

近似分布用於水文頻率分析之研究

Application of Approximate Distribution to Hydrological Frequency Analysis

計畫編號：NSC 90-2211-E-032-023-

執行期限：90年8月1日至91年10月31日

主持人：虞國興

淡江大學水資源管理與政策研究中心主任

共同主持人：沈再勇

淡江大學水資源管理與政策研究中心研究助理

計畫參與人員：謝菊蕙、黃瑋芳

淡江大學水資源及環境工程學系研究生

一、中文摘要

一般水文頻率分析上常用之機率分布限於參數個數，無法有效掌握資料之統計特性。本研究依據現有近似分布之第二型，提出一種適用於水文資料範圍之修正型近似分布，可以擬合至四階以上之資料樣本動差，較一般常用機率分布更能掌握高階動差之特性。針對近似分布於水文頻率分析之應用，以合成資料確立其可行性，佐以實測資料驗證其適用性。就近似分布擬合理論分布之可行性分析，結果顯示以前四階動差所擬合之近似分布較適用於水文頻率分析。在理論上，本研究之近似分布可運用到四階動差，較其它常用機率分布更能有效地掌握資料之統計特性。而就實測資料之適用性分析上，不論以累積機率函數(UI)或組體圖(MSE)作比較，其結果皆顯示近似分布較一般常用之機率分布適用於水文頻率分析。

關鍵詞：近似分布、頻率分析、機率分布

Abstract

One of the critical problems in hydrological frequency analysis is that the probability distributions used in frequency analysis cannot utilize the higher-order moments of observed data. An approximate distribution is modified from Gram-Charlier approximation to gamma distribution in this study, which can utilize higher-order

moments in hydrological frequency analysis. Synthetic data and observed data are used to test the proposed method. The results indicate that approximation distribution is more suitable than commonly used probability distributions in hydrological frequency analysis.

Keywords: approximate distribution、frequency analysis、probability distributions

二、緣由與目的

根據過去之水文實測記錄，歸納其特性，推估未來可能發生之水文情形，以決定水文極端事件發生之頻率與其大小，通稱為水文頻率分析。頻率分析在水資源之規劃與設計上扮演十分重要的角色，但由於頻率分析過程中選用的機率分布不同，或參數推估的方法不同，常造成相同大小的水文事件卻有不同的頻率分析結果。

機率分布為水文頻率分析的基本依據，若採用之機率分布不適當，再加上參數推估的誤差，則依此機率分布所作之分析其可信度降低。一般常用水文頻率分析之機率分布大多為二參數或三參數之機率分布，只能擬合資料之二階或三階動差，因此無法有效利用資料之統計特性，造成分布判定上的困擾。本研究根據Freedman(1981)之第二型近似分布，提出一種適用於水文資料範圍之修正型近似分布，可以擬合至四階以上之資料樣本動

差，較一般常用機率分布更能掌握高階動差之特性。為了解近似分布於水文頻率分析之可行性，本研究分別以合成資料及實測資料探討近似分布擬合理論分布及資料樣本之情形。

對於一水文學量應屬於何種機率分布，水文學家們目前仍無共識。因此，國內各單位對頻率分析各採用不同之機率分布或推估方法。每當有水文極端事發生時，其所帶來的雨量或流量為多少年之頻率，各單位之分析結果有相當大之差異。

近似分布提供一種可以擬合水文資料之各階動差特性方法，能夠更有效利用資料之統計特性。以近似分布應用於水文頻率分析，可做為日後水資源規劃設計時之參考。

本研究探討之主題可歸納如下：

(1)為探討近似分布於水文頻率分析之應用，決定以水文頻率分析中最常用之極端值第一型分布(EV1)、皮爾遜III型分布(PT3)、三參數對數常態分布(LN3)，及對數皮爾遜III型分布(LPT3)四種分布作為理論分布，以測試近似分布擬合四種理論分布之可行性。

(2)針對臺灣地區遴選出之 32 站年最大暴雨量實測資料，分別以累積機率及機率密度探討近似分布擬合水文實測資料上之適用性。

三、結果與討論

單組合成資料結果顯示在低階時存在明顯偏差，在高階時發生振盪現象，但振盪會隨著樣本數增加而趨於緩和。大體上，以階數在 3 至 6 階時之擬合狀況較佳。

100 組合成資料結果顯示階數在 3 階以後之擬合狀況較佳，且越高階越接近理論分布，但各分布 100 組合成資料高階動差之變異性非常大，所以階數之選定不宜過高。

近似分布階數之選取為其實際應用之關鍵，在此採用 MSE 值分析方法，詳細探討階數模擬之差異列於圖 1，所示樣本數為 30，四種分布於各動差階數之擬合誤差統計量比較情形。結果顯示 PT3 的擬合狀況較佳，其次為 LPT3 和 LN3，最後為 EV1，

