改良式隨機紊流產生法於紊流邊界層之模擬研究

黎益肇[1] 鄭啟明[2] 方富民[3] 羅元隆[4]

摘要

紊流邊界層之入流邊界模擬為計算風工程領域之重要課題，Huang(2010)提出先進的 DSRFG(discretizing and synthesizing random flow generation)方法，建構適用於大渦模擬(LES)之入流紊流產生器，可輸入任意風速頻譜，並且滿足非等向性與空間相關性。Castro(2011)基於 DSRFG 方法進行修正研究，除維持原有特性與優點外，另提升空間相關因子的可調式性，並加入時間相關性因子，得到改良式隨機紊流產生法(modified discretizing and synthesizing random flow generation，MDSRFG)，使得該紊流產生器的調適度更加提升。本研究數值模擬之紊流模型採用大渦模擬的方法，入流邊界條件由 MDSRFG 方法產生，以市郊地況(suburban terrain)之大氣邊界層參數設定入流面條件包含平均風速、紊流強度以及紊流積分長度尺度。此外，利用風洞實驗所量測之風場交相關與自相關分析結果，調適空間與時間相關性因子。最後檢視數值模擬結果之紊流強度沿主流向之變化，以及空間中紊流頻譜的特性，進而探討紊流產生器於大氣邊界層模擬的適用性以及範圍。

關鍵字: 數值模擬、紊流邊界層、大渦模擬、隨機紊流產生法

Application of Modified Discretizing and Synthesizing Random Flow Generation on Turbulence Boundary Simulation

Yi-Chao Li[1], Chii-Ming Cheng[2], Fuh-Min Fang[3], Yuan-Lung Lo[4]

ABSTRACT

Generating the atmospheric boundary layer is one of the important issue of computational wind engineering (CWE) techniques. The discretizing and synthesizing random flow generation (DSRFG) method, a newly developed inflow turbulence generation method proposed by Huang et al. (2010), was adopted to produce an inlet fluctuating velocity field satisfying any target spectrum. Castro et al. (2011) modified the DSRFG (MDSRFG) method, which is based on DSRFG, preserving its main characteristics and advantages. It preserves the statistical quantities that would be prescribed at the inlet of the domain independently of the number of points in the spectrum. The main objective of this study is to generate a suitable urban terrain condition inlet for LES simulation, and evaluate the parameters of time and spatial correlation. We also checked the maintenance of turbulence intensity profiles and wind speed spectrums along wind direction to confirm the upstream distance to the testing object in the wind tunnel.

Keywords: Computation dynamic, Turbulence boundary layer, Large eddy simulation, turbulence random flow generation

[1]淡江大學 風工程研究中心 研究員
[2]淡江大學 土木工程學系 教授
[3]國立中興大學 土木工程系 教授
[4]淡江大學 土木工程學系 助理教授

一、前言

在計算流體力學技術中，大渦模擬(large eddy simulation；LES)被廣泛應用於風工程問題所著重的紊流場。在大氣邊界層的模擬條件下，為確保能獲得精確的數值模擬結果，滿足空間相關性及紊流特性的紊流邊界層產生方式乃是計算風工程的一項重要課題。過去在針對前述問題所發展出的方法基本上可分成 3 種，分別為循環式方法(recycling methods)、前導資料庫(precursor databases) 以及紊流合成(synthetic turbulence)等方式。在紊流合成部分，Smirnov 等[1]基於頻譜法(spectral method)的概念，併入了紊流長度尺度和時間尺度，從而產生非等向性(anisotropic)的非旋性(divergence-free)擾動速度場，稱為隨機流場產生法(random flow generation；RFG)，本方法亦被商用軟體FLUENT所納入，但本方法的缺點為其頻譜採用高斯模型(Gaussian model)，相較於實際風場之風能頻譜，其高頻區域，也就是慣性次階區(inertial subrange)能量較實際要低估，使得其在風工程應用上產生困擾。有鑑於此，Huang等[2]於 2010 年提出了更先進之離散與同步式隨機流場產生法DSRFG (discretizing and synthesizing random flow generation)，利用將風速頻譜離散成多段後再合成的方法，除可輸入任意風速頻譜，並且滿足非等向性與空間相關性。Castro(2011)基於DSRFG方法進行修正研究，除維持原有特性與優點外，另提升空間相關因子的可調式性，並加入時間相關性因子，得到修正之離散與同步式隨機流場產生法MDSRFG (modified discretizing and synthesizing random flow generation)，使得該紊流產生器的調適度更進一步提升。

本研究採用 MDSRFG 的紊流產生法，配合風洞實驗結果與實場公式，產生符合市郊地況(suburban terrain)特性之紊流邊界層來流，探討各項係數的影響以及適用性，調整出適用於大渦模擬的具時變性之入流邊界條件。

二、研究方法

本研究以 MDSRFG 法套入 von Kármán 之非等向性紊流頻譜，產生出符合 B 地況之紊流邊界層資料，做為數值計算方法之入流邊界條件。紊流輸入條件包含風洞所得之平均風速、紊流強度以及積分長度尺度，以下簡述所採用之方法以及輸入條件。

