

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

線性與非線性時序之判定一級值序列法

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2211-E-032-004-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：淡江大學水資源及環境工程研究所

計畫主持人：虞國興

計畫參與人員：黃瑋芳、鍾琬喬

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 10 月 6 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫  成果報告

期中進  
度報告

線性與非線性時序之判定一級值序列法  
Identification of Linear or Non-linear Time Series  
—Time Series Decomposition method

計畫類別： 個別型計畫  整合型計畫

計畫編號：NSC91-2211-E-032-004-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

計畫主持人：虞國興

共同主持人：

計畫參與人員：黃瑋芳、鍾琬喬

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告  完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年  二年後可公開查詢

執行單位：淡江大學水資源及環境工程研究所

中 華 民 國 92 年 10 月 6 日

### 中文摘要

一般時間序列分析方法是建立於線性模式之假設上；然而一般水文序列雖經過複雜之轉換仍無法得到良好的模擬及預測之效果。過去曾有多位學者提出如高階頻譜分析等方法研究非線性時序之特徵，藉以與線性模式區別。本研究主要目的在於運用「序列分離理論」探討線性與非線性模式結構之差異。根據「序列分離理論」，時間序列可視為「邊際分布」與「級值序列」兩資料所組成。本研究利用「序列分離理論」產生線性模式與非線性模式之合成資料並探討其 ACF 與序列邊際分布偏態係數(Cs)之關係。

**關鍵字：**非線性時序；序列分離法；自相關函數

### Abstract

Most of time series analysis methods are based on an assumption of linear models. However, most observed time series are very complicated or non-linear. In the past, higher-order spectral methods have been developed to distinguish the non-linear time series from linear time series. The objective of this study is to use the time series decomposition method to examine the difference between the linear and non-linear time series. According to the results of synthetic data of linear and non-linear models generated in this study, the autocorrelation function is more attenuated as the time series is more skewed.

**Key words :** Non-linear time series ; Time series decomposition method ; Autocorrelation function

## 緣起與目的

### 前言

水文時間序列之序率模式對於水資源系統的規劃、設計與操作有重要的影響。一般時間序列分析方法是建立於線性模式之假設上；然而一般水文序列雖經過複雜之轉換仍無法得到良好的模擬及預測之效果。過去曾有多位學者提出如高階頻譜分析等方法研究非線性時序之特徵，藉以與線性模式區別。另根據虞及莊(2000)提出「序列分離理論」，時間序列可視為由「邊際分布」與「級值序列」兩種資料所組成。楊(2001)進一步驗證其理論，證實級值序列控制資料之模式架構特性。為進一步了解「序列分離理論」應用於非線性模式之可行性，本研究嘗試應用「序列分離理論」探討線性及非線性模式結構之差異。

### 文獻回顧

過去對非線性時間序列模式之探討，較顯著者有 Subba Rao(1981)與 Granger 及 Andersen(1978)討論一參數具隨機之自迴歸模式稱為雙線性模式(Bilinear Model)；Garbade(1977)之隨機係數自迴歸模式(Random Coefficient Autoregressive Model)簡稱 RCA 模式；虞及林(1996, 1997)曾探討此二模式於水文資料之運用。亦曾有多位學者提出各種方法研究非線性時序之特徵，藉以與線性模式區別，例如：Priestley(1978)和 Subba Rao(1981)發展出非線性時間序列結構的推估理論；Hinich(1979)提出一高階頻譜分析方法判別非線性模式。本研究根據虞及莊(2000)所提序列分離理論為基礎，對於線性模式與非線性模式，做進一步探討。

### 研究目的

本研究主要目的在於運用「序列分離理論」探討線性與非線性模式結構之差異。

根據「序列分離理論」，時間序列可視為「邊際分布」與「級值序列」兩資料所組成。並且由楊(2001)之結果可得，非常態時間序列之自相關係數(ACF)絕對值較常態時間序列為小。因此，本研究利用「序列分離理論」產生線性模式與非線性模式之合成資料探討其 ACF 與序列邊際分布偏態係數(Cs)之關係，並根據其 ACF 與邊際分布 Cs 之關係，提出一種偵測線性與非線性模式的方法。