此一結果亦可說明搭配伽瑪分布之近似分布型式對 PT3 之擬合狀況較佳。四種分布 MSE 值之比較結果如下：

(1)近似分布對 EV1 分布之擬合情形，不論大樣本或小樣本皆顯示 4 階時之 MSE 值為最小。

(2)近似分布對 PT3 分布之擬合情形，在小樣本時以 4 階之統計量為最小，大樣本時以 3-16 階之 MSE 值較小，且差異不大。

(3)近似分布對 LN3 分布之擬合情形，不論大樣本或小樣本皆顯示 4 階之 MSE 值為最小。

(4)近似分布對 LPT3 分布之擬合情形，在三種樣本皆以 4-16 階之 MSE 值較小，且差異不大。

綜合上述比較結果，單組合成資料擬合之近似分布在 1,2 階時存在明顯偏差，在 6 階以上發生振盪現象；而各分布 100 組合成資料高階動差之變異性非常大，所以階數之選定不宜太大。以本研究之合成資料測試方法而言，以前四階動差所擬合之近似分布較適合四種理論分布。

以下分別為累積機率差異分析(UI 值)及組體圖分析(MSE 值)之結果。

實測資料 32 站五種分布之 UI 值比較如表 1 所示，整體結果顯示近似分布在 32 站 UI 值之平均值與標準差皆為最小，其次為 LN3、EV1、PT3，最後為 LPT3 分布。從表 1 中之南區 350P020、北區 030P012、中區 330P035 等三個偏態係數較大的站可看出 PT3 分布的 UI 值較大造成整體結果較差。

各站五種分布組體圖與資料組體圖在圖上之擬合情形，列於圖 2。實測資料 32 站中，五種分布組體圖與資料組體圖之各組相對頻率 MSE 值比較如表 2 所示，整體結果顯示近似分布在 32 站 MSE 值之平均值與標準差皆為最小，次者為 LN3、EV1、PT3，最後為 LPT3 分布。

根據林氏(1992)研究結果顯示臺灣地區主要都市之最大暴雨量資料適合於 PT3 分布；而虞(1989)指出考量全省最大暴雨量資料之整體表現時，宜採用 LN3 分布。而本研究不論在累積機率差異法或組體圖分析法，其整體分析結果顯示以近似分布較

其它常用分布更適用於水文頻率分析。由於本研究於全省最大暴雨量資料中只分析部份資料，北、中、南及東區依偏態係數之不同於各區選出四站，共計 32 站，因此對全省其他各站資料，尚需做進一步之研究。

四、結論

綜觀合成資料與實測資料之結論歸納如下：

(1)就合成資料之可行性分析，可了解近似分布對理論分布之擬合狀況；且經本研究方法判定以前四階動差所擬合之近似分布較適用於水文頻率分析，至於五階以上是否有更好之擬合結果，則有待進一步之探討。

(2)本研究之近似分布可運至四階動差，在理論上，較其它常用機率分布更能有效地掌握資料特性。而就 32 站年最大暴雨實測資料之適用性分析上，不論以累積機率函數(UI)或組體圖(MSE)作比較，其結果皆顯示近似分布較一般常用之機率分布適用於水文頻率分析。

近似分布為對資料擬合之方法；過去的水文頻率分析偏重於理論分布之擬合，但應用在水文實測資料時，理論分布並不存在，且資料本身存在特異值，其中變化很大，所以應該多重於研究資料受樣本之影響。

