

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

台灣地區降雨極端事件之碎形特性分析與尺度模式之建立

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2211-E-032-006-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：淡江大學水資源及環境工程研究所

計畫主持人：虞國興

計畫參與人員：王鵬瑞、陳佩名、林祺恒

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 10 月 31 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

台灣地區降雨極端事件之碎形特性分析與尺度模式之建立

The fractal analysis and scale modeling for the extreme rainfall in Taiwan

計畫編號：NSC 93-2211-E-032-006

執行期限：93 年 8 月 1 日至 94 年 7 月 31 日

主持人：虞國興 淡江大學水資源及環境工程學系教授
研究人員：王鵬瑞 淡江大學水資源管理與政策研究中心研究員
研究人員：陳佩名 淡江大學水資源及環境工程學系碩士班研究生
研究人員：林祺恒 淡江大學水資源及環境工程學系碩士班研究生

一、中文摘要

一般水文頻率分析理論係假設水文極端事件之發生乃遵循某特定機率分布，亦即利用機率分布來描述極端事件的特性。於 1996 年 Burlando 以及 Rosso 則提出尺度分析的方法，並建立降雨極端事件之單尺度與複尺度模式。Menabde(1999)及 Veneziano(2002)等人則對降雨強度-延時-頻率(intensity-duration-frequency, IDF)曲線之碎形(fractal)特性進行研究，以進一步探討降雨碎形特性與 IDF 之尺度關係。

本研究擬以碎形理論為研究基礎，深入探究台灣地區降雨極端事件之尺度不變(scale invariant)特性，並進而推導出適合台灣地區各種延時及重現期距之降雨強度尺度模式。研究中，以經濟部水利署北部地區所屬 8 個雨量站，各站歷年之年最大降雨量資料為研析對象，研究中雨量資料採用 60、120、180、360、720、1440 及 2880 分鐘共 7 種延時之降雨資料進行頻率分析及尺度特性分析，以推求各站之尺度特性因子。研究結果顯示台灣地區 IDF 關係確實存在尺度關係，在北部地區尺度因子介於 0.3 至 0.7 之間，本研究之成果可進一步供不同延時之雨量予以補遺，有助於延伸有效資料之紀錄長度。此外，研究長期之尺度變化關係，亦可作為氣候變遷之研究上探討雨量特性是否發生改變之參考。

關鍵詞：頻率分析，降雨強度-延時-頻率曲線，碎形，尺度不變性

Abstract

In general, the specific distributions are needed to adopt for the hypothesis of hydrologic frequency analysis. However, the scaling model is proposed to present either simple or multiple scaling of the rainfall intensity from extreme value storm data by Burlando

and Rosso in 1996. The pioneering study of fractal properties of intensity-duration-frequency(IDF) are also derived to linking fractality of rainfall to the scaling properties of the IDF curves, for example, Menabde et al.(1999) and Veneziano et al.(2002).

In this study, the scaling extreme rainfall model, based on the scale invariant of fractal theory, will be derived. In order to work out the identification and suitable in Taiwan, the rainfall data of north Taiwan are selected in this study. The scaling parameters and factors of each rain station are playing a important role in modeling the relation as above mentioned, thus be needed to find out firstly. Furthermore, the simulation results of various rainfall duration and return period cases, simulating by scaling model and traditional frequency analysis, will also be comparing respectively. The study is prospective with an aspect to the exploration of an appropriate scaling relationship, offers another specific method and be referable to evaluate the hydrologic risk and design.

Keywords：frequency analysis,
intensity-duration-frequency curve,
fractal, scale invariant.

二、緣由與目的

過去對降雨強度尺度分析方法之研究上，首先由 Mandelbrot 於 1982 年、Lovejoy 與 Schertzer 於 1985 年提出降雨時間序列具有尺度關係之假設；而 1996 年 Burlando 與 Rosso 則開始以年最大降雨強度為對象，進行尺度分析之先驅研究。而多重尺度之分析方法則主要是由紊流理論之分析方法而來，一直到 Schertzer 與 Lovejoy(1987)、Lovejoy 與 Schertzer (1995)、Over 與 Gupta(1994)、Gupta 與 Waymire(1993)、Perica 與 Foufoula-Georgiou(1996) 等人逐漸將其理論應用在建立降雨尺度模式之研