2.1 數值模擬

本研究中流場之模擬系採用微可壓縮流 (Weakly-Compressible-Flow Method，WCF)的動力計算方法。在非恒定紊流流場計算中，其相應之連續及動量方程式分別為：

$$\frac{\partial p}{\partial t}+\nabla\cdot\left(k\vec{V}\right)=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}=-\nabla\frac{p}{\rho}+\nabla\cdot\left[(\nu+\nu_t)\nabla\vec{V}\right] \tag{2}$$

式中，ρ、V、P、t分別代表流體密度、速度向量、壓力及時間，k 表示體積彈性模數，而 ν 為運動黏滯度 (Kinematic Viscosity)。ν 及 ν_t 分別為層流與紊流黏滯係數(dynamic viscosity)，而後者系運用次網格紊流模型（Subgrid-scale Turbulence Model，Smagorinsky et. al[7]）求得。

2.2 計算區域

在數值計算部份，設定一空曠計算域以檢視紊流進入計算域後的變化情形。計算域之 x 方向設定為 15 m，y 方向為 8 m，z 方向則為 1 m(與邊界層等高)。由於紊流進入計算域後變化較為劇烈，以及最小格網應小於渦流尺度等問題考量，故在入流面(x=0)至 5 m 位置採用較密格網，而在地面格網也同樣採行較密之設計。本研究所 x、y 與 z 方向最小網格均為 0.005 m，計算格網總數為 151×51×81，相應格網設計如圖 2 所示。

2.3 隨機紊流產生法

本研究之邊界層紊流入流資料產生乃使用 MDSRFG 隨機紊流產生器來產生，風速隨著空間與時間變化，型式為傅利葉級數(Fourier series)的合成，其表示式如後：

$$U(x,t)=\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}[\,p_i^{m,n}\cos(\tilde{k}_j^{m,n}\tilde{x}_j+\omega_{m,n}\frac{t}{\tau_0}) + q_i^{m,n}\sin(\tilde{k}_j^{m,n}\tilde{x}_j+\omega_{m,n}\frac{t}{\tau_0})] \quad (3)$$

其中

$$p_i^{m,n}=sign\left(r_i^{m,n}\right)\sqrt{\frac{4c_i}{N}E_i(k_m)\Delta k_m\frac{\left(r_i^{m,n}\right)^2}{1+\left(r_i^{m,n}\right)^2}} \quad (4)$$

$$q_i^{m,n}=sign\left(r_i^{m,n}\right)\sqrt{\frac{4c_i}{N}E_i(k_m)\Delta k_m\frac{1}{1+\left(r_i^{m,n}\right)^2}} \quad (5)$$

而 $\omega_{m,n}\in N(0,2\pi f_m)$ 表示為 $\mu_\omega=0$ (平均值)以及 $\sigma_\omega=2\pi f_m$ (標準偏差值)的常態分布隨機數據，f_m 為相應 m 波數(wave number)之頻率。$r_i^{m,n}$ 則是 $\mu_r=0$ 及 $\sigma_r=0$ 之三維常態分布隨機數據。$c_i=0.5\overline{U}$ ($\overline{U}$ 為平均風速)，$\tilde{x}=x/L_s$ ($L_s=\theta_1\sqrt{L_u^2+L_v^2+L_w^2}$)，$x$ 為空間位置，而 L_s 為空間相關性的尺度因子(scaling factor)。此外，導入時間相關性之因子 $\tau_0=\theta_2 L_s/\overline{U}$，可針對時間相關性進行微調。

2.4 紊流輸入條件

因考慮大氣邊界層以及風洞實驗所呈現之紊流頻譜特性，故在頻譜部分採用 von Kármán 所建議的非等向性紊流頻譜模型如後：

$$S_u(f)=\frac{4\left(I_u\overline{U}\right)^2\left(L_u/\overline{U}\right)}{\left[1+70.8\left(fL_u/\overline{U}\right)^2\right]^{5/6}} \quad (6)$$

$$S_v(f)=\frac{4\left(I_v\overline{U}\right)^2\left(L_v/\overline{U}\right)\left[1+188.4\left(2fL_v/\overline{U}\right)^2\right]}{\left[1+70.8\left(2fL_v/\overline{U}\right)^2\right]^{11/6}} \quad (7)$$

$$S_w(f)=\frac{4\left(I_w\overline{U}\right)^2\left(L_w/\overline{U}\right)\left[1+188.4\left(2fL_w/\overline{U}\right)^2\right]}{\left[1+70.8\left(2fL_w/\overline{U}\right)^2\right]^{11/6}} \quad (8)$$

其中，I_u、I_v、I_w 分別為順風向、橫風向、垂直向速度之紊流強度，L_u、L_v、L_w 則分別為順風向、橫風向、垂直向速度在 x 方向的紊流積分長度尺度。