非常態水文資料之繁衍一直是水文分析上的瓶頸，倘若能利用近似分布於非常態水文資料之繁衍定能有相當的蕪獲。除此之外，近似分布在其它應用上仍有很大的空間。

五、參考文獻

1. 虞國興、黃志強，「無關機率點繪法公式」，台灣水利，第 40 卷，第三期，pp.22-33，民國 81 年 9 月。
2. 虞國興、莊明德、陳秀娟，「威克拜分布之研究及其應用於台灣地區年一日、二日及三日最大暴雨量」，八十二年度農業工程研討會，pp.289-307。
3. 虞國興、章翔萍，「混合機率分布於水文頻率分析適用性之研究」，台灣水利，第 46 卷，第四期，pp.42-51，民國 87 年 12 月。
4. Cramer H. ,*Mathematical Method of Statistics*,Princeton,NJ, Princeton University Press,1958,pp227-230.
5. Freedman R. ,“*On Gram-Charlier Approximation*”, IEEE,Transactions on Communications,Vol.29,NO.2,1981,pp463-474.
6. Kendall M.G.and Stuart A.(1963),*The Advanced Theory of Statistics*, Vol.1,London,England,Griffin,pp145-150.
7. 王如意、易任，*應用水文學*，國立編譯館，民國 69 年。
8. George C.C.(1984),*Applied Probability and Statistical Methods*,Little,Brown & Company.
9. Kite G.W.(1977),*Frequency and Risk Analyses in Hydrology*, Water Resour.Publications.
10. Rao A.R.and Hamed K.H.,*Flood Frequency Analysis*.
11. Shanmugan K.S. and Breipohl A.M.,*Random Signals*,pp83-87.
12. 林國峰，「台灣地區主要都市降雨量與延時特性之研究」，經濟部水資會委託台大水工試驗所研究計畫報告，民國 81 年 6 月。
13. 虞國興，「台灣水文頻率分析之規範標準研究」，經濟部水資會委託淡江大學水資源及環境工程研究所研究計畫，民國 78 年 12 月。告編寫須知，民國八十二年十一月。

表 1 實測資料五種分布 UI 值之結果表

測 站	年數	平均值	變異數	Cv	Cs	FV1	IN3	PT3	IPT3	近似分布
350P020	39	163.92	80.31	0.49	4.13	0.2009	0.1524	2.9361	0.1659	0.0771
350P014	41	157.57	66.85	0.42	2.54	0.1178	0.1047	0.1544	0.2201	0.0728
413P013	53	191.62	89.99	0.47	2.27	0.1018	0.0814	0.1016	0.1640	0.0619
350P021	42	167.31	57.12	0.34	1.21	0.0447	0.0455	0.0480	1.3291	0.0420
530P015	42	319.08	161.59	0.51	2.84	0.1468	0.1174	0.1557	0.1728	0.0736
370P017	43	276.96	110.64	0.40	1.7	0.0676	0.0607	0.0663	0.2193	0.0515
470P001	38	367.99	165.08	0.45	1.78	0.0786	0.0659	0.0676	0.1717	0.0566
410P017	35	317.65	123.95	0.39	1.3	0.0516	0.0522	0.0556	0.3207	0.0499
030P055	44	181.03	95.41	0.53	3.42	0.1699	0.1260	0.2713	0.1690	0.0796
091P001	41	154.24	65.62	0.43	1.92	0.0771	0.0644	0.0721	0.2160	0.0558
160P001	37	314.31	134.66	0.43	1.56	0.0856	0.0764	0.0682	0.1874	0.0782
030P035	41	154.05	58.79	0.38	1.24	0.0643	0.0629	0.0580	1.0212	0.0531
030P012	39	422.44	271.32	0.64	4.08	0.1931	0.2072	2.7172	0.2334	0.1093
030P024	44	260.40	105.56	0.41	1.61	0.0712	0.0663	0.0679	0.2710	0.0570
030P022	48	289.82	133.47	0.46	1.81	0.0742	0.0545	0.0531	0.2080	0.0444
070P010	68	227.68	86.74	0.38	1.31	0.0495	0.0473	0.0455	0.7818	0.0375
400P029	34	256.04	117.50	0.46	2.49	0.1106	0.0880	0.0972	0.1951	0.0644
300P035	36	233.46	115.99	0.50	1.68	0.0733	0.0661	0.0688	0.1859	0.0598
368P001	54	240.35	82.27	0.34	1.35	0.0454	0.0433	0.0426	1.1174	0.0346
400P021	94	209.94	84.28	0.40	1.31	0.0554	0.0547	0.0574	0.7119	0.0471
400P029	34	417.04	227.95	0.55	2.81	0.1561	0.1245	0.1707	0.1862	0.0779
420P002	36	374.35	152.85	0.41	1.64	0.0627	0.0592	0.0675	0.2115	0.0518
340P003	43	439.09	178.45	0.41	1.4	0.0873	0.0888	0.0972	0.2263	0.0860
346P003	38	409.66	149.12	0.36	1.16	0.0345	0.0342	0.0324	0.2764	0.0299
330P035	48	183.98	99.70	0.54	3.73	0.1956	0.1471	2.1559	0.1886	0.0694
290P067	42	154.81	77.05	0.50	1.68	0.0722	0.0587	0.0561	0.1861	0.0466
270P047	44	198.16	106.22	0.54	1.82	0.0813	0.0704	0.0698	0.1886	0.0671
270P023	51	168.15	60.82	0.36	1.21	0.0443	0.0435	0.0411	1.4798	0.0341
330P004	41	319.01	185.06	0.58	3.51	0.1984	0.1432	0.1976	0.1817	0.0601
291P001	53	221.18	102.63	0.46	2.1	0.0893	0.0597	0.0642	0.2330	0.0522
170P006	43	251.79	120.09	0.48	2.06	0.0941	0.0808	0.0919	0.1794	0.0734
250P017	31	410.32	198.08	0.48	1.73	0.0756	0.0616	0.0523	0.1862	0.0529
總 和						2 0700	2 6000	10 2012	11 7055	1 0075
平 均 值						0 0960	0 0815	0 3219	0 3683	0 0596
標 準 差						0 0409	0 0395	0 7542	0 3663	0 0172