究上。至於 IDF 之相關尺度特性及數學分析模式方面，則有 Menabde(1999)、Willems(2000) 等人進行 IDF 尺度特性之相關研究；此外，Veneziano(2002) 則提出替代的重現期距表示方式，以及推導多種碎形尺度之分析與量測方法。國內則有鄭及許等(1999)從事降雨尺度特性於設計雨型之研究。

本研究為探討台灣地區降雨時間序列之尺度特性，研究中乃利用尺度理論(scaling theories)之分析方法，分別探討下列研究主題：探討台灣地區降雨時間序列碎形特性與尺度關係；探究不同降雨延時與重現期距之尺度特性變化；建立台灣北部地區年最大降雨強度之尺度模式關係。希冀能藉由降雨極端事件尺度特性之深入探討，而進一步提供水文風險分析與設計應用上之參考。

三、理論與研析方法

(一) 尺度轉換模式

在此首先介紹尺度轉換模式之一般理論架構，考慮一連續降雨歷程 $R(t)$ ，其表示於時間點 t 之瞬時降雨強度，則當降雨延時為 d 時，平均降雨強度表示為：

$$R_d(t) = \frac{1}{d} \int_{t-d/2}^{t+d/2} R(\tau) d\tau \quad (1)$$

針對極端事件機率導入衍生變數 I_d ，代表降雨延時為 d 時之年最大平均降雨強度，其定義為一年當中之移動平均最大值。若 I_d 為一隨機變數，其滿足累積機率密度函數 $F_d(i)$ ，即：

$$F_d(i) = \Pr(I_d < i) \quad (2)$$

當極端事件之降雨強度 $I_d \geq i$ 時，其重現期距一般可表示為：

$$T(I_d \geq i) = \frac{1}{1 - F_d(i)} \quad (3)$$

藉由經驗驗證，假設隨機變數 I_d 具有尺度特性，即：

$$I_d \stackrel{dist}{=} (d/D)^{-\eta} I_D \quad (4)$$

表示等號兩邊分布相同， η 為尺度指數，此一特性通常被稱為“嚴謹的(strict)單一尺度”。將式(4)兩邊加上冪次 q ，並取整體平均，其 q 階動差間的關係可得：

$$\langle I_d^q \rangle = (d/D)^{-\eta q} \langle I_D^q \rangle \quad (5)$$

或

$$d^{\eta q} \langle I_d^q \rangle = D^{\eta q} \langle I_D^q \rangle \quad (6)$$

滿足式(6)的 $\langle I_d^q \rangle$ 函數型式為：

$$\langle I_d^q \rangle = f(q) d^{-\eta q} \quad (7)$$

其中， $f(q)$ 為 q 的函數。有時式(7)被當做尺度的定義，通常稱為“寬鬆的單一尺度”，代表式(7)為式(4)之必要條件。而於“複尺度”的情況下，式(7)的線性指數將會以非線性函數 $K(q)$ 加以替代。

尺度特性在統計嚴謹的情況下，可以CDF型式寫成：

$$F_d(i) = F_D((d/D)^{\eta} i) \quad (8)$$

則一些IDF關係的特性將可被推導出，首先我們假設極端值的CDF具有標準化函數型式，即：

$$F_d(i) = F\left(\frac{i - \mu_d}{\sigma_d}\right) \quad (9)$$

其中， F 為與 d 無關的函數。在此假設下，由式(8)可得：

$$\mu_d = (d/D)^{-\eta} \mu_D \quad (10)$$

$$\sigma_d = (d/D)^{-\eta} \sigma_D \quad (11)$$

將式(9)、(10)及(11)帶入式(4)當中，並將 i 轉為以 $a(T)$ 及 $b(d)$ 表示的IDF關係式，即：

$$i = \frac{a(T)}{b(d)} \quad (12)$$

$$a(T) = \mu + \sigma F^{-1}(1-1/T) \quad (13)$$

$$b(d) = d^{\eta} \quad (14)$$

其中， $\mu = \mu_D D^{\eta}$ 及 $\sigma = \sigma_D D^{\eta}$ 為與 D 無關的常數。

式(7)可由實際資料以樣本平均值取代母體平均值直接驗證。為驗證式(8)，必須選取一合適的CDF以滿足資料特性。極端降雨事件之分布，通常採用極端值(EV)分布，包括、或型或一般極端值(GEV)分布。最簡單的一種為EVI(又稱為甘保分布)，根據尺度假設式(8)，其對於尺度範圍較大的實際資料有著不錯的擬合結果。