本研究以淡江大學風工程研究中心 BL1 邊界層風洞之市郊地況為紊流場之模擬產生對象，其邊界層厚度(δ)為 1 m，自由流流速(U_0)為 8.75 m/s。而平均風速、紊流強度及紊流積分長度尺度如圖 1 所示。在給定前述 3 種風速特性因子時，平均風速剖面為遵守 power law 特性(如圖 1(a))，其冪數率係數採用 $\alpha=0.25$，而順風向紊流強度剖面則按風洞實驗所量測之剖面結果迴歸出隨高度變化之剖面公式 $I_u=0.3-0.26z^{0.35}$ (圖 1(b))，紊流積分長度尺度剖面則依實驗值擬合出與實驗近似之 6 次多項式曲線，如圖 1(c)所表示

雖然風洞實驗室提供了順風向的平均速度、紊流強度以及紊流積分長度尺度剖面，但橫風向(y)及垂直向(z)的紊流強度以及紊流積分長度尺度在風洞實驗中並不容易量測。因此，本研究在參考國內外風洞實驗室相關量測結果與 ESDU 實場量測公式後，假設其合理值。即假設橫風向及垂直向之紊流強度與順風向關係為 $I_u:I_v:I_w=1:0.75:0.5$，而橫風向與垂直向之紊流積分長度尺度對順風向關係的為 $L_u:L_v:L_w=1:0.5:0.5$。最後，整合上述各項速度特性相關之剖面做為 MDSRFG 紊流產生器之輸入條件。

三、結果討論

本研究首先進行 B 地況之相應參數調整，再進行入流面合成，接著將入流面合成之紊流數據導入數值模擬中，檢視流場中心線(y=0)位置之紊流變化特性。雖然 MDSRFG 方法在單一風速平面合成上已合乎 divergence-free 特性，但在進行邊界層入流面紊流合成之前，須先進行特定位

置的空間及時間相關性的分析，調整相關參數，確保所產生之入流面合乎於實際流場特性。避免不佳的空間及時間相關性紊流產生資料在進入數值計算後，因紊流的混合效應使得能量快速消散，造成紊流強度以及高頻能量無法維持。

3.1 參數調整

N 表示傅利葉級數的展開個數，若取過高將會耗費電腦記憶體與計算量，依據 Huang[2]針對 DSRFG 法的測試，其建議值採用 100，應可保持合成數據之穩定性。而 M 為輸入頻譜的離散段數，越高表示針對紊流頻譜解析度越佳，且自相關性也越好。有關於自相關性係數可透過三角函數之和差化積方法，以及 p、q 矩陣為正交之特性推導出以下簡化式，藉以調整參數 M 並可快速獲得自相關性係數曲線：

$$\overline{u(x,t)u(x,t+\tau)} = \frac{2c}{N}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}E(k_m)\Delta k_m \cos\left(\frac{\tau}{\tau_0}\omega_{m,n}\right) \quad (9)$$

由上式可知，自相關性係數主要受到頻譜的分段間距(Δk_m，取決於 M 的個數)以及時間相關性參數θ_2所控制。而圖 3 顯示當 M=1000 時，在τ>0.2 之後，自相關性係數保持約在 0.15 左右，與實際結果並不相符。當 M 值增大之後，該現象有逐步遞減至零值之狀況，可見加大 M 值可使合成數據的自相關性合於實際。但 M 值增大對於計算量有極高的負載，且電腦記憶體有其使用上的限制，故無法設定過大的矩陣。因此，本研究選用 M=2000 做為 B 地況的合成參數，以兼顧合成數據的自相關性與運算效能。另將合成出的風速資料與實驗室量測之風速進行自相關性分析進行比較(如圖 4)，並調整θ_2。一般而言，θ_2越小，其自相關性衰減的越快。由 z/δ=0.125 位置的結果發現，當$\theta_2 = 0.2$時，所合成的風速自相關性趨勢與實驗值相比頗為吻合。

在空間相關性係數部分，由 MDRSFG 合成法以類似時間向關性係數公式之方法可推導簡化成下列形式：

$$\overline{u(x,t)u(x',t)} = \sum_{m=1}^{\mathbf{M}}\sum_{n=1}^{N}\frac{2}{N}E(k_m)\cos\left[\tilde{k}_j^{m,n}\frac{(x'_j - x_j)}{L_s}\right] \quad (10)$$

由上式可知，參數L_s為主要控制空間相關性之因子，因此參數θ_1調整為本階段主要之工作。但由於風洞實驗及實場量測中，空間相關係數的量測較為困難且繁複，而且並沒有可靠的理論公式以供參考，故於此採用了 Coherence 函數的比對來進行參數θ_1的調整。在一個窄頻(narrow-band)的交相關 (cross-correlation) 情況下，Coherence 函數的均方根值為：

$$Coh = e^{-\hat{f}} \quad (11)$$

其中

$$\hat{f} = \frac{n\left[C_z^2(z_1 - z_2)^2 + C_y^2(y_1 - y_2)^2\right]^{1/2}}{0.5\left[U(z_1) + U(z_2)\right]} \quad (12)$$

y_1、y_2、z_1、z_2代表的是 2 個空間座標點位置，C_y與C_z分別為橫風向與垂直向的衰減係數，依據 Davenport[4]所建議，本研究採用衰減係數$C_z = 10$以及$C_y = 16$為理論值。

