

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

受控體及控制器均有擾動之強健追蹤控制器設計

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2213-E-032-009-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：淡江大學電機工程學系(所)

計畫主持人：周永山

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 10 月 31 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

受控體及控制器均有擾動之強健追蹤控制器設計

Robust Tracking Controller Design under Plant and Controller Perturbations

計畫編號：NSC 91-2213-E-032-009-

執行期限：91年8月1日至92年7月31日

主持人：周永山 淡江大學電機系助理教授

一、中文摘要

本計畫探討受擾動系統的強健追蹤控制問題。我們設計控制器使閉迴路系統，在同時有受控體擾動以及控制器的實現誤差的情況下，仍舊能保持內部穩定，而且具備漸近式的步階輸入追蹤能力。我們選擇適當的內部模型，應用新發展的 μ 合成方法求解控制器。

關鍵詞：強健追蹤， μ 合成

Abstract

This project investigates the robust tracking control problem of perturbed systems. We propose a controller design such that the closed-loop system is internally stable and is able to asymptotically track step input, in the presence of plant perturbation and controller realization error. With a proper choice of internal models, we apply a newly developed μ synthesis method to solve the controller design problem.

Keywords: robust tracking, μ synthesis

二、緣由與目的

在強健追蹤控制的問題上，影響追蹤性能的主要因素有閉迴路上系統的不確定性、外界干擾以及所選用的控制器架構。

Nevanlinna-Pick 內插方法[1, 2]是研究此問題的一種頻域技巧，然而這種方法經常設計出甚高階的控制器。而在時域的解法方面，1995年 Abedor 等人[3]，1997年 Scherer 等人[4]探討了受控體具有單一或非結構化範數限制不確定性(norm-bound uncertainty)的強健調節器(regulator)設計問題，他們的結果可直接應用到強健追蹤控制器之設計。而使用的方法可歸類為典型的 H_∞ 控制。不同的是，Abedor 等人使用 Riccati 方程式解法，而 Scherer 等人使用線性矩陣不等式解法。Riccati 方程式解法的使用通常會受限於廣義系統需滿足若干假設，而線性矩陣不等式解法不僅可移除其中一些技術性的假設，而且還可以進一步用來處理多目標性能控制的問題[4]。1997年 Hozumi 等人[5]也有類似[4]之結果，但其內部模型之選擇較為狹隘。

上述研究，多半假設不確定因素侷限於受控體本身的模式誤差，忽略了製造控制器時不可避免的實現誤差。因此本計畫所要研究的強健追蹤控制問題，就是要設計一控制器 K ，使得閉迴路系統在有若干受控體模式誤差以及控制器的實現誤差時，都

能保持內部穩定,而且具備漸近式的步階輸入追蹤能力,亦即穩態追蹤誤差為零。另外,控制器的設計也要儘可能地擴大系統所能容忍的這兩種誤差的大小,以期增加常態系(nominal plant)追蹤能力的強健性。

三、研究方法與成果

我們考慮如圖一的控制系統,引用內部穩定定理,追蹤定理,以及內部模型原理,將原問題轉換為強健穩定性問題,以 μ 合成方法求解控制器。以下針對單輸入單輸出,常態受控體本身沒有極點,也沒有零點在原點處的情形,提供追蹤控制器設計的演算法。

步驟 1: 將圖一轉換為圖二之 Δ -P-K 架構。

步驟 2: 將圖二之廣義受控體轉換至 s' -domain, 其中 $s' = s + \alpha$, $\alpha > 0$, 計算 H_∞ 控制器。再轉換回 s -domain, 得 $K_1(s)$, 計算 $g = \|F_l(P, K_1)\|_\infty$ 。

步驟 3: 交替式 LMIs 之初始化。

3.1 設定 $\gamma = \frac{1}{g}$

3.2 計算 $M = F_l(P, K_1) \leftrightarrow \begin{pmatrix} A_M & B_M \\ C_M & D_M \end{pmatrix}$

3.3 計算

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & \frac{1}{\gamma^2}I & 2M \\ 0 & 0 & 0 & I \\ \hline I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \end{array} \right) \leftrightarrow \left(\begin{array}{c|cc} \bar{A} & \bar{B}_1 & \bar{B}_2 \\ \hline \bar{C}_1 & \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} \\ \hline \bar{C}_2 & \bar{D}_{21} & \bar{D}_{22} \end{array} \right)$$

3.4 設定初始 “multiplier”

$$H \leftrightarrow \begin{pmatrix} A_h & B_h \\ C_h & D_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}I \end{pmatrix}$$