### 研究方法

本研究選用線性與非線性模式，以探討線性與非線性模式特性差異。其中，線性模式部份包含 AR(1)、AR(2)、MA(1)、MA(2)、ARMA(1,1)模式，而非線性模式部份則選取了雙線性模式以及 RCA 模式作為研究對象。

研究中以傳統方法產生之原始資料大致可分為四個部份，即按線性及非線性模式，模式噪音項之常態噪音項(Cs=0)及非常態噪音項(Cs=2；Cs=-2)等分類。

為探討線性模式與非線性模式間之差異，因此分別利用線性模式與非線性模式共 11 組產生合成資料，以進行下列分析：

1. 針對各模式繁衍合成資料，其中噪音項之產生利用近值 0，變異數 1 及特定偏態係數 Cs(Cs=0, +2, -2)，以代入模式產生原始資料 100 組。以下近似分布以  $A(\mu, \sigma^2, Cs)$  表示。本步驟所使用之噪音項分布特性分別為  $A(0,1,0)$ ， $A(0,1,2)$ ， $A(0,1,-2)$ 。
2. 應用「序列分離理論」之合成資料繁衍法，每一組原始資料各產生 100 組邊際分布  $A(0,1,Cs)$ ，其中 Cs=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 之合成資料。
3. 步驟 2 每一模式有 100 組原始資料，而每一組原始資料進一步繁衍 100 組合成資料，因此每一模式根據

「序列分離理論」共產生一特定  $C_s$  值下之 10000 組合成資料，其邊際分布為  $A(0,1,C_s)$ 。

4. 求得此 10000 組合成資料之自相關函數(ACF)平均值，稽延  $k$  取至資料樣本數之  $1/3$ ，藉以觀察合成資料之 ACF 與其邊際分布  $C_s$  值之變化關係。
5. 因合成資料間彼此 ACF 差距微小，為進一步突顯其差距，本研究取各稽延 ACF 之平方和以進行比較。
6. 比較線性模式與非線性模式於合成資料邊際分布  $C_s$  值與 ACF 平方和之關係，以此結果做為本研究分析線性與非線性模式之依據。

## 結果與討論

本研究主要目的在於利用序列分離理論以探討線性模式與非線性模式合成資料邊際分布  $C_s$  與 ACF 的關係。以下就合成資料 ACF 特性之歸納結果加以說明。

### 線性與非線性模式於 ACF 特性之歸納

根據本研究所選取出之線性模式與非線性模式，經由本研究方法進行分析，可得線性模式與非線性模式於不同  $C_s$  值下 ACF 之關係。附表 1~附表 2 為各模式合成資料於不同  $C_s$  值下之 ACF 平方和數值大小，分別說明線性模式結果(列於附表 1)；非線性模式結果(列於附表 2)。且線性及非線性模式於不同  $C_s$  值下 ACF 平方和數值順序趨勢，可見附圖 1~附圖 3，其圖中之 ACF 平方和值皆減去邊際分布  $C_s=0$  之 ACF 平方和之值，即以  $C_s=0$  時之 ACF 平方和為 0。因此，可歸納出線性模式與非線性模式於合成資料之 ACF 平方和的差異特性。

#### 1. 線性模式

依附圖 1 所列 ACF 之大小順序與

$C_s$  值之關係可得，線性模式不論加上常態噪音項亦或非常態噪音項，於合成資料上可得一規律表現，即合成資料隨著偏態的增加，其 ACF 平方和愈小，不論正偏態如此，負偏態亦然。

#### 2. 非線性模式

非線性模式依附圖 2~附圖 3 所列，於不同偏態合成資料便無同線性模式般那樣具有規律。

依據此線性模式與非線性模式於合成資料上的差異特性，便可做為本研究鑑別線性與非線性模式時之依據。

綜合上述線性及非線性模式於 ACF 特性趨勢，得 ACF 僅於模式之線性與非線性上與邊際分布  $C_s$  值有變化關係，然而於常態與非常態噪音項上，則無法直接判斷。