表 2 實測資料五種分布 MSE 值之結果表

測 站	年數	平均值	變異數	Cv	Cs	FV1	IN3	PT3	IPT3	近似分布
350P020	39	163.92	80.31	0.49	4.13	0.0062	0.0032	0.0036	0.0065	0.0002
350P014	41	157.57	66.85	0.42	2.54	0.0018	0.0064	0.0108	0.0114	0.0017
413P013	53	191.62	89.99	0.47	2.27	0.0018	0.0006	0.0015	0.0022	0.0011
350P021	42	167.31	57.12	0.34	1.21	0.0017	0.0018	0.0021	0.0221	0.0017
530P015	42	319.08	161.59	0.51	2.84	0.0028	0.0015	0.0079	0.0105	0.0003
370P017	43	276.96	110.64	0.40	1.7	0.0008	0.0007	0.0005	0.0613	0.0009
470P001	38	367.99	165.08	0.45	1.78	0.0006	0.0005	0.0019	0.0018	0.0002
410P017	35	317.65	123.95	0.39	1.3	0.0006	0.0006	0.0008	0.0433	0.0006
030P055	44	181.03	95.41	0.53	3.42	0.0044	0.0007	0.0113	0.0120	0.0004
091P001	41	154.24	65.62	0.43	1.92	0.0017	0.0007	0.0008	0.0032	0.0014
160P001	37	314.31	134.66	0.43	1.56	0.0123	0.0108	0.0080	0.0428	0.0119
030P035	41	154.05	58.79	0.38	1.24	0.0051	0.0047	0.0040	0.0161	0.0039
030P012	39	422.44	271.32	0.64	4.08	0.0150	0.0095	0.0074	0.0012	0.0046
030P024	44	260.40	105.56	0.41	1.61	0.0015	0.0015	0.0020	0.0457	0.0015
030P022	48	289.82	133.47	0.46	1.81	0.0016	0.0003	0.0003	0.0223	0.0006
070P010	68	227.68	86.74	0.38	1.31	0.0009	0.0006	0.0003	0.0064	0.0006
400P029	34	256.04	117.50	0.46	2.49	0.0011	0.0018	0.0050	0.0059	0.0004
300P035	36	233.46	115.99	0.50	1.68	0.0009	0.0016	0.0036	0.0104	0.0013
368P001	54	240.35	82.27	0.34	1.35	0.0003	0.0003	0.0007	0.0027	0.0002
400P021	94	209.94	84.28	0.40	1.31	0.0005	0.0006	0.0011	0.0071	0.0006
400P029	34	417.04	227.95	0.55	2.81	0.0044	0.0015	0.0086	0.0089	0.0005
420P002	36	374.35	152.85	0.41	1.64	0.0018	0.0024	0.0042	0.0118	0.0017
340P003	43	439.09	178.45	0.41	1.4	0.0040	0.0045	0.0064	0.0294	0.0039
346P003	38	409.66	149.12	0.36	1.16	0.0010	0.0009	0.0007	0.0395	0.0008
330P035	48	183.98	99.70	0.54	3.73	0.0058	0.0031	0.0066	0.0081	0.0006
290P067	42	154.81	77.05	0.50	1.68	0.0041	0.0016	0.0004	0.0014	0.0021
270P047	44	198.16	106.22	0.54	1.82	0.0007	0.0007	0.0013	0.0162	0.0006
270P023	51	168.15	60.82	0.36	1.21	0.0012	0.0010	0.0008	0.0024	0.0007
330P004	41	319.01	185.06	0.58	3.51	0.0148	0.0027	0.0042	0.0048	0.0022
291P001	53	221.18	102.63	0.46	2.1	0.0015	0.0004	0.0005	0.0039	0.0011
170P006	43	251.79	120.09	0.48	2.06	0.0023	0.0003	0.0021	0.0052	0.0010
250P017	31	410.32	198.08	0.48	1.73	0.0018	0.0005	0.0013	0.0012	0.0006
總 和						0.1040	0.0690	0.1107	0.1674	0.0406
平 均 值						0.0033	0.0021	0.0035	0.0146	0.0016
標 準 差						0.0039	0.0026	0.0033	0.0158	0.0022

