增益排程與模糊控制的整合及應用--子計畫四：
聚類分析在增益排程與模糊控制之設計及應用(3/3)

Clustering Analysis in the Gain Scheduling and Fuzzy Control Design

計畫編號： NSC 89-2213-E-032-021
執行期間： 自89年8月1日 至 90年7月31日

主 持 人： 翁慶昌 淡江大學 電機系

一、中文摘要

在只知系統的輸出入資料的情況下，本研究子計劃的重點在於探討如何應用聚類分析並提出一些更加有系統及有效率的聚類演算法，然後應用所提的聚類演算法來提出一些系統結構及設計方法來有利於增益排程與模糊控制的設計及應用。在這三年研究中，本研究計畫已提出一些新的聚類演算法來改善一般常用聚類演算法之缺點，這些方法將使資料的聚類分析將更形有效且適用性更廣。此外，我們亦應用所提的聚類演算法與其他方法做結合並提出多輸入模糊建模的方法，這些方法都可有效的解決在只知系統之輸出入資料情況下的模糊建模問題。

關鍵詞：聚類分析；模糊建模；遞迴式最小平方法

Abstract

The objective of the sub-project is to propose some clustering algorithms such that they can be effectively applied to design fuzzy systems. In the three years of this project, some clustering algorithms are proposed to improve the common drawbacks of the general clustering algorithms such that the proposed methods for data clustering is effective and flexible. Furthermore, the proposed clustering algorithms and the other methods are combined to effectively build a multi-input fuzzy model where only the input-output data of the identified system are available.

Keywords：Clustering analysis; Fuzzy modeling; Recursive least square error

二、計劃緣由與目的：

由於我們所遇到的系統往往很難取得它的完整數學表示式，所以本研究擬在此情況下探討如何透過聚類分析的技巧來達成模式鑑別該系統表示式的工作，而鑑別系統的好壞直接影響後續的控制器設計，所以如何完善前置處理的聚類演算法是本研究計畫的首要工作。所以本研究子計畫首先針對一般常用的聚類演算法之缺點探討如何提出一更加有系統及有效率的聚類演算法，我們希望所提出的方法能具有以下的特性：(a)可自動找出群聚數目；(b)可找出極為精確的群聚中心位置；(c)群聚中心的初始位置不用須先設定；(d)與所欲分類的資料群的形狀無關，而僅與資料的分佈有關。此方法將可在聚類分析問題之探討上提供一新且有效的聚類演算法。此外，我們擬探討如何改善在傳統模糊系統的設計上，模糊規則必須預先設定的缺點。我們將應用所提的聚類演算法與遞迴式最小平方法提出一多輸入模糊建模的方法，此方法將可有效的解決在只知系統之輸出入資料情況下的模糊建模問題。

三、研究方法及成果：

綜合三年在聚類演算法與模糊系統的設計上，我們所提基本主要的研究方法及成果如下：

3.1 聚類分析法

聚類分析主要是用來分析資料結構本身是否聚集的現象，其目的是根據資料間的相似程度性將一組資料予以分群，使得每群裏的資料彼此之間具有較高的相似性，而與其

它群裏的資料則具有較大的差異性。為了達到群聚分析的目的，我們考慮一參考資料樣本，此參考資料樣本為資料群中的資料樣本，同時設法從此資料中找出和此參考資料樣本相似程度高的資料樣本，而這些和參考資料樣本高相似性的資料便可能和此參考資料為同一群聚的資料樣本。因此，我們便將此參考資料樣本進行疊代，其利用參考資料樣本和資料樣本間的相似程度進行加權疊代，使得此參考資料樣本經疊代後便會往參考資料所屬的群聚之中心移動。因此，我們便可將資料的每一個資料樣本視為參考資料樣本，並進行上述的加權疊代動作，每一個資料樣本在經過加權疊代之後便會往個自所屬的群聚中心移動，而整個資料樣本進行疊代的動作我們稱為資料群聚分析的一次疊代，由此可知，我們所提的學習方法屬於批次學習法則，也就是當所有資料樣本學習之後全部疊代移動。接著我們再以疊代後的資料樣本群再進行上述的學習法則，因此，隨著疊代的過程資料樣本便會往所屬群聚的中心移動，最後便會使得屬於同群的資料樣本重疊在群聚中心位置上。因此，考慮一 p 維 n 筆的資料樣本集合 $X=\{\underline{x}_1,\underline{x}_2,\cdots,\underline{x}_n\}$, $\underline{x}_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{ip}), i=1,2,\cdots,n$，所提的聚類分析法則便如下所示：

