

兩指抓取之四連桿模式

吳冠勳，陳建融，劉昭華

淡江大學機械與機電工程學系

E-mail: chaohwa@mail.tku.edu.tw

國科會計畫編號：NSC 101-2632-E-032-001-MY3

摘要

本文使用機構學中之四連桿運動以模擬機械手指抓取物件時的旋轉運動狀態，利用四連桿運動公式求出手指與物件的速度、加速度之後，再利用牛頓運動方程式求出兩隻手指與物件間的接觸力，包括正向接觸力及摩擦力，再依據正向力的符號決定是否已經失去接觸、且利用庫倫摩擦定律判別是否產生滑動。分析結果顯示，當手指轉動較快時較易產生滑動，能夠夾取物件的角度區間較小，而角加速度對能夠夾取物件的角度區間大小比較無明顯影響。

關鍵字：機械手指抓取、平面四連桿機構、庫倫摩擦定律

Four-bar Linkage Modeling of Two Fingred Grasping

Guan-Syun Wu, Jian-Rong Chen, C. H. Liu

Dept. of Mechanical & Electro-mechanical Engineering
Tamkang University

Abstract

In this study dynamics of four-bar linkage is utilized to model the rotation motion of two fingred robot grasping. Velocity and acceleration of the object being grasped are first found by kinematic relations of the four-bar linkage, then contact forces between fingers and the object can be determined from Newton's second law of motion, which includes normal forces and friction forces on both fingers. Then the sign of normal force may show if losing contact at either one of the two fingers, and Coulomb's Law of friction is used to determine if slipping occurs. Results show that as fingers rotate faster, the object is more liable to slipping, causing a reduced graspable angular region. Angular acceleration has no apparent effect on the length of graspable angular region.

Keywords : Robot Grasping, Planar four-bar linkage, Coulomb's Law of friction.

一、前言

機械手臂已經廣泛使用在機械及航太零組件之加工、自動化生產線、及檢測之中。在這些過程中機械手指經常需要抓取物件。在手指抓取物件過程中，手指與物件間的接觸力大小會影響物件是否能夠穩固抓取。當手指抓取物件時如果必須旋轉，則離心力容易造成物件脫離手指。目前已有許多估計手指與物件間接觸力的方法。首先，Howard and Kumar [1] 將抓取模型中加入彈簧，因此產生撓度(compliance)，如此可估計出正向及摩擦力之大小。Cutkosky[2]估計被抓取物件

的剛度(Stiffness)及手指的撓度，而在模擬過程中仍以彈簧產生撓度。Rimon and Burdick[3]利用彈性力學中的赫氏接觸理論(Hertz contact theory)求出抓取系統的剛度與撓度。Sinha and Abel[4]針對非線性的抓取系統，利用最佳化原理估計接觸力大小。Wu and Dong[5,6] 則是利用有限元素法估計抓取接觸力大小。

由以上討論可知在動態抓取情況下目前接觸力的估計方法相當複雜，這些方法不易使用在現場模擬過程，本文針對兩手指夾持物件的情況，且假設兩手指的轉速彼此配合。在此情況之

下，提出簡易的估計接觸力的方法，使用機構理論中的四連桿公式，能夠迅速地估計接觸力的大小。

二、機械手指的運動

圖一顯示兩機械手指OA及OB夾取一物件，圖中 Φ_1 為在A₁點夾具法向量與OA連線的角度，同理 Φ_2 為B點夾具法向量與CB連線之角度，且 Φ_1 及 Φ_2 皆以逆時鐘方向為正。若是忽略夾具與物件間的滾動(rolling)，且兩手指的角速度彼此配合，如以下(2)式所示，則可將此夾持系統視為圖二所示之四連桿機構，其中 b_1 、 b_2 、 b_3 、與 b_4 分別為連桿長度， θ_2 、 θ_3 、及 θ_4 分別為連桿之角度，這些角度亦是逆時鐘為正。此四連桿機構具有一個自由度，假設第二桿為驅動桿，而驅動速度為 ω_2 。由四連桿之運動公式可求出第三及第四桿之角速度，分別為：

$$\omega_3 = \frac{b_2 \omega_2 \sin(\theta_4 - \theta_2)}{b_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)} \quad (1)$$

$$\omega_4 = \frac{b_2 \omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{b_4 \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (2)$$