(二) 研究方法及步驟

1. 本研究所採用之資料

本研究選用經濟部水利署北部地區所屬雨量站計8站(詳如表1)，以各站歷年之年最大降雨量資料為研析對象，經轉換成雨量強度檔後進行尺度分析。研究中雨量資料採用60、120、180、360、720、1440及2880分鐘共7種延時之降雨資料進行分析。

2. 研究步驟

- (1) 首先整理台灣北部地區不同降雨延時之年最大時間序列資料，並進行資料統計分析，如平均值、變異數與偏態係數。
- (2) 本研究共採用極端值第一型(EVI)、對數皮爾生(LPT3)及對數常態(LN)等三種分佈，進行頻率分析。
- (3) 將(1)之結果，利用回歸分析不同延時與平均值與變異數間之關係，以驗證是否存在尺度關係。

- (4) 將(2)之結果,分析降雨強度 - 延時 - 頻率(IDF)關係,將不同之頻率曲線,分別以不同之迴歸曲線擬合,以推求不同頻率降雨強度與延時之尺度指數 η 。
- (5) 分析各分佈之尺度關係結果,探討台灣北部地區之尺度特性,提供降雨頻率分析之參考。

四、結果與討論

茲將本研究所獲致之結果與討論說明如下：

1. 統計分布之尺度特性分析結果

北部地區各站不同延時降雨強度之平均值與標準偏差分別對延時之迴歸關係結果如表 2 所列,並列舉其中三站為例展示如圖 1 所示。

由結果顯示,平均值與延時確實存在明顯之尺度關係,且迴歸所得之尺度因子範圍為由 0.41~0.67 之間。同樣地,標準偏差與延時確實存在明顯之尺度關係,且迴歸所得之尺度因子範圍為由 0.23~0.47 之間。因此,由上述結果亦可證明式(10)及式(11)之關係成立。

2. 降雨強度 - 延時 - 頻率 IDF 之尺度分析結果

北部地區各站不同頻率之尺度分析結果如表 3 所列,並列舉其中三站為例展示如圖 2 所示。

由結果顯示, IDF 確實存在明顯之尺度關係,且迴歸所得之尺度因子範圍為: 2 年重現期距之 IDF 尺度因子範圍為由 0.43~0.69 之間, 5 年重現期距之 IDF 尺度因子範圍為由 0.37~0.62 之間, 10 年重現期距之 IDF 尺度因子範圍為由 0.35~0.59 之間, 20 年重現期距之 IDF 尺度因子範圍為由 0.33~0.57 之間, 25 年重現期距之 IDF 尺度因子範圍為由 0.33~0.57 之間, 50 年重現期距之 IDF 尺度因子範圍為由 0.32~0.56 之間, 100 年重現期距之 IDF 尺度因子範圍為由 0.31~0.55 之間, 200 年重現期距之 IDF 尺度因子範圍為由 0.30~0.54 之間。因此,由上述結果亦可證明式(4)之關係成立。

綜合上述之結果發現, IDF、平均值及標準偏差之尺度關係特性一致,其中當重現期距越大,尺度因子會較小,同時平均值統計量之尺度關係與 2 年重現期距之 IDF 尺度因子範圍相當接近。

五、結論

本研究經由北部地區雨量站降雨強度及延時時間之尺度關係試驗結果可知:台灣地區 IDF 關係確實存在尺度關係,在北部地區尺度因子介於 0.3 至 0.7 之間。利用本研究之成果,可供相關單位將測站過去缺乏不同延時之雨量予以補遺,有助於延伸有效資料之紀錄長度。此外,研究長期之尺度變化關係,亦可作為氣候變遷之研究上探討雨量特性是否發生趨勢改變之參考。