(亦即設定初始 $W = H + H^* = I$)

3.5 由 LMIs (1)-(4) 計算初始

(P, P_h, P_M)

步驟 4: 固定控制器 K_1 , 尋找新的 generalized multiplier W (交替搜尋

$\begin{pmatrix} A_h & B_h \\ C_h & D_h \end{pmatrix}$ 及 (P, P_h))

4.1 固定 (P, P_h) . 利用二分法增加 γ 直到 LMIs (1) 及 (2) 之 $\begin{pmatrix} A_h & B_h \\ C_h & D_h \end{pmatrix}$ 接近無解

4.2 固定 $\begin{pmatrix} A_h & B_h \\ C_h & D_h \end{pmatrix}$ 利用二分法增加 γ 直到 LMIs (1) 及 (2) 之 (P, P_h) 接近無解

4.3 重覆執行步驟 4.1 及 4.2 直到 γ 無法大幅增加

步驟 5: 固定 $\begin{pmatrix} A_h & B_h \\ C_h & D_h \end{pmatrix}$, 尋找新的控制器 K_1 (交替搜尋 Q 及 (P, P_M))

將 LMIs (1) 及 (3) 中的 $\bar{A}, \bar{B}_2, \bar{C}_1, \bar{D}_{12}$, 及 A_M 以下列式子取代

$$\bar{A} = A_M = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & B_2 \\ I & 0 \end{pmatrix} Q \begin{pmatrix} 0 & I \\ C_2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{B}_2 = (0 \ B_M) = \begin{pmatrix} 0 & B_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & B_2 \\ I & 0 \end{pmatrix} Q \begin{pmatrix} 0 \\ D_{21} \end{pmatrix}$$

$$\bar{C}_1 = \begin{pmatrix} 2C_M \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (2C_1 \ 0) + (0 \ 2D_{12}) \\ 0 \end{pmatrix} Q \begin{pmatrix} 0 & I \\ C_2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{D}_{12} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma^2}I & 2D_{11} + (0 \ 2D_{12}) \\ 0 & I \end{pmatrix} Q \begin{pmatrix} 0 \\ D_{21} \end{pmatrix}$$

5.1 固定 (P, P_M) 利用二分法增加 γ 直到 LMIs (1) 及 (3) 之 Q 接近無解。此時可得控制器

$$K_1 \leftrightarrow \left[I + Q \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_{22} \end{pmatrix} \right]^{-1} Q$$

5.2 固定 Q 利用二分法增加 γ 直到 LMIs (1), (3) 及 (4) 之 (P, P_M) 接近無解

5.3 重覆執行步驟 5.1 及 5.2 直到 γ 無法大幅增加

5.4 回到步驟 4

數值例子:

考慮圖一, 常態受控體 $P_0(s) = \frac{s-2}{s^2-1}$,

執行演算法得到初始控制器

$$K_1 = \frac{-9.3545s^3 - 19.064s^2 - 9.9199s - 0.20985}{s^3 + 16.241s^2 + 29.483s + 14.242}$$

$$g = \|F_l(P, K_1)\|_\infty = 9.4602$$

$$\text{所以 } \gamma_{initial} = \frac{1}{g} = 0.1057$$

疊代一次得到新的控制器

$$K_1 = \frac{-9.2257s^3 - 1.2962e007s^2 - 2.4004e007s - 5.0211e005}{s^3 + 1.405e006s^2 + 2.2376e007s + 3.6045e007}$$

以及 $\gamma_\mu = 0.10582$

$$\text{選擇擾動 } \Delta_0(s) = \frac{0.05}{s+1}, \quad \Delta_1(s) = \frac{0.05}{s+2},$$

H_∞ norm 皆小於 γ_μ .

圖三為追蹤誤差的時間圖, 驗證了追蹤誤差的確收斂到零。

註: 為避免閉迴路系統極點太接近虛軸導致收斂速度緩慢, 我們應用了極點配置的技巧使閉迴路系統極點落在 $s = -\alpha, \alpha > 0$, 的區域。