同理，若 α_2 為第二桿之驅動角速度，則第三桿及第四桿之角加速度分別為：

$$\alpha_3 = \frac{CD - AF}{AE - BD} \quad (3)$$

$$\alpha_4 = \frac{CE - BF}{AE - BD} \quad (4)$$

其中

$$A = b_4 \sin \theta_4 \quad (5)$$

$$B = b_3 \sin \theta_3 \quad (6)$$

$$C = b_2 \alpha_2 \sin \theta_2 + b_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 + b_3 \omega_3^2 \cos \theta_3 - b_4 \omega_4^2 \cos \theta_4 \quad (7)$$

$$D = b_4 \sin \theta_4 \quad (8)$$

$$E = b_3 \cos \theta_3 \quad (9)$$

$$F = b_2 \alpha_2 \cos \theta_2 - b_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 - b_3 \omega_3^2 \sin \theta_3 + b_4 \omega_4^2 \sin \theta_4 \quad (10)$$

若是第二、第三、及第四桿的質心分別為 G_2 、 G_3 、及 G_4 ，且質量分別為 m_2 、 m_3 、及 m_4 。則可求出在A

點及B點的插銷反作用力。圖三、圖四、及圖五別顯示第二、第三、及第四桿的自由體圖，這些桿件的運動方程式可利用牛頓第二定律寫出，如下：

$$R_1 + R_3 = m_2 a_{G2x} \quad (11)$$

$$R_2 + R_4 - m_2 g = m_2 a_{G2y} \quad (12)$$

$$T + \frac{b_2}{2} (R_1 \sin \theta_2 + R_4 \cos \theta_2 - R_2 \cos \theta_2 - R_3 \sin \theta_2) = I_{G2} \alpha_2 \quad (13)$$

$$R_5 - R_3 = m_3 a_{G3x} \quad (14)$$

$$R_6 - R_4 - m_3 g = m_3 a_{G3y} \quad (15)$$

$$\frac{b_3}{2} (R_4 \cos \theta_3 + R_6 \cos \theta_3 - R_5 \sin \theta_3 - R_3 \sin \theta_3) = I_{G3} \alpha_3 \quad (16)$$

$$R_7 - R_5 = m_4 a_{G4x} \quad (17)$$

$$R_8 - R_6 - m_4 g = m_4 a_{G4y} \quad (18)$$

$$\frac{b_4}{2} (R_7 \sin \theta_4 - R_6 \cos \theta_4 - R_8 \cos \theta_4 + R_5 \sin \theta_4) = I_{G4} \alpha_4 \quad (19)$$

其中 I_{G2} 、 I_{G3} 及 I_{G4} 分別為第二、第三及第四桿對質心的質量慣性矩， R_1, R_2, \dots, R_8 為支撐(插銷)反作用力，而 T 為驅動力矩。若是所有角速度及角速度皆已知，可由以上(11)式~(19)式求出所有反作用力及驅動力矩 T 。

三、接觸狀況

求出所有反作用力之後，可將在A點之反作用力 R_3 ，旋轉至 N_2 與 T_2 方向，如圖六所示，其關係為

$$N_2 = R_3 \cos(\theta_2 + \Phi_1) + R_4 \sin(\theta_2 + \Phi_1) \quad (20)$$

$$T_2 = -R_3 \sin(\theta_2 + \Phi_1) + R_4 \cos(\theta_2 + \Phi_1) \quad (21)$$

同理在B點之反作用力 R_5, R_6 亦可以旋轉後之 N_4, T_4 表示，如下

$$N_4 = R_5 \cos(\theta_4 + \Phi_2) + R_6 \sin(\theta_4 + \Phi_2) \quad (22)$$

$$T_4 = -R_5 \sin(\theta_4 + \Phi_2) + R_6 \cos(\theta_4 + \Phi_2) \quad (23)$$

若是正向接觸力 N_2 或 N_4 大於零，則表示正向力為張力，意即物件與夾具已經失去接觸。而若是

$$|T_2| \geq |\mu N_2| \quad (24)$$

或

$$|T_4| \geq |\mu N_4| \quad (25)$$

則表示在接觸點已經滑動，物件將滑出手指外。

四、結果與討論

以下分析皆假設質量 $m_1=m_4=1\text{kg}$ ，重力加速度 $g=9.81\text{ m/s}^2$ ，桿長 $b_1=3\text{m}$ ， $b_2=b_4=2\text{m}$ 。