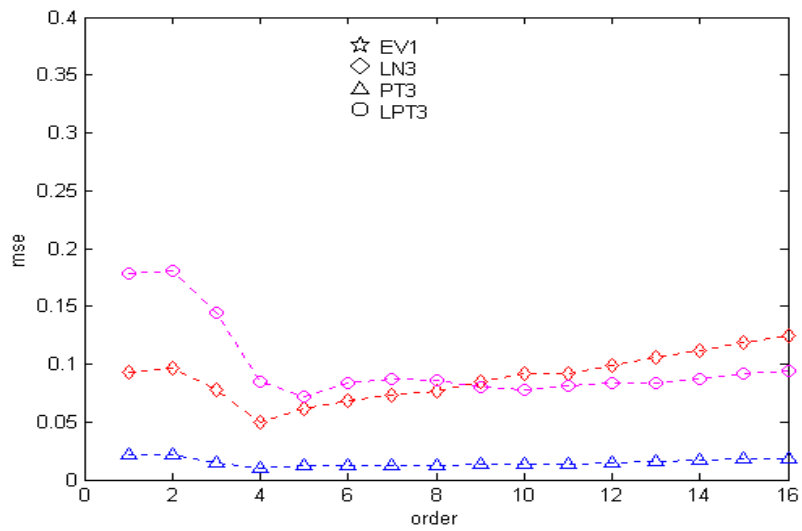
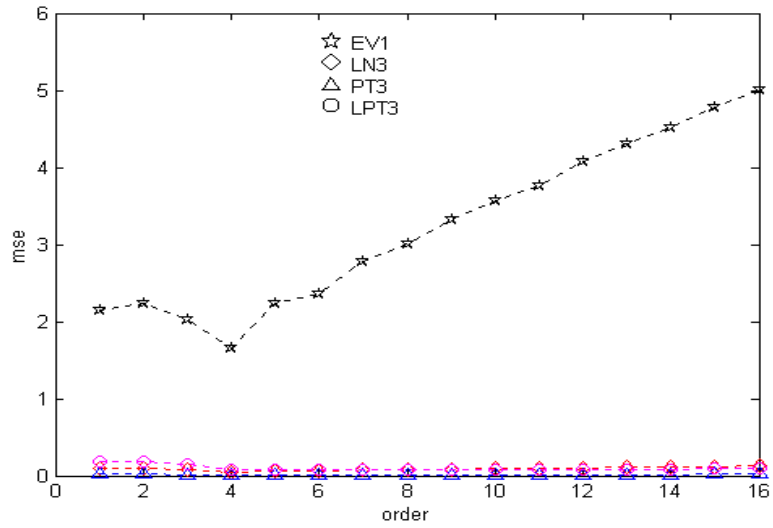


圖 1 100 組近似分布與理論分布 pdf 之 MSE 值比較圖(樣本值為 30)
(下圖為上圖之縱軸放大圖)

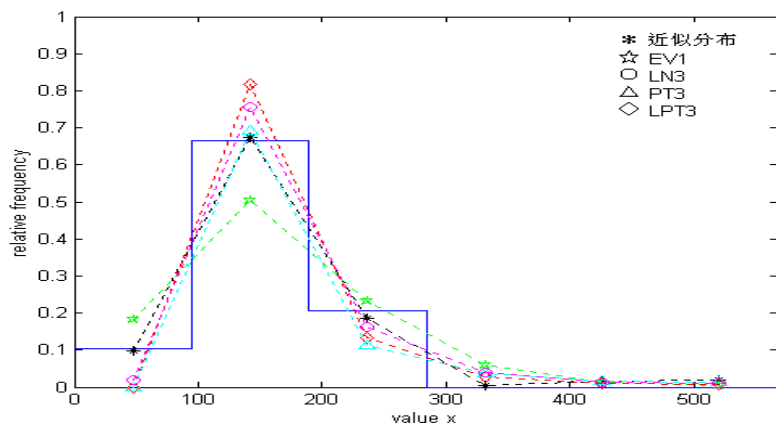


圖 2 南區(1350p020)資料組體圖及五種分布組體圖之比較圖