在多輸入多輸出受擾動系統的情形, 可將控制器部份設定為所有能達成常態追蹤目

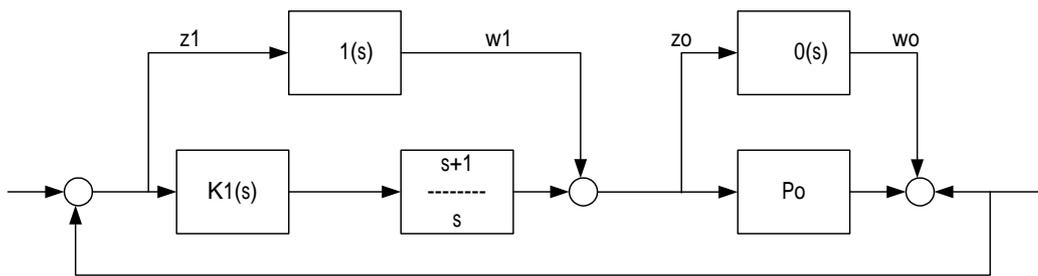
的控制器的一般式[6]。因為常態追蹤為強健追蹤的必要結果, 此舉並不會削弱控制器設計的廣義性。接下來仍究是將原問題等價轉換為強健穩定性問題, 以 μ 合成方法求解控制器。

四、結論與討論

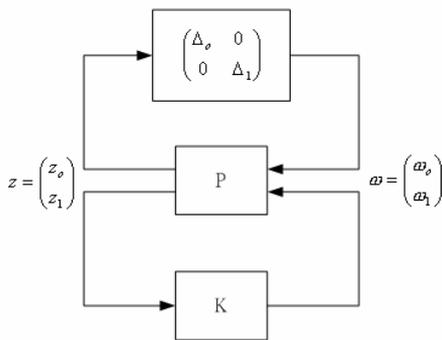
在考量受控體及控制器均有擾動的情況下, 我們提出了一個強健追蹤控制器的設計方法。數值例子驗證追蹤誤差的確收斂到零。此方法可推廣到系統內部具有多重擾動的追蹤控制問題。

五、參考文獻

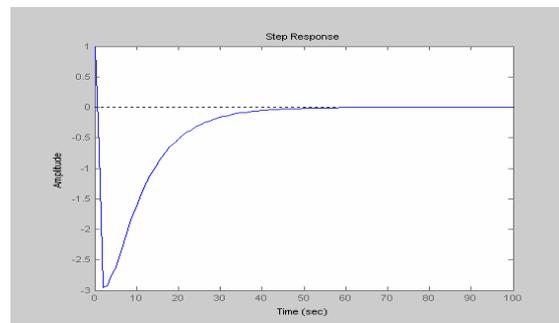
- [1] T. Sugie and T. Yoshikawa, "General solution of robust tracking problem in two-degree-of-freedom control systems", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.31, pp. 552-554, 1986.
- [2] T. Sugie and M. Vidyasagar, "Further results on the robust tracking problem in two-degree-of-freedom control systems", *Syst. Contr. Lett.*, vol. 13, pp. 101-108, 1989.
- [3] J. Abedor, K. Nagpal, P. P. Khargonekar, and K. Poolla, "Robust Regulation in the Presence Of Norm-Bounded Uncertainty", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 40, pp.147-153,1995.
- [4] C. Scherer, P. Gahinet, and M. Chilali, "Multiobjective Output-Feedback Control via LMI Optimization", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 42, pp.896-911, 1997.
- [5] J. Hozumi, S. Hara, and H. Fujioka, "Robust servo problem with H_∞ norm constraint", *Int. J. Control*, vol. 66, pp. 803-823, 1997.
- [6] A. N. Gundes and M. G. Kabuli, "Parameterization of stabilizing controllers with Integral Action", *IEEE Trans. Automat.*



圖一 受控體及控制器均有擾動的系統架構圖



圖二 Δ-P-K 架構



圖三 追蹤誤差時間圖

$$\begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \left[\begin{array}{c|c} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{A} & \bar{B}_1 \\ 0 & \bar{C}_1 & \bar{D}_{11} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & \bar{D}_{12} \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} A_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -A_h^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -A_h^T \\ \hline C_h & B_h^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_h & B_h^T \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} B_h & 0 \\ -C_h^T & 0 \\ 0 & B_h \\ -C_h^T & 0 \\ \hline D_h + D_h^T & 0 \\ 0 & D_h + D \end{pmatrix} \end{array} \right] \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & \bar{C}_2 & \bar{D}_{21} \end{pmatrix} + (")^T < 0 \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} P_h & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_h & B_h \\ C_h & D_h \end{pmatrix} + (")^T < 0 \quad (2)$$

$$P_M (A_M + \alpha I) + (")^T < 0 \quad (3)$$

$$P_M \succ 0 \quad (4)$$