若以 $\Delta\theta_2$ 表示在 A 點及 B 點皆保持接觸，而且尚未滑動的 θ_2 角度範圍，舉例而言，若在 $\Delta\theta_2 = \frac{\pi}{4}$ 時在 A 點及 B 點皆有接觸，而且皆未滑動，直到 $\Delta\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ 時 A 或 B 點開始滑動，或失去接觸，則 $\Delta\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$ 。

圖七顯示當 $b_3=2.5\text{m}$ 時，在不同驅動角速度 ω_3 情況下，能夠抓取的角度範圍 $\Delta\theta_2$ ，由此圖可看出隨著驅動角速度的增加，可抓取角度範圍逐漸縮小，這是受離心力的影響導致。圖八及圖九分別顯示，當 $b_3=3\text{m}$ 及 $b_3=3.5\text{m}$ 時之可抓取角度範圍與驅動角速度的關係。以上這些圖皆顯示摩擦係數較大的挾具能夠提供較大的向心力，因而較不易因角速度增加而滑動。以上是考慮離心力時抓取狀態的影響，以下則是考慮切線力是否會影響到正向力，而造成不易抓取，圖十是在固定角速度 $\omega_2 = 1\text{ rad/s}$ ，因此離心力皆相同，但切線加速度隨著角加速度 α_2 不斷增加的情況下，考慮可抓取角度範圍 $\Delta\theta_2$ ，由此圖可看出在離心力維持定值情況下，當角加速度 α_2 數值達到某一數值之後，造成正向力幾乎為零而失去接觸。

圖十一顯示當 $b_3=2.5\text{m}$ ，且挾具 $\Phi_1 = 20^\circ$ ，且 $\Phi_2 = -20^\circ$ (圖一) 的情況，與圖七的結果比較發現傾斜角 Φ_1 ， Φ_2 僅會影響摩擦係數 $\mu = 0.3$ 的挾持狀況，且有傾斜角較不利於挾持狀態。圖十二顯示當 $b_3=2.5\text{m}$ ，挾具中 $\Phi_1 = 30^\circ$ ，且 $\Phi_2 = -30^\circ$ 的情況，這時若 $\mu = 0.3$ 已經完全無法挾持物件，而 $\mu = 0.5$ 時可挾持的區域明顯變小。

五、結論

本文顯示以簡易的四連桿模式估計二機械手指挾持物件的挾持力。發現當挾持平板和物件保

持垂直時 ($\Phi_1=\Phi_2=0$)，隨著驅動角速度的增加而造成離心力也增加，使得可抓取角度範圍會逐漸縮小。而摩擦係數較大的挾具因能提供較大的向心力，其挾持物件不易隨角速度的增加而發生滑動。

此外，夾持平板與挾具法向量夾角 $\Phi_1=\Phi_2$ 加大時，會影響摩擦係數較低的挾具，並使其可抓取角度範圍 $\Delta\theta_2$ 顯著下降。由此可知，傾斜角較不利於挾持狀態。

接著考慮角加速度產生之切線力是否會影響到物件與挾具間的正向力，進而造成物件的不易抓取。結果顯示，當離心力維持在定值的情況下，角加速度 α_2 達到某一數值之後，會造成某方挾具正向力幾乎為零而失去接觸，形成無法挾持之狀態。

