 2020) - Geotechnical Challenges of Mega projects, University of Kerbala, Iraqi Scientific Society of Soil Mechanics & Foundation Engineering Webinar lecture 2: Approximate Computer Based Analysis For Piled Raft Foundation in Clays Under Vertical Loads (October 16, 2020) Moscow State University of Civil Engineering
參與計畫人力	本國籍	大專生	1	人次	涂育彰（土木4C榮譽學程生，協同研究助理，主要執行109年大專生專題研究計畫: 柔性筏基砂土地盤之豎向土壤彈簧勁度研究，推甄錄取台大大地工程組）
		碩士生	2		洪名和(本計畫主要執行研究助理，已於109年畢業)、賴昱穎(碩班二年級生, 協同研究助理)
		博士生	0		
		博士級研究人員	0		
		專任人員	0		

	非本國籍	大專生	0		
		碩士生	0		
		博士生	0		
		博士級研究人員	0		
		專任人員	0		
其他成果 （無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。）			本研究發現大型樁筏基礎的力學行為和傳統剛性筏基樁基礎的力學行為並不相似，基樁受力行為明顯有別，樁的總力也較傳統基礎為低，值得樁筏共構設計留意。由於FD分析因離散性造成限制，主持人目前以FE分析進行模擬，希望能將成果提供給設計者參考。印度理工學院 清奈分校(Madras)土木系研究員Dr. Ramon Varghese（其指導教授為Prof. A. Boominatham）計畫於110年來台和本人合作進行其博士後研究。		