步驟一：定義 n 個移動向量 $\underline{v}_i (i=1,2,\cdots,n)$，同時令 $\underline{v}_i=\underline{x}_i$，亦即 $\underline{x}_i$ 為 $\underline{v}_i$ 的初始的移動向量。

步驟二：計算參考移動向量 $\underline{v}_i$ 和移動向量 $\underline{v}_j$ 的相似程度 r_{ij}

$$r_{ij}=\exp\left(-\frac{\left\|\underline{v}_i-\underline{v}_j\right\|^2}{2\sigma^2}\right)$$
$$i=1,2,\cdots,n,\ j=1,2,\cdots,n, \qquad (1)$$

其中 $\left\|\underline{v}_i-\underline{v}_j\right\|$ 表示 $\underline{v}_i-\underline{v}_j$ 的長度，σ 表示高斯函數的寬度。

步驟三：更改參考移動向量 $\underline{v}_i$ 和移動向量 $\underline{v}_j$ 的相似程度為

$$r_{ij}=\begin{cases}0, & \text{if } r_{ij}<0.01,\\ r_{ij}, & \text{otherwise.}\end{cases} \qquad (2)$$

步驟四：進行移動向量 $\underline{v}_i$ 的疊代，使得 $\underline{v}_i$ 經疊代後移動至 $\underline{v}_i'$

$$\underline{v}_i'=\frac{\sum_{j=1}^{n} r_{ij}\underline{v}_j}{\sum_{j=1}^{n} r_{ij}},\ i=1,2,\cdots,n. \qquad (3)$$

步驟五：若 $\sum_{i=1}^{n}\left\|\underline{v}_i-\underline{v}_i'\right\|^2<\xi$，其中 ξ 為一幾乎為 0 的正數，其表示移動向量已收斂至所屬的群聚中心位置，則至步驟六；否則，令 $\underline{v}_i=\underline{v}_i', i=1,2,\cdots,n$，再回到步驟二。

步驟六：根據最後移動向量收斂的結果，我們可以得到以下的資訊：(a)移動向量收斂的向量數目為表示此資料的群聚數目。(b)移動向量收斂的位置便為群聚中心位置。(c)依據每個資料樣本最後收斂的位置來決定每個資料樣本屬於那一群。

由此法則運算後之結果便會使得移動向量收斂於數個向量，而這些向量便可以決定群聚數目和群聚中心位置，並可由移動向量最後收斂於那一個向量來決定此移動向量屬於那一個群聚，藉此將特徵向量做適當的分群。由上述步驟可知，所提出的聚類分析法則不需要事先設定群聚數和初始群聚中心位置，便可找出此組特徵向量的潛在結構。因為所提聚類演算法具有不需事先設定群聚數和初始群聚中心位置的特性，因此我們可以應用所提聚類演算法所得到的群聚中心位置來建構初始的模糊系統，再適當的結合其他方法將可有效的解決在只知系統之輸出入資料情況下的模糊建模問題。以下針對應用所提聚類演算法與遞迴式最小平方法所提出一多輸入模糊建模的方法做一介紹。

3.2 應用聚類分析法與遞迴式最小平方法於模糊建模

考慮一組經由觀察欲鑑別系統所得的 n 筆輸入輸出資料 $\{\underline{x}_i|1,2,\cdots,n\}$，其中 $\underline{x}_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{ip})$ 為一 p 維的空間向量，

$(x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{i(p-1)})$**為第 i 個輸入輸出資料的輸入資料，而**$x_{ip}$**為其相對應的輸出資料。若此資料經由所提的聚類法則運算後得到 r 個群聚，此 r 個群聚中心位置為**$\{\underline{c}_m | 1, 2, \cdots, r\}$**，其中**$\underline{c}_m = (c_{m1}, c_{m2}, \cdots, c_{mp})$**，則我們便可利用所得到的群聚中心位置來產生模糊規則庫以建立粗略的模糊系統。在此，我們將所得的群聚結果，以一個群聚映射成一條模糊規則來建立模糊規則庫。因此，若我們要建立 TS 模糊系統，則其模糊規則庫依照群聚結果可表示為：**

$$R_m : \text{IF } \underline{x} \text{ is } A_m \text{ THEN } y \text{ is } y_m = b_{m0} + \sum_{j=1}^{p-1} b_{mj} x_j . \quad m=1,2,..,r \qquad (4)$$