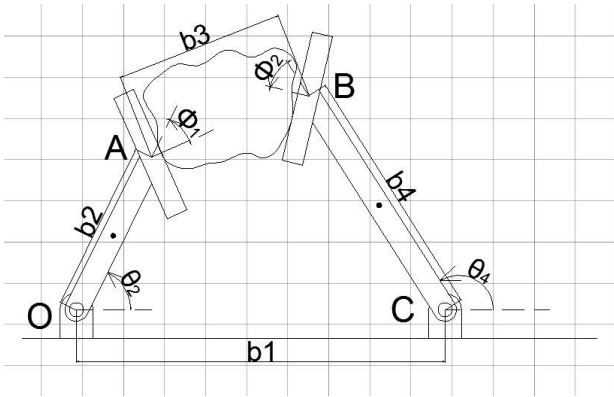
誌謝

感謝國科會對本研究經費支援，計畫編號 NSC 101-2632-E-032-001-MY3。

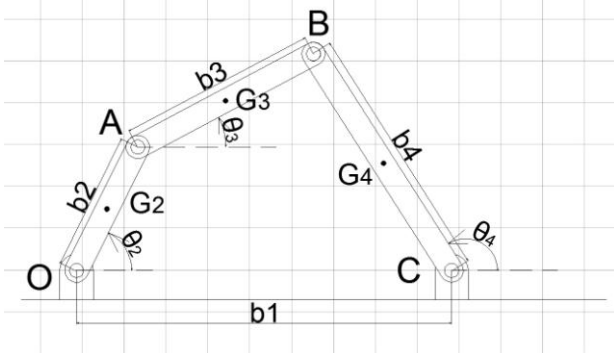
參考文獻

- [1] Howard, W.S., and Kumar, V., Minimum Principle for the Dynamic Analysis of Systems with Frictional Contacts. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol.3, pp.437-442, 1993.
- [2] Cutkosky, M.R., *Robotic Grasping and Fine Manipulation*, Boston: Kluwer Academic Publishers, c1985.
- [3] Rimon, E., and Burdick, J.W., Mobility of Bodies in Contact-Part II: How Forces are Generated by Curvature Effects, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.14, No.5, pp.709-717, 1998.
- [4] Sinha, P.R., and Abel, J.M., A Contact Stress Model for Multifingered Grasps of Rough Objects. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.8, No.1, pp.7-22, February 1992.
- [5] Wu, J.Z., and Dong, R.G., Analysis of the contact interactions between fingertips and objects with different surface curvatures. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, Vol.219, No.2, pp.89-103, 2005.
- [6] Wu, J.Z., Welcome, D.E., and Dong, R.G.,

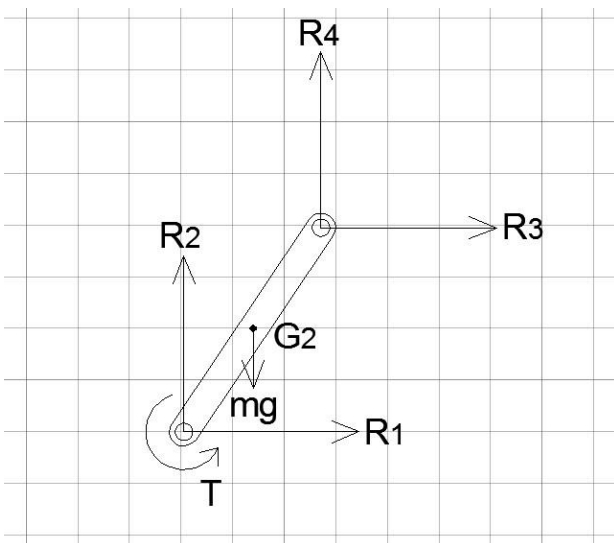
Three-dimensional finite element simulations of the mechanical response of the fingertip to static and dynamic compressions. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, Vol.9, No.1, pp.55-63, February 2006.