由於垂直方向上的平均風速、紊流強度以及紊流積分長度尺度變異性較水平方向要來得顯著，因此先針對垂直向的 Coherence 進行參數調整，再回頭檢視垂直向 Coherence 的吻合度，應為合理之程序。圖 5 顯示在邊界層的中間高度(z/δ=0.5)垂直間距為 0.02 m，當$\theta_1 = 25$時，在低頻時會有高估的狀況。隨著θ_1降低，低頻的 Coherence 也隨之降低。當$\theta_1 = 5.5$時，整體 Coherence 趨勢已與理論曲線極為相似。接著選定$\theta_1 = 5.5$，檢視水平方向間距為 0.02 m 的 Coherence(如見圖 6)，其整體趨勢同樣與理論值相當接近。

最後整合所有參數，針對 B 地況之邊界層，在考量紊流合成效率及空間、時間相關性後，建議 MDSRFG 合成紊流產生法相應之參數設定如表一所示。

3.2 入流面合成

將設定計算域之入流面格網中心點座標輸入 MDSRFG 方法進行合成，合成頻率為 1000 Hz，共合成 32.768 秒，入流面合成點數則為 4000 點(50×80)。

由入流中心線的平均速度剖面結果來看(圖 7(a))，其結果與預設之速度剖面相當吻合，可見合成的數據資料足以表現欲模擬之風場的統計特性，呈現穩定(stationary)的狀態。而圖 7(b)表現出所合成順風向、橫風向以及垂直向紊流強度剖面均與預設之剖面相當一致，足見其擾動值的合成效果也相當良好。另檢視紊流積分長度尺度結果可以發現(圖 7(c))，合成結果與預設曲線頗為接近，由於紊流積分長度尺度乃由自相關係數計算而得，足見自相關性參數 θ_2 調整得相當不錯，可適用於不同的高度位置。

圖 8 表示在 3 個高度(z/δ=0.125、z/δ=0.5、z/δ=0.75)的 3 個方向速度(u、v、w)之 power spectra，結果顯示 MDSRFG 方法所合成風場資料之與預設之 von Kármán 頻譜頗為一致，在高頻區(慣性次階區)亦模擬的相當不錯。

另在固定位置(y/δ=0.5，z/δ=0.5)處，檢視其與其它 4 個位置的 Coherence，其座標點{y/δ, z/δ}分別為{0.02,0.52}、{0.04,0.52}、{0.02,0.54}、{0.04,0.54}，如圖 9 所顯示的無因次結果可以發現，所有位置的結果均與公式(11)、(12)的理論曲線相似，滿足理論之空間相關性，表示空間相關性參數 θ_1 的給定合於實際。

3.3 數值模擬結果

檢視圖 10 的結果可以得知，平均風速由入流開始(x/δ=0)至 x/δ=0.5 並無顯著變化，均維持著 power law 的剖面特性。但在紊流強度剖面部份(圖 11)則在 x/δ=0.1 的位置有明顯的衰減現象，近地表的紊流強度由 25%降至約 18%，降幅接近 30%。紊流強度剖面在 $x/\delta \geq 0.1$ 之後，其衰減狀況較不顯著，甚至剖面特性趨於穩定。而在 $z/\delta > 0.6$ 之後，因紊流強度較小(小於 10%)，往下游的衰減效應亦較小，直至接近邊界層層緣處衰減效應則不再出現。

另由 10 秒時的 y 方向渦度(vorticity)等值圖結果(圖 11)可以發現，在入流面產生的渦度最強，越往下游渦度有遞減的趨勢，進而造成紊流強度衰減的狀況。同時我們也可以發現入流處所產生的渦流尺度都很小，僅略大於所設定之格網寬度，但均具有很強的渦度。依據瀑布理論(cascade theory)，大渦流將能量傳遞至小渦流直至其破滅(break down)，可以推測此時之格網尺度仍不足以涵蓋所合成之渦流尺度，使得 LES 模型介入的狀況下，造成入流面之紊流動能快速消散。此外，在接近地表處有一層負渦度區，此為固體邊界剪力(shear)所造成的，可提供紊流邊界層保持平衡之能量。

四、結論

本研究基於 MDSRFG 法產生市郊地況下之紊流來流，經過文獻建議、自相關性以及計算效率決定 M、N 矩陣的大小。接著透過與風洞實驗與理論之自相關性係數以及 Coherence 的比較，找出適切之參數值，合成出入流面之風場資料。最後，將其引入數值模擬之入流邊界條件，觀察其調適情況。綜合本研究之結果，可得到以下幾點結論：

(1) MDSRFG 方法可依使用者需求設定非等向性紊流頻譜，依據本研究所採行流程調適出之 B 地況參數，可合成出合於理論值的數值模擬入流面風場資料，並可視需求而進行調整。