## 結論

傳統上，線性及非線性模式之判定須借助於高階頻譜分析。本研究根據「序列分離理論」產生合成資料，歸納線性模式與非線性模式間，其合成資料 ACF 與邊際分布  $C_s$  值之關係，線性模式隨著  $C_s$  絕對值的增加，其 ACF 平方和愈小，不論正偏態或負偏態皆呈現同一趨勢；至於非線性模式則無此規律。本研究未來將利用合成資料進一步驗證前述所歸納之 ACF 特性為線性及非線性模式判定方法，研擬出合適之判定準則，以求能進一步應用於實測資料之研究。

## 參考文獻

1. 虞國興、莊明德，「應用序列分離理論繁衍合成資料」，第十一屆水利工程研討會論文集，pp.143-148，2000。
2. 虞國興、林河山，「臺灣水文時序之模擬與預測—非線性模式之研究(II)」，農業水資源經營技術研究成果發表討論會

- 論文集，pp.149-169，1997。
3. 虞國興、林河山，「臺灣水文時序之模擬與預測—非線性模式之研究( I )」，農業水資源經營技術研究成果發表討論會論文集，pp.107-120，1996。
  4. 鄭天澤、鄭瑞芝、蔡輝榮，「雙線性時間序列模式選取方法之比較」，中國統計學報，第 33 卷，第 4 期，pp.581-602，1995。
  5. 吳柏林，時間數列分析導論，華泰書局，台北，1995。
  6. 虞國興、王育民，「線性時間序列之偵測」，臺灣水利，第三十五卷，第三期，pp.63-72，1988。
  7. Akaike, H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, Proc. 2<sup>nd</sup> International Symposium on Information Theory, (Eds. B. N. Petrov and F. Csaki), pp.267-281, Akademiai Kiado, Budapest. 1973.
  8. Granger, C. W. J. and Anderson, A. P., An Introduction to Bilinear Time Series Analysis, Vandenhoek and Ruprecht, Gottingen, 1978.
  9. Hinich M. J., “Estimating the Lag Structure of a Nonlinear Time Series”, Journal of the American Statistical Association, 74, pp.449-452, 1979.
  10. Kumar, K. “On the identification of some bilinear time series models”. Journal of Time Series Analysis 7, pp.117-122, 1986.
  11. Li, W. K. “On the autocorrelation structure and identification of some bilinear time series”. Journal of Time Series Analysis 5, pp.172-181, 1984.
  12. Liu, J. and Brockwell, P. J. “On the general bilinear time series models”. Journal of Applied Probability 25, pp.553-564, 1988.
  13. Nicholls D. F. and Barry G. Quinn, Random Coefficient Autoregressive Models: An Introduction, Springer-Verlag New York, 1982.
  14. Priestley M. B., “Nonlinear Model in Time Analysis”, The Statistician, 27, pp.159-176, 1978.
  15. Rao T. S., “On the Theory of Bilinear Time Series Models”, J. R. Statist. Soc., B.43, 2, pp.244-255, 1981.
  16. Shanmugan K. S. and Breipohl A. M., Random Signals, pp.83-87.
  17. Tong, H., Dimension Estimation and Models, Word Scientific Publishing. Co. Pte. Ltd, 1993.
  18. Tong, H., Non-linear Time Series : A Dynamical System Approach, Oxford University Press, 1990.
  19. Tong, H., Threshold models in Non-linear Time Series Analysis, Springer-Verlag, N.Y, 1983.
  20. Wei, W. S. Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods, Addison-Wesley, New York, 1990.