六、參考文獻

- [1] Burlando, P., and R. Rosso, Scaling and multiscaling models of depth-duration- frequency curves for storm precipitation, *J. Hydrol.*, 187, 45-64, 1996.
- [2] Gupta, V. K., and E. C. Waymire, A statistical analysis of mesoscale rainfall as a random cascade, *J. Appl. Meteorol.*, 32, 251-267, 1993.
- [3] Koutsoyiannis, D., D. Kozonis. and A. Manetas, A mathematical framework for studying intensity-duration-frequency relationships, *J. Hydrol.*, 206, 118-135, 1998.
- [4] Menabde, M., D. Harris, A. Seed, G. Austin. and D. Stow, Multiscaling properties of rainfall and bounded random cascades, *Water Resour. Res.*, 33(12), 2823-2830, 1997.
- [5] Menabde, M., A. Seed, and G. Pegram, A simple scaling model for extreme rainfall, *Water Resour. Res.*, 35(1), 335-339, 1999.
- [6] Veneziano, D., and P. Furcolo, Multifractality of rainfall and scaling of intensity-duration-frequency curves, *Water Resour. Res.*, 38(12), 1306, 2002.
- [7] Willems, P., Compound intensity/duration/frequency relationships of extreme precipitation for two seasons and two storm types, *J. Hydrol.*, 233, 189-205, 2000.