(2) 本方法所合成之瞬間風速並不受上一個時間的風速影響，也就是可在獨立時間區段中分別在單一電腦中合成，最後再合併成一個完整時間段之風速資料，減少運算時間。

(3) 本研究在前述的參數設定下，於入流面合成 4000 個空間格點，所占電腦記憶體(RAM)已達 15G。若合成空間點數超過 9000 點，業已超過現有個人電腦所能擁有之記憶體上限(32G)。因此，應嘗試優化本程式，將記憶體占用量降

低。抑或是找到適當的空間內插方式，可利用較少之格點生成入流面後再內插出其他格點值，但必須確保其空間相關性且不干擾內差點的擾動性。

(4) 本研究採用 HP 的刀鋒伺服器，CPU 速度為 3.4G Hz，運用 OPENMP 方式進行 10 核心的平行運算。在前述的格點及參數設定狀況下進行運算，合成 1 秒(1000 筆風速)需要 25 小時，效率稍嫌低落，未來應可透過 GPU 顯卡增進其運算效能。

(5) 紊流強度在入流之後明顯衰減，增加 x 方向格網密度，增進小尺度渦流向下游傳遞的效果，或找到較佳之入流面設定方式應可解決此方面問題。

參考文獻

1. Sminov, A., Shi, S. and Celik, I., “Random Flow Generation Technique for Large Eddy Simulation and Particle-Dynamics Modeling,” Journal of Fluids Engineering, Vol. 123, 359-371, 2001.
2. Huang, S. H., Li, Q. S. and Wu, J. R., “A General Inflow Turbulence Generator for Large Eddy Simulation,” Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamic, Vol.98, 600-617, 2010.
3. Castro, H. G., Paz, R. R., and Sonzogni, V. E., “Generation of Turbulence Inlet Velocity Conditions for Large Eddy Simulation,” Mecánica Computational, Vol. XXX, 2275–2288, 2011.
4. Simiu, E. and Scanlan, R. H., “Wind Effects on Structures,” JOHN WILEY & SONS, INC., 3rd Edition, 1996.
5. Song, C., and Yuan, M., “A weakly compressible flow model and rapid convergence methods,” Journal of Fluids Engineering, 110(4), 441-455, 1998.
6. MacCormack, R., “The effect of viscosity in hyper-velocity impact cratering,” AIAA paper 69-354, 1969.
7. Smagorinsky, J., “General circulation experiments with primitive equations,” Month Weather Review 91(3), 99-164, 1963.
8. Courant, R., Friedrich, K. and Lewy, H., “On the partial differential equations of mathematical physics,” IBM Journal, 11(2), 215-234, 1967.