附表 1 線性模式之合成資料於不同邊際分布  $A(0,1,C_s=-3,-2,-1,0,1,2,3)$  之 ACF 平方和

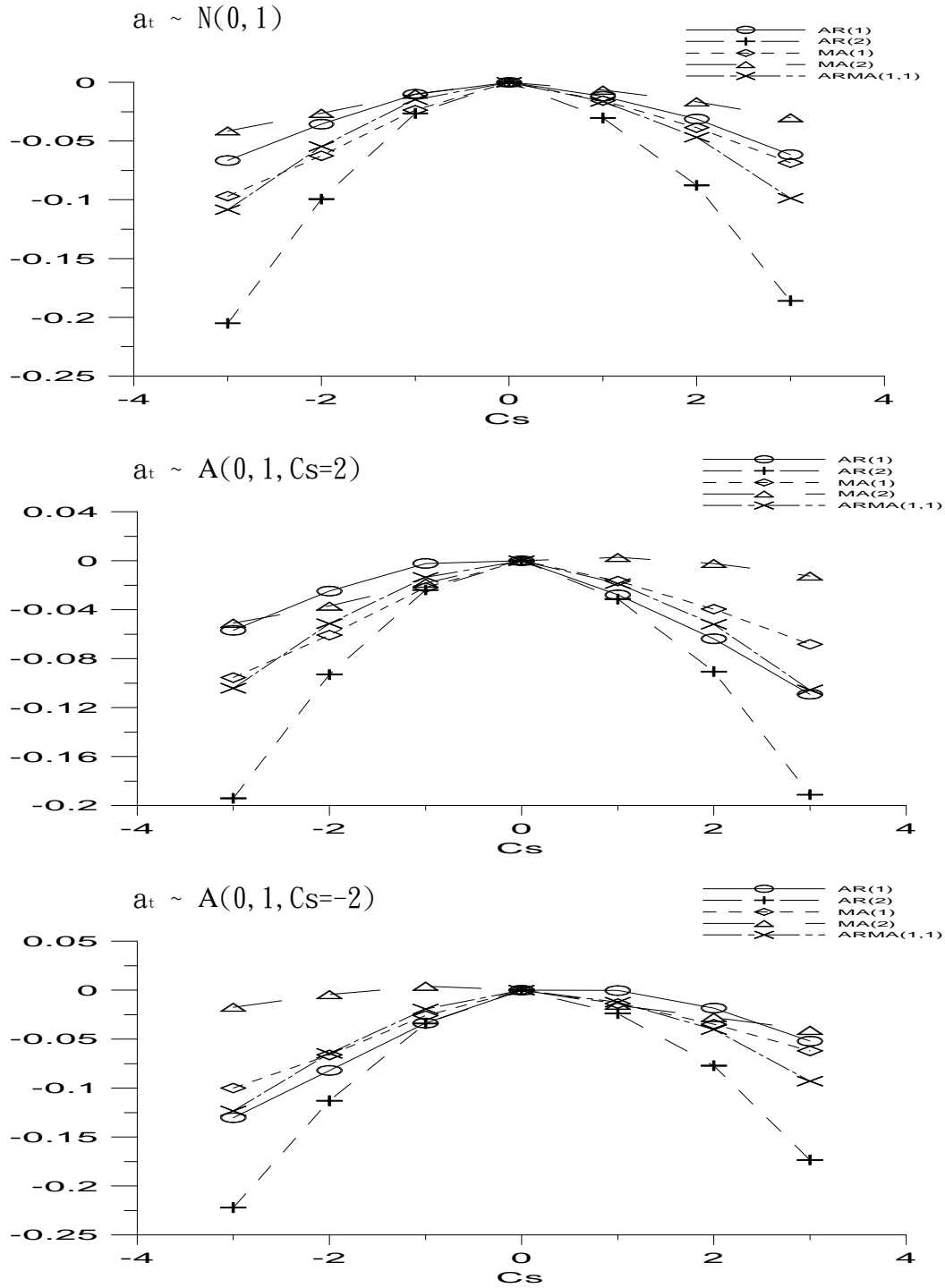
Noise 模 式		$C_s$						
		$C_s=-3$	$C_s=-2$	$C_s=-1$	$C_s=0$	$C_s=1$	$C_s=2$	$C_s=3$
常態噪音項 $\mu=0$ $\sigma^2=1$ $C_s=0$	AR(1)	1.2638	1.2948	1.3203	1.3304	1.3185	1.2992	1.2689
	AR(2)	2.2042	2.3099	2.3829	2.4093	2.3790	2.3216	2.2233
	MA(1)	1.1482	1.1826	1.2215	1.2451	1.2296	1.2065	1.1766
	MA(2)	1.0738	1.0888	1.1052	1.1151	1.1086	1.0986	1.0850
	ARMA(1,1)	1.5596	1.6136	1.6534	1.6681	1.6518	1.6214	1.5694
非常態噪音項 $\mu=0$ $\sigma^2=1$ $C_s=2$	AR(1)	1.3018	1.3339	1.3565	1.3587	1.3308	1.2949	1.2496
	AR(2)	2.2277	2.3289	2.3980	2.4219	2.3906	2.3313	2.2307
	MA(1)	1.1495	1.1842	1.2231	1.2450	1.2284	1.2054	1.1767
	MA(2)	1.0642	1.0782	1.0969	1.1152	1.1179	1.1130	1.1027
	ARMA(1,1)	1.5758	1.6285	1.6665	1.6800	1.6614	1.6280	1.5744
非常態噪音項 $\mu=0$ $\sigma^2=1$ $C_s=-2$	AR(1)	1.2464	1.2947	1.3430	1.3767	1.3763	1.3584	1.3246
	AR(2)	2.2099	2.3190	2.3979	2.4320	2.4081	2.3548	2.2585
	MA(1)	1.1434	1.1772	1.2173	1.2434	1.2297	1.2087	1.1813
	MA(2)	1.0989	1.1118	1.1204	1.1163	1.1009	1.0885	1.0754
	ARMA(1,1)	1.5669	1.6257	1.6709	1.6903	1.6780	1.6501	1.5973