其中 r 是模糊規則數，$\underline{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_{p-1})$**為模糊系統的輸入變數，y 為模糊系統的輸出變數，**A_m**為第 m 條模糊規則前件部的模糊集合，其以一高維的歸屬函數所定義，而**y_m**為第 m 條模糊規則後件部的模糊集合，其為一實數值，亦即後件部採用單點模糊化的型式。根據聚類分析的結果，前件部的模糊集合我們以一高維的高斯函數來表示**

$$A_m(\underline{x}) = \exp\left(-\frac{\sum_{k=1}^{p-1}(x_k - c_{mk})^2}{2\delta_m^2}\right), \quad m=1,2,..,r \qquad (5)$$

其中δ_m**為高斯函數的寬度。為了求得適當的**δ_m**來符合第 m 個群聚的輸入資料的行為，我們令**

$$A_m(\underline{x}_m^*) = \alpha \qquad (6)$$

其中$\underline{x}_m^* = (x_{m1}^*, x_{m2}^*, \cdots, x_{m(p-1)}^*)$**為第 m 群的資料中，離第 m 群的群聚中心**$\underline{c}_m$**最遠的資料之輸料資料，亦即我們令**$\underline{x}_m^*$**對於模糊集合**A_m**的歸屬值為**α**，一般而言，**α**的值我們建議為**$[0.1, 0.3]$**。因此，根據式(5)及式(6)，我們可以求得模糊集合之歸屬函數的寬度**δ_m**為**

$$\delta_m = \sqrt{\frac{-\sum_{k=1}^{p-1}(x_{mk}^* - c_{mk})^2}{2\ln(\alpha)}} \qquad (7)$$

為了建立模糊系統來趨近此欲鑑別系統的行為，我們採用一個群聚來產生一條模糊規則。我們利用群聚分析的群聚數目便可得知模糊規則庫的規則數 r，更進一步利用群聚的中心位置及分類結果，便可得知模糊規則前件部的參數$(c_{m1}, c_{m2}, \cdots, c_{m(p-1)}, \delta_m)$**，藉此來建立前件部的模糊集合。因此，我們便可以從群聚分析的結果來分割輸入空間，並以模糊集合來描述每一個子空間，藉此來描述輸入資料的行為。為了使得所建立的模糊系統趨近欲鑑別的系統，我們利用遞迴式最小平方法不斷地學習系統輸入輸出資料的行為，使得最小平方誤差函數**

$$E = \sum_{i=1}^{n}(y_i - y_i^d)^2 \qquad (8)$$

能達到最小，其中$y_i^d = x_{ip}$**為輸入資料**$\underline{x}_i^{in} = (x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{i(p-1)})$**的目標輸出資料，而**$y_i$**是相同輸入的模糊系統輸出資料。由於模糊系統解模糊化部分我們採用重心法，則輸出為**

$$y_i = \frac{\sum_{m=1}^{r} A_m(\underline{x}_i^{in}) \cdot y_m}{\sum_{m=1}^{r} A_m(\underline{x}_i^{in})} = \sum_{m=1}^{r} g_{mi} \cdot y_m = \sum_{m=1}^{r} g_{mi} \cdot \left[b_{m0} + \sum_{j=1}^{r} b_{mj} x_j \right] \qquad (9)$$

其中g_{mi}**是第 m 條規則的對於輸入資料**$\underline{x}_i^{in}$**正規歸屬值，其定義為**

$$g_{mi} = \frac{A_m(\underline{x}_i^{in})}{\sum_{j=1}^{c} A_j(\underline{x}_i^{in})}, \; m = 1, 2, \cdots, r, \qquad (10)$$

因此，模糊系統最理想的情況為其輸出和實際的輸出皆完全相同時，亦即

$$x_{ip} = \sum_{m=1}^{r}\left[g_{mi} b_{m0} + g_{mi} \sum_{j=1}^{p-1} b_{mj} x_{ij} \right], \quad i=1,2,..,n \qquad (11)$$

我們將上式改寫成矩陣方程式為

$$Y = WB, \tag{12}$$

其中

$$Y = \begin{bmatrix} x_{1p} & x_{2p} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}^T, \tag{13}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{10} & b_{20} & \cdots & b_{1(p-1)} & \cdots & b_{r0} & b_{r1} & \cdots & b_{r(p-1)} \end{bmatrix}^T,$$

$$W = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{11}x_{11} & \cdots & g_{11}x_{1(p-1)} & \cdots & g_{r1} & g_{r1}x_{11} & \cdots & g_{r1}x_{1(p-1)} \\ g_{12} & g_{12}x_{21} & \cdots & g_{12}x_{2(p-1)} & \cdots & g_{r2} & g_{r2}x_{21} & \cdots & g_{r2}x_{2(p-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ g_{1n} & g_{1n}x_{n1} & \cdots & g_{1n}x_{n(p-1)} & \cdots & g_{rn} & g_{rn}x_{n1} & \cdots & g_{rn}x_{n(p-1)} \end{bmatrix} \tag{14}$$