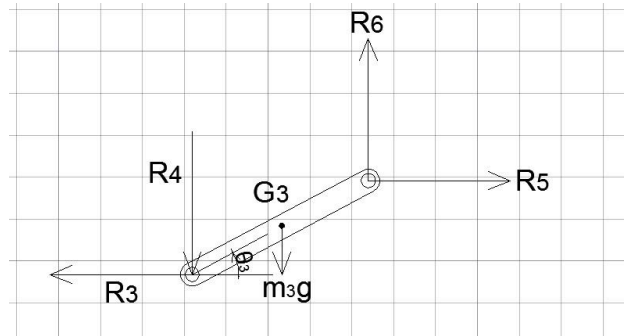
圖一 兩手指夾取物件示意圖



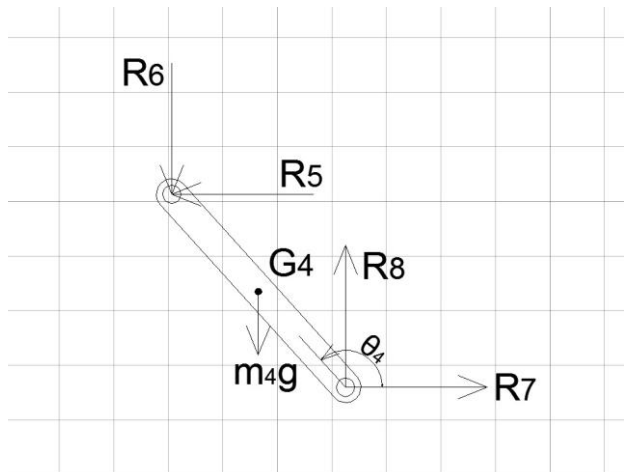
圖二 平面四連桿機構



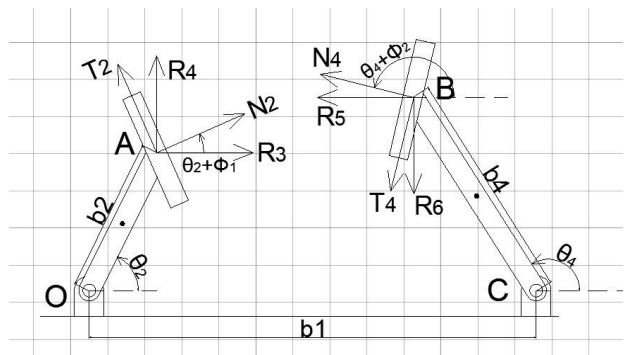
圖三 四連桿機構第2桿自由體圖



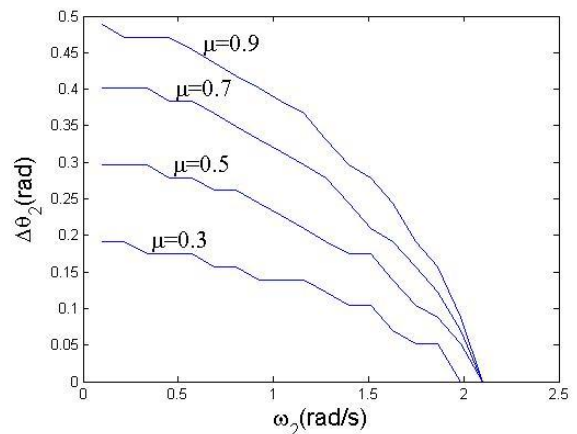
圖四 四連桿機構第3桿自由體圖



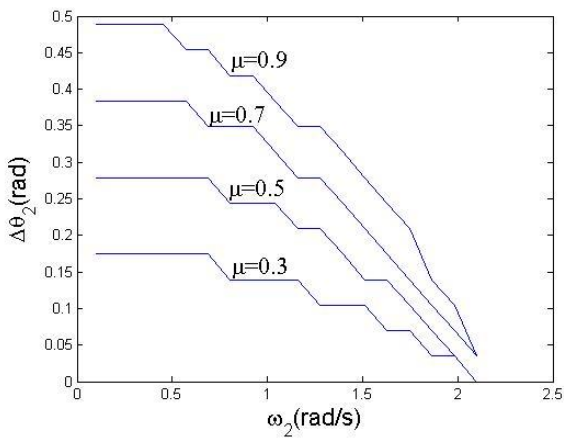
圖五 四連桿機構第4桿自由體圖



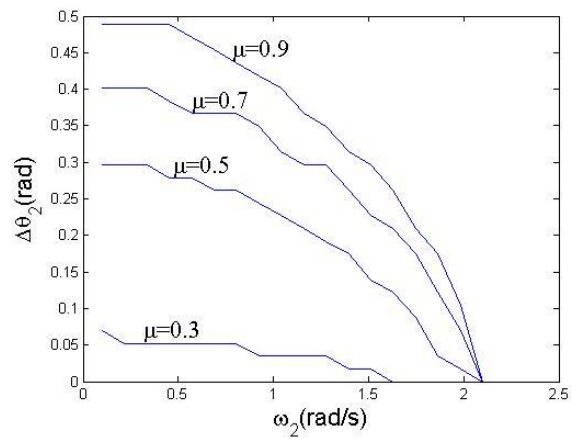
圖六 夾具夾持物件方向及接觸力



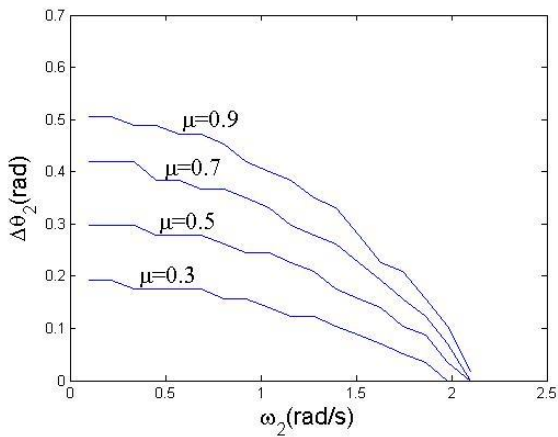