附表 2 非線性模式之合成資料於不同邊際分布  $A(0,1,C_s=-3,-2,-1,0,1,2,3)$  之 ACF

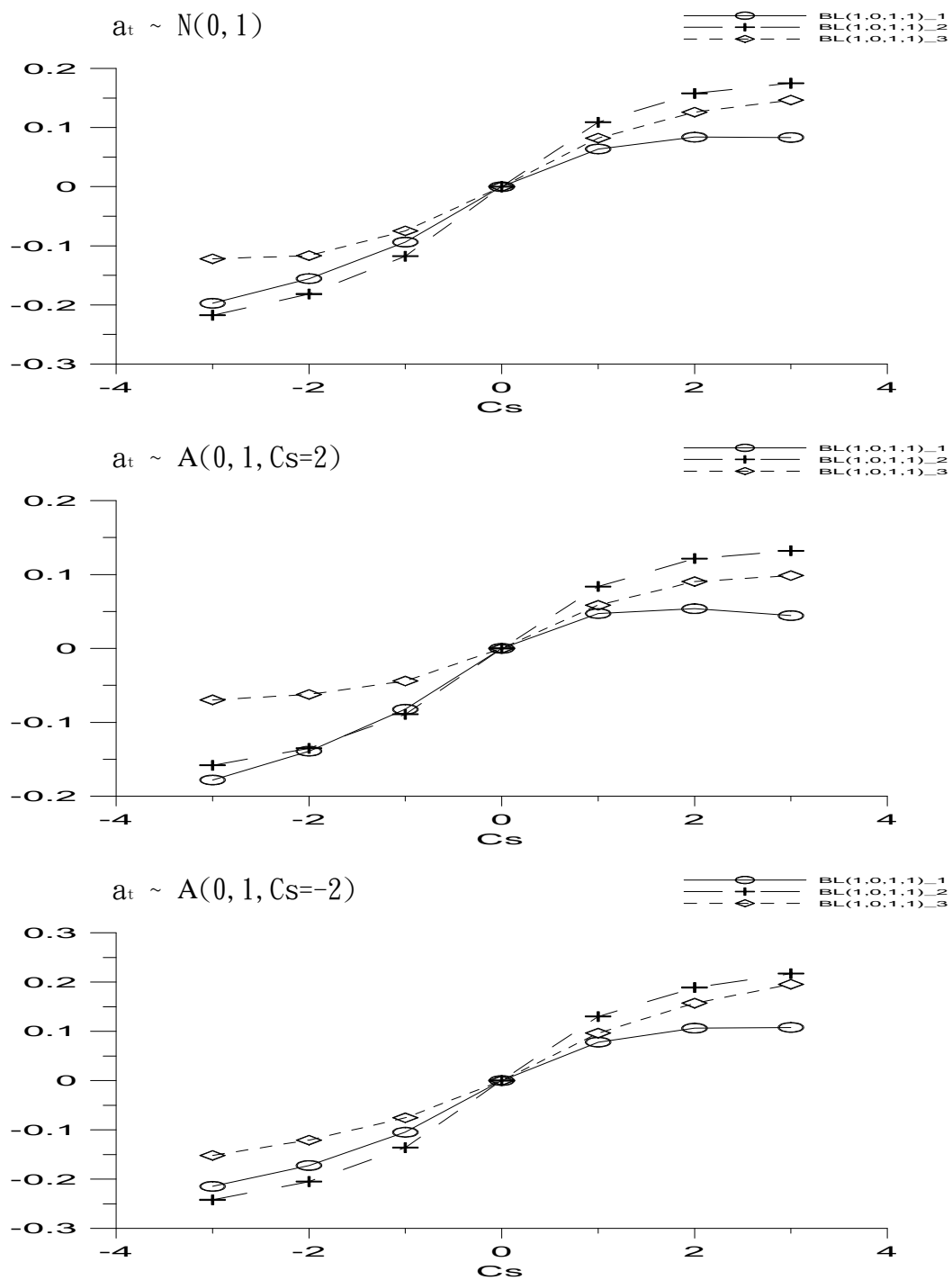
平方和

Noise 模 式		Cs						
		Cs=-3	Cs=-2	Cs=-1	Cs=0	Cs=1	Cs=2	Cs=3
常態噪音項 $\mu=0$ $\sigma^2=1$ Cs=0	BL(1,0,1,1)_1	1.1523	1.1941	1.2558	1.3496	1.4134	1.4334	1.4328
	BL(1,0,1,1)_2	1.0783	1.1141	1.1780	1.2957	1.4048	1.4535	1.4707
	BL(1,0,1,1)_3	1.0592	1.0835	1.1254	1.2002	1.2824	1.3264	1.3468
	RCA(1)_1	1.0160	1.0156	1.0143	1.0131	1.0133	1.0136	1.0140
	RCA(1)_2	1.0189	1.0171	1.0142	1.0121	1.0130	1.0142	1.0156
	RCA(1)_3	1.0462	1.0450	1.0415	1.0382	1.0391	1.0406	1.0419
非常態噪音項 $\mu=0$ $\sigma^2=1$ Cs=2	BL(1,0,1,1)_1	1.1436	1.1826	1.2393	1.3217	1.3689	1.3754	1.3661