謝誌

本研究計畫承蒙 行政院國家科學委員會工程處提供研究經費,謹致謝忱。

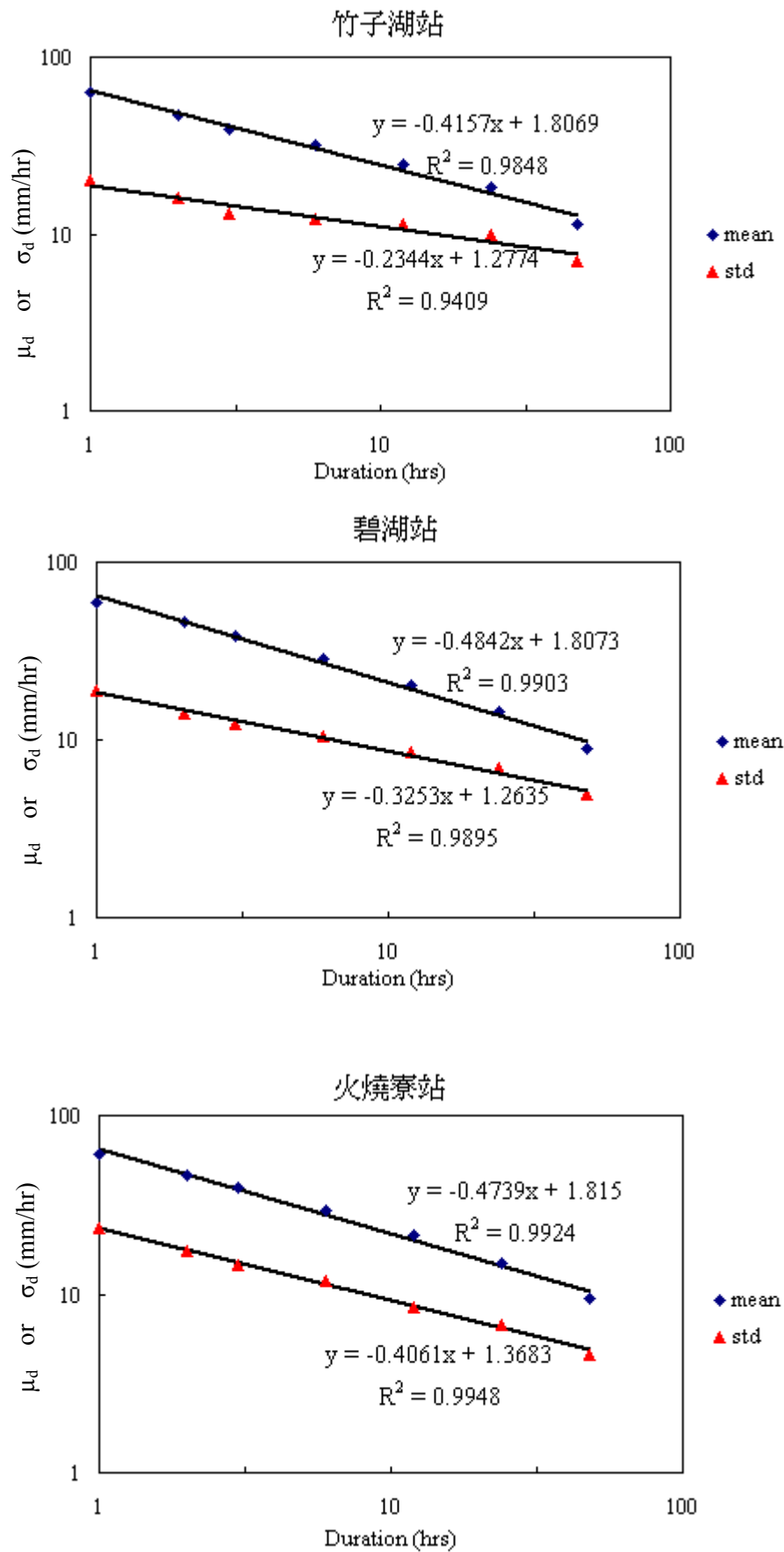


圖 1 北部地區降雨統計參數與延時之尺度關係

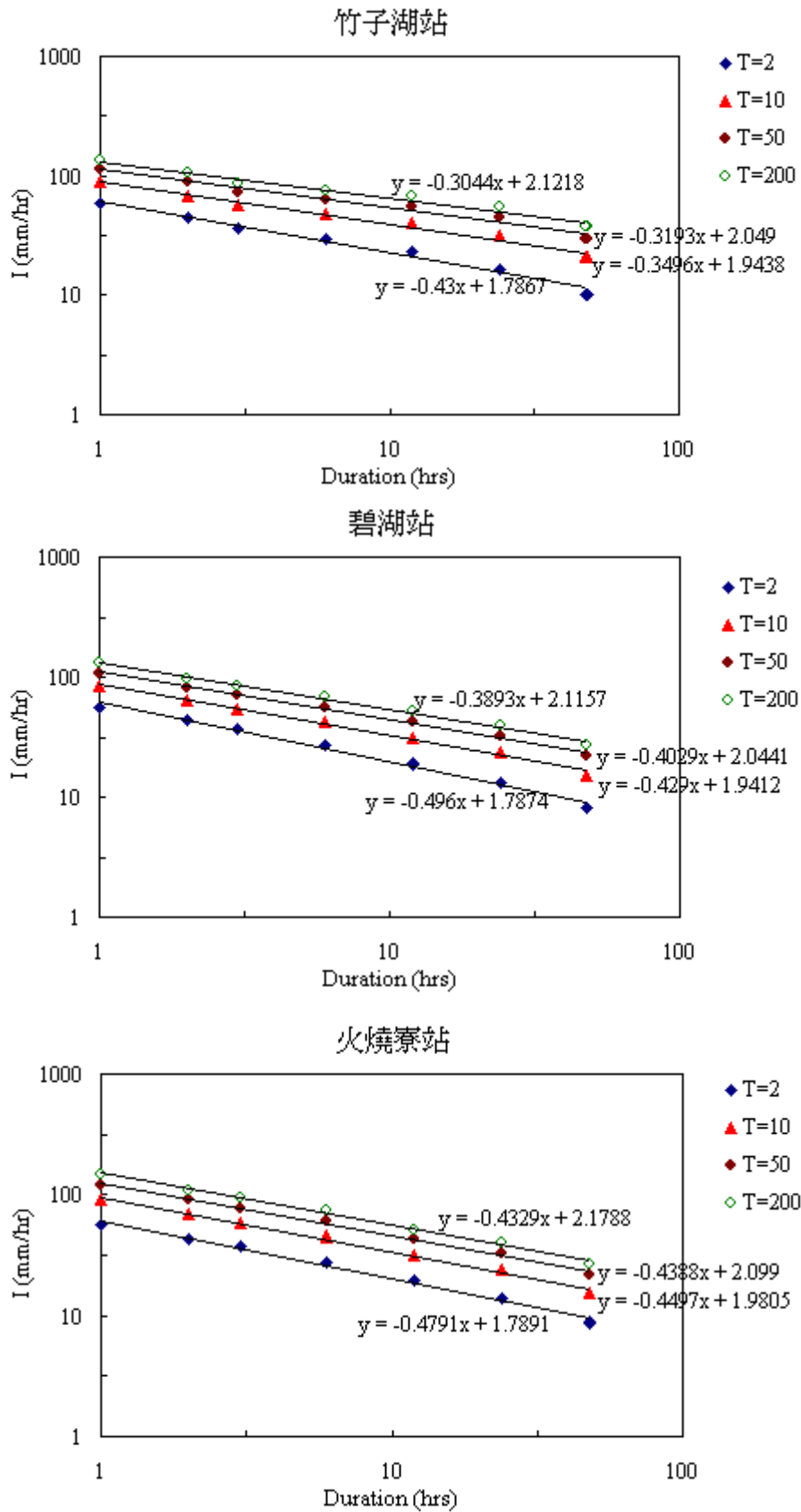


圖 2 北部地區降雨強度 - 延時 - 頻率(IDF)之尺度關係

表 1 各站高程及分析資料統計表

站號	站名	高程(m)	資料年限	分析資料數 (年)
01A420	竹子湖(2)	605	1978-2004	27
01A410	中正橋	5	1978-1979,1981-1982,1984-1987,1989-2004	24
01A190	碧湖	360	1972,1974,1976,1978-1992,1994-2004	29
01A200	火燒寮	380	1970-1982,1984-1992,1994,1996-2004	32
01A220	三峽	33	1980-1982,1984-1987,1989-1994,1994,1996-2004	20
01A440	大桶山	916	1979-1982,1984,1985-1994,1996-2004	24
01A450	坪林(4)	200	1978-1992,1994-2004	26
01C400	石門(3)	142	1978,1981-1982,1984-1987,1990-1994,1996-2004	21

表 2 各站參數迴歸分析之結果

站號	站名	平均值		標準偏差	
		迴歸尺度 η	R^2	迴歸尺度 η	R^2
01A420	竹子湖(2)	-0.416	0.985	-0.234	0.941
01A410	中正橋	-0.672	1.000	-0.471	0.985
01A190	碧湖	-0.484	0.990	-0.325	0.990
01A200	火燒寮	-0.474	0.992	-0.406	0.995
01A220	三峽	-0.619	0.997	-0.462	0.988
01A440	大桶山	-0.508	0.996	-0.342	0.981
01A450	坪林(4)	-0.490	0.993	-0.236	0.961
01C400	石門(3)	-0.583	0.997	-0.452	0.984

表 3 各重現期 IDF 之尺度分析結果

重現期(年)		2		5		10		20		25		50		100		200	