圖七 可抓取角度範圍與驅動角速度關係
($b_3=2.5m$)



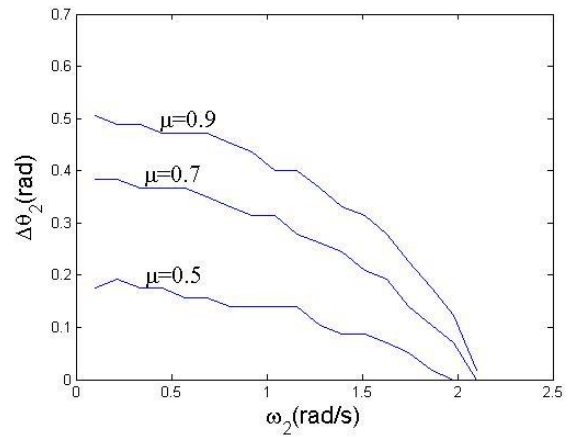
圖八 可抓取角度範圍與驅動角速度關係($b_3=3m$)



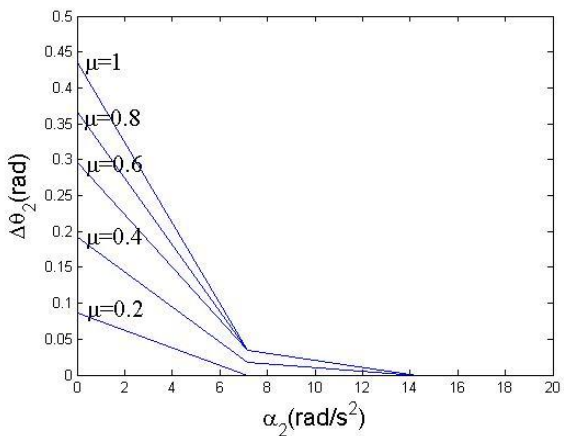
圖十一 可抓取角度範圍與驅動角速度關係
($\Phi_1=20^\circ; \Phi_2=-20^\circ, b_3=2.5m$)



圖九 可抓取角度範圍與驅動角速度關係
($b_3=3.5m$)



圖十二 可抓取角度範圍與驅動角速度關係
($\Phi_1=30^\circ; \Phi_2=-30^\circ, b_3=2.5m$)



圖十 可抓取角度範圍與角加速度關係
($\omega_2=1 \text{ rad/s}$)