	BL(1,0,1,1)_2	1.0338	1.0568	1.1028	1.1920	1.2757	1.3135	1.3241
	BL(1,0,1,1)_3	1.0110	1.0183	1.0365	1.0806	1.1391	1.1711	1.1792
	RCA(1)_1	1.0115	1.0113	1.0107	1.0104	1.0104	1.0108	1.0111
	RCA(1)_2	1.0100	1.0091	1.0078	1.0073	1.0077	1.0086	1.0096
	RCA(1)_3	1.0305	1.0303	1.0288	1.0279	1.0280	1.0287	1.0291
非常態噪音項 $\mu=0$ $\sigma^2=1$ Cs=-2	BL(1,0,1,1)_1	1.1025	1.1449	1.2124	1.3173	1.3953	1.4236	1.4252
	BL(1,0,1,1)_2	1.0715	1.1086	1.1775	1.3136	1.4437	1.5025	1.5307
	BL(1,0,1,1)_3	1.1983	1.2293	1.2746	1.3501	1.4464	1.5072	1.5456
	RCA(1)_1	1.0194	1.0208	1.0204	1.0185	1.0208	1.0225	1.0231
	RCA(1)_2	1.0270	1.0273	1.0252	1.0223	1.0260	1.0295	1.0318
	RCA(1)_3	1.0602	1.0626	1.0610	1.0572	1.0628	1.0675	1.0697