表 1、紊流產生器 B 地況參數設定

N	M	K_0	θ_1	θ_2
100	2000	0.01	5.5	0.2

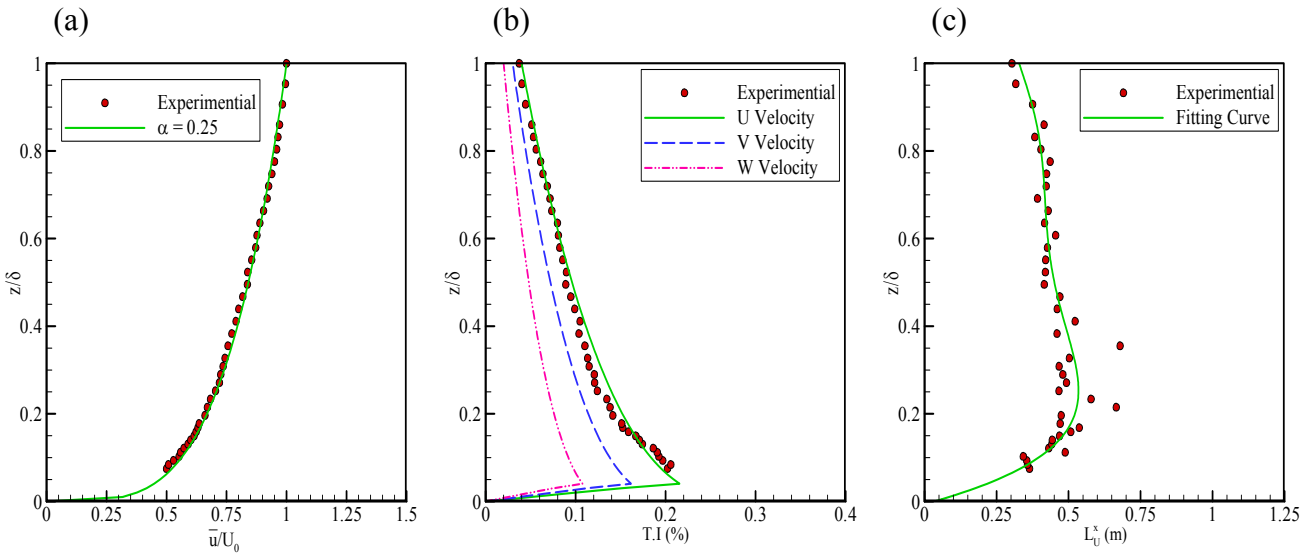

圖 1、入流剖面設定：(a)平均風速 (b)紊流強度 (c)紊流積分長度尺度

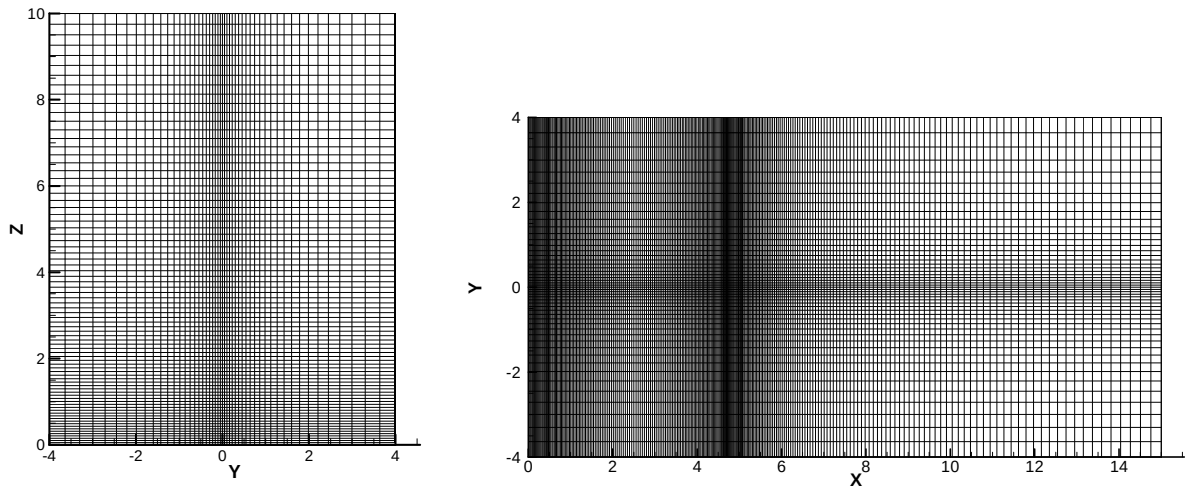

圖 2、計算域網格

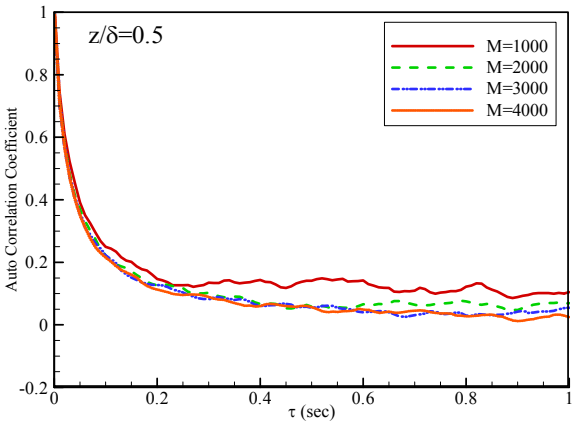

圖 3、不同M值之自相關係數比較(θ_2=0.2)

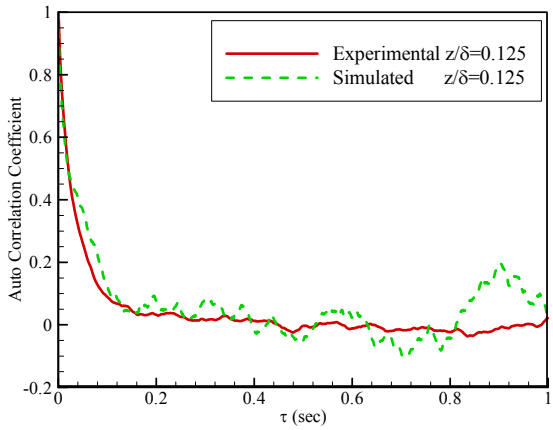

圖 4、與實驗值之自相關係數比較(θ_2=0.2)

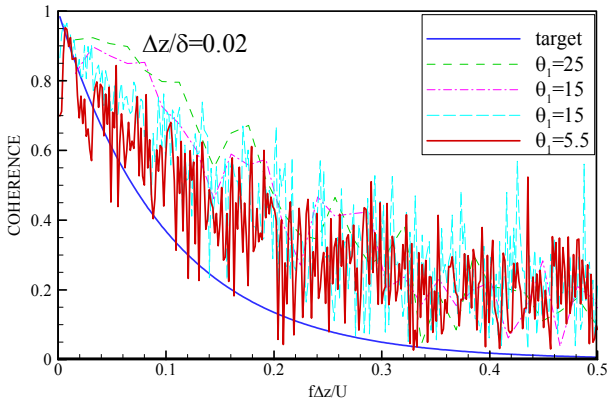

圖 5、不同θ_1之垂直向 Coherence 比較

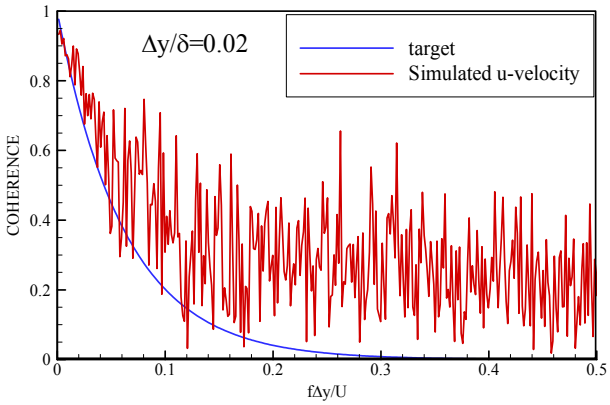

圖 6、橫風向之 Coherence(θ_1=5.5)