接著，根據遞迴式最小平方法的調整參數方式，我們可得到後件部參數 $\{b_{mj} | m = 1,2,\cdots,r, j = 1,2,\cdots,p-1\}$ 的更改方式分別如下：

$$B_{k+1} = B_k + S_{k+1} \cdot w_{k+1}^T \cdot (x_{k+1}^p - w_{k+1} \cdot B_k), \quad k=0,1,2,..,n-1, \tag{15}$$

$$S_{k+1} = S_k - \frac{S_k \cdot w_{k+1}^T \cdot w_{k+1} \cdot S_k}{1 + w_{k+1} \cdot S_k \cdot w_{k+1}^T}, \quad k=0,1,2,..,n-1, \tag{16}$$

其中 w_k 為矩陣 W 的第 k 列向量，$B_0 = 0$ 為矩陣 B 的初始值，$S_0 = \beta I$ 為矩陣 S 的初始值，而 β 為一個大的正值，為一個 $(r \cdot p) \times (r \cdot p)$ 的單位矩陣。因此，經由遞迴式最小平方法的調整後件部參數後，我們可得到最後的後件部參數為 $B = B_n$，而得到所設計的模糊系統以來趨近系統的輸入輸出行為。

四、結論與討論：

在這三年研究中，本研究計畫主要成果有:(a)在聚類分析之探討上，本研究提出一些更加有系統及有效率的聚類演算法，這些方法將使資料的聚類分析將更形有效且適用性更廣。其可改善一般常用的聚類分析方法所遇到之缺點，使資料的分析能更正確、更有效率。此外，所提的聚類演算法可以很容易的被應用在模糊系統的設計上。此設計方法將有利於增益排程與模糊控制的設計及應用。(b)在模糊建模的探討上，我們應用所提的聚類演算法與其他方法做結合並提出多輸入模糊建模的方法來使所建立的模糊系統能更有效率且更正確的表達所要辨證的系統，這些方法都可有效的解決在只知系統之輸出入資料情況下的模糊建模問題。

References:

[1] S. Abe and M.S. Lan, "Fuzzy rules extraction directly from numerical data for function approximation," IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 25, pp.119-129, 1995.

[2] J.C. Bezdek, *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithm*, Plenum Press, New York, 1981.

[3] M. Delgado, A. F. Gomez-Skarmeta and F. Martin, " A fuzzy clustering-based rapid prototyping for fuzzy rule-based modeling," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 5, No. 2, pp. 223-232, 1997.

[4] H. Ishibuchi, R. Fujioka and H. Tanaka, "Neural networks that learn from fuzzy if-then rules," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 5, No. 2, May, 1997.

[5] J.S. Jang, C.T. Sun and E. Mizutani, *Neuro-Fuzzy and Soft Computing*, Prentice Hall, New Jersey, 1997.

[6] Y.H. Joo, H.S. Hwang, K.B. Kim and K.B. Woo, "Fuzzy system modeling by fuzzy partition and GA hybrid schemes," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 86, pp. 279-288, 1997.

[7] E. Kim, M. Park, S. Ji and M. Park, "A new approach to fuzzy modeling," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 5, No. 3, pp. 328-337, 1997.

[8] M. Sugeno and G.T. Kang, "Structure identification of fuzzy model," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 28, pp. 15-33, 1988.

[9] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 1, pp. 7-31, 1993.

[10] L.X. Wang and J.M. Mendel, "Generating fuzzy rules by learning from examples," IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 22, No. 6, pp. 1414-1427, 1992.

[11] L.X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control* (Prentice Hall, New Jersey, 1997)

[12] C.C. Wong and C.C. Chen, "A hybrid clustering and descent approach to the fuzzy modeling," IEEE Trans. on Systems Man, and Cybernetics, vol.29, no.6, pp.686-693, 1999.

[13] R.R. Yager and D.P. Filev, *Essentials of Fuzzy Modeling and Control*, John Wiley, New York, 1994.