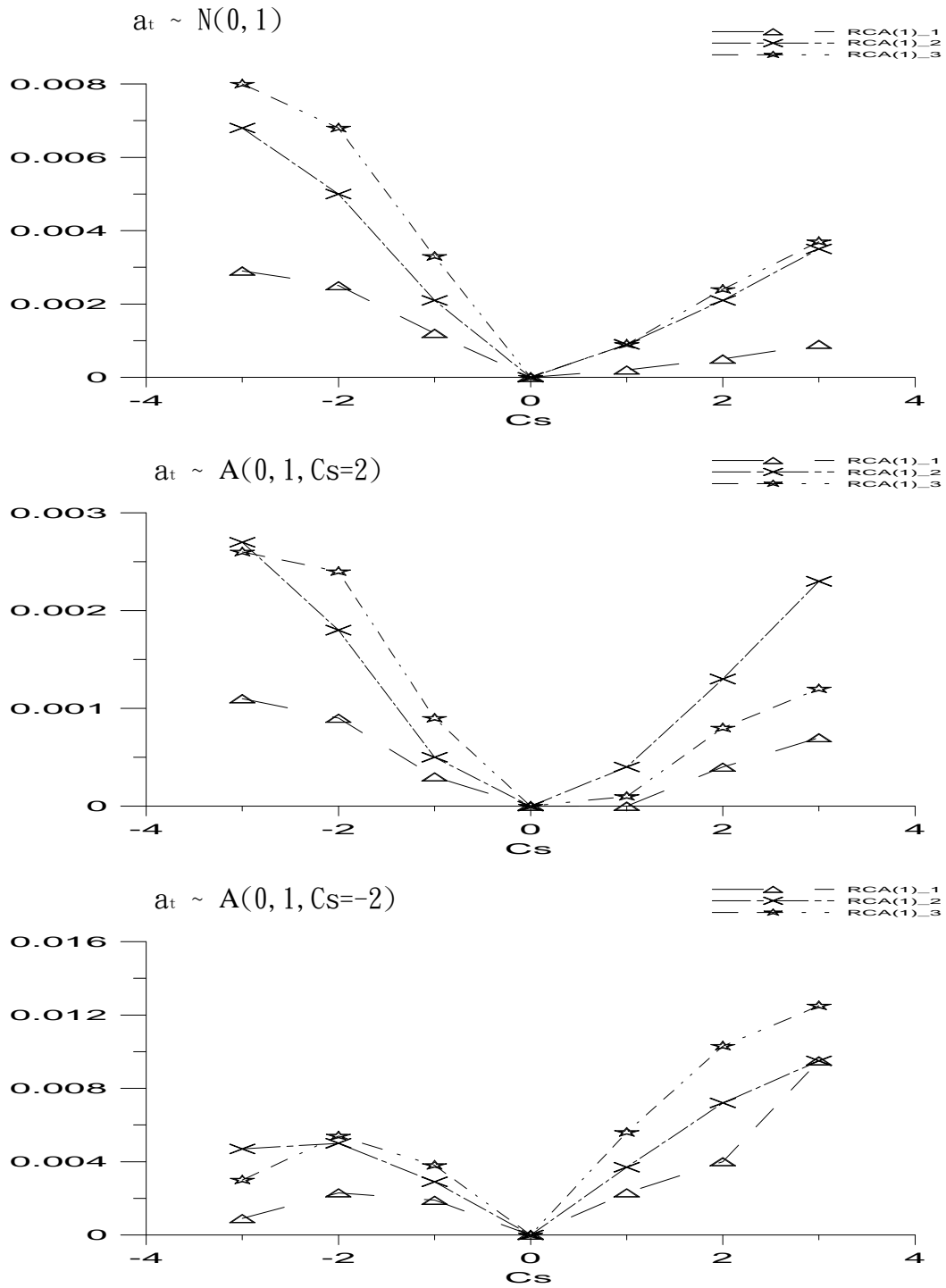




附圖 1 線性模式之合成資料於不同邊際分布  $A(0,1,C_s=-3,-2,-1,0,1,2,3)$  下之平均 ACF 平方和之關係圖，以邊際分布  $C_s=0$  之平均 ACF 平方和為 0



附圖 2 非線性模式—Bilinear Model 之合成資料於不同邊際分布  $A(0,1,C_s=-3,-2,-1,0,1,2,3)$  下之平均 ACF 平方和之關係圖，以邊際分布  $C_s=0$  之平均 ACF 平方和為 0



附圖 3 非線性模式—RCA Model 之合成資料於不同邊際分布  $A(0,1,Cs=-3,-2,-1,0,1,2,3)$  下之平均 ACF 平方和之關係圖，以邊際分布  $Cs=0$  之平均 ACF 平方和為 0