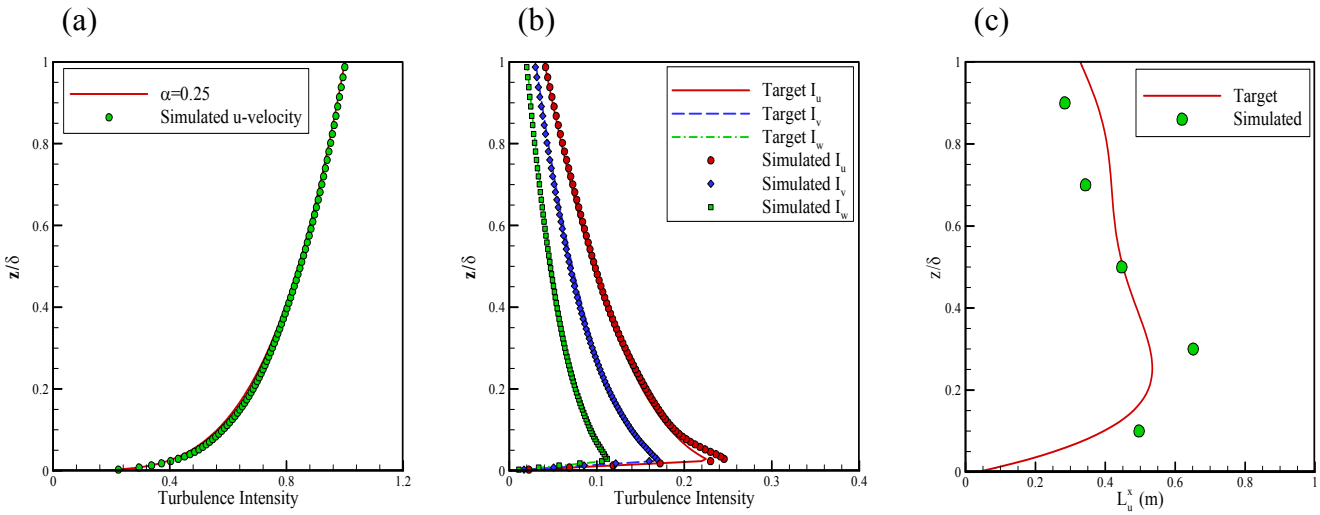

圖 7、合成之入流剖面：(a)平均風速 (b)紊流強度 (c)紊流積分長度尺度

(a) (b) (c)