站號	站名	迴歸 尺度 η	R^2	迴歸 尺度 η	R^2	迴歸 尺度 η	R^2	迴歸 尺度 η	R^2	迴歸 尺度 η	R^2	迴歸 尺度 η	R^2	迴歸 尺度 η	R^2	迴歸 尺度 η	R^2
01A420	竹子湖(2)	-0.430	0.985	-0.372	0.984	-0.350	0.982	-0.334	0.980	-0.330	0.979	-0.319	0.977	-0.311	0.975	-0.304	0.974
01A410	中正橋	-0.691	0.999	-0.618	0.999	-0.592	0.998	-0.574	0.997	-0.570	0.997	-0.558	0.996	-0.549	0.996	-0.542	0.995
01A190	碧湖	-0.496	0.989	-0.448	0.993	-0.429	0.994	-0.416	0.994	-0.412	0.994	-0.403	0.994	-0.395	0.994	-0.389	0.994
01A200	火燒寮	-0.479	0.992	-0.458	0.994	-0.450	0.994	-0.444	0.995	-0.443	0.995	-0.439	0.995	-0.435	0.995	-0.433	0.995
01A220	三峽	-0.631	0.997	-0.584	0.997	-0.565	0.997	-0.552	0.996	-0.549	0.996	-0.539	0.996	-0.532	0.995	-0.526	0.995
01A440	大桶山	-0.520	0.995	-0.472	0.997	-0.453	0.998	-0.439	0.997	-0.436	0.997	-0.426	0.997	-0.418	0.996	-0.412	0.996
01A450	坪林(4)	-0.505	0.992	-0.439	0.993	-0.411	0.993	-0.390	0.993	-0.385	0.993	-0.370	0.992	-0.358	0.991	-0.348	0.990
01C400	石門(3)	-0.592	0.997	-0.555	0.998	-0.539	0.997	-0.528	0.997	-0.525	0.996	-0.518	0.996	-0.511	0.995	-0.506	0.995