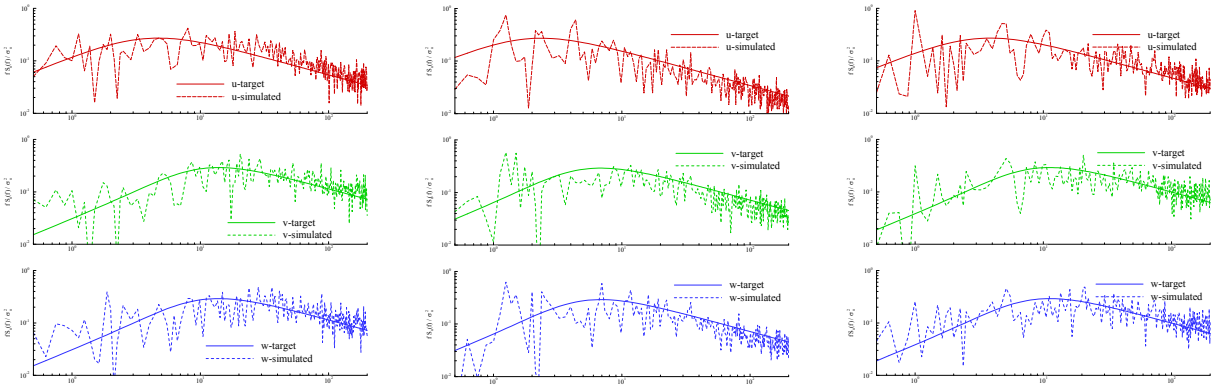

圖 8、合成產生之入流剖面頻譜：(a) z/ δ =0.125；(b) z/ δ =0.5；(c) z/ δ =0.75

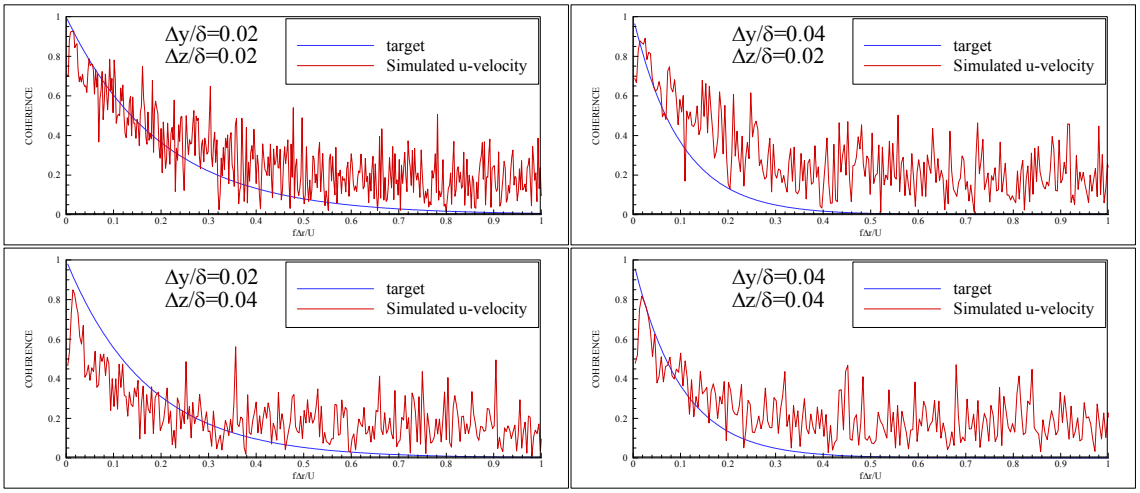

圖 9、垂直向與水平向空間變化之 Coherence

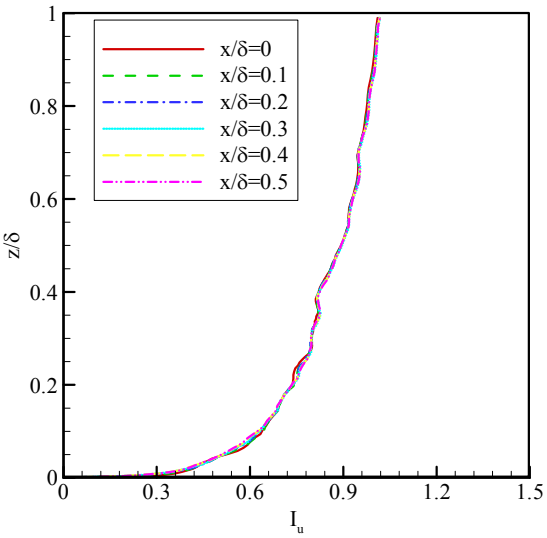

圖 10、沿中心線順風向之平均風速剖面

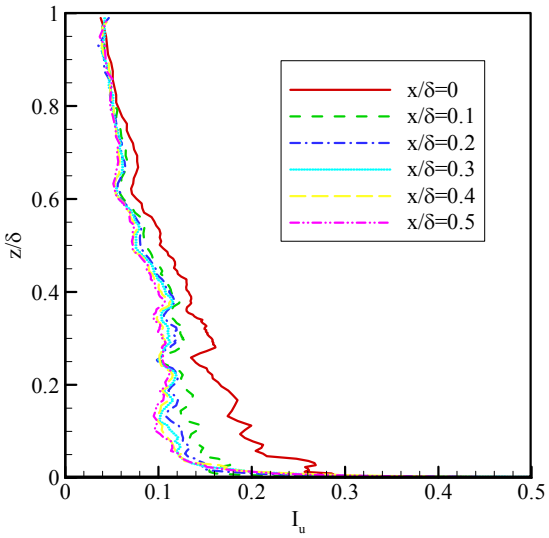

圖 11、沿中心線順風向之紊流強度剖面

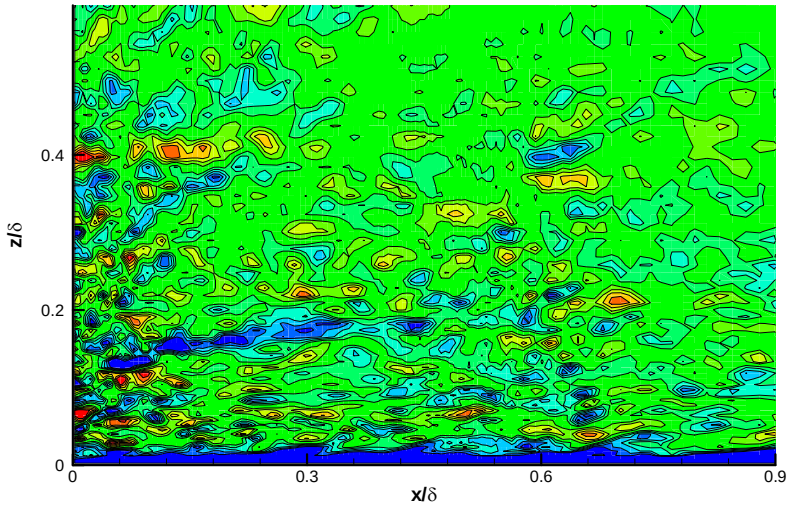

圖 12、y 方向渦度等值圖(y/δ=0)