遺傳演算法效率改進之研究
Improvement of The Efficiency of Genetic Algorithms

Preparation of NSC Project Reports
計劃編號：89-2213-E-032-036
執行期間：2000 年 **8** 月 **1** 日至 2001 年 **7** 月 **31** 日
計劃主持人：李慶烈 淡江大學電機系副教授

一、中文摘要（關鍵字：遺傳演算法、最佳化工具、機率分布函數）

遺傳演算法（Genetic Algorithm, GA）是一個非常重要且有效的最佳化工具。然而由於此種演算法多採用多點搜尋的方式，其代價為計算量的倍數增加，因此如何增進 GA 的搜尋效率以節省計算時間，是十分重要的研究課題。

本報告率先提出使用機率分布函數應用於遺傳演算法的交配、突變運算子中，其目的乃在族群的最佳物種與實際最佳解距離尚遠時，使 GA 能在編碼物種的 MSB 附近有較高的交配與突變機率，以進行較大範圍的搜尋。而當搜尋至最佳解附近時，使 GA 在 LSB 附近有較高的交配與突變機率，以加速收斂至最佳解。

英文摘要（keyword: genetic algorithm, optimization problem, probability density function）

Genetic Algorithm is a very important and effective optimizer because of its global searching capability. In this decade, Genetic Algorithms are applied in various problems in many disciplines. In general, the searching result does not depend on the initial guess since GA searches multiple points simultaneously, for which three operators (named as selection, crossover and mutation) are applied on some randomly generated initial population consisting of many individuals to achieve the goal of survival of the fittest. However, the price paid for the multiple-point searching scheme is the increase of computation time. Hence, various techniques are continuously proposed to improve the computational efficiency, which is quite important for GA.

In this report, the non-uniform probability density functions are first employed in the crossover and mutation operators of GA during the course of searching to improve the computational efficiencies. The capability of escaping from local optima is improved such that the global optimum can be easily achieved. In addition, the convergence speed is also raised. Consider the fact that the parameters are encoded during the course of optimization using GA. After encoding, the most left hand side bit is the most

二、計畫緣由與目的

遺傳演算法（Genetic Algorithm）或稱基因法則，其基本原理，主要是依據達爾文所提出的「物競天擇，適者生存」的生物演化法則而來[1,2]。其目的是被使用在求解複雜的最佳化問題[4,5,6]。

遺傳演算法是採用多點搜尋的方式，將所有搜尋的區域編碼，選擇數個初始猜測值，根據每個猜測值對最佳化目標的適應性值，進行選種（複製）、交配、突變的運算以達到逃離局部最佳解，並求得全域最佳解的目標。然而，截至目前為止，並沒有任何有關遺傳演算法的理論，能夠保證在任何問題的應用上都能收斂。此外，多點搜尋所伴隨而來的問題，就是計算量的增加。因此，本報告提出了增進 GA 收斂效率以節省計算時間的方式。

三、研究方法及成果

（一）改良性遺傳演算法

(A)傳統遺傳演算法

遺傳演算法進行最佳化搜尋的機制，是根據達爾文所提出的「物競天則，適者生存」的生物演化法則而來。其運算流程如圖 1 所示[1]，大致可分成五個步驟：

1.產生初始物種，並進行編碼。
2.計算每個單一物種(individual)之適應值。
3.根據適應值進行選種（複製）。
4.選取 individual 進行交配、突變。
5.回到步驟 2，進行下一代運算。

(B)非均勻機率密度函數

在遺傳演算法作最佳化的搜尋過程中，首先便是將所要作最佳化函數的變數編碼。編碼之後最左邊的位元，為最大有效位元（MSB，most significant bit），最右邊的位元為最小有效位元（LSB，least significant bit）。對於任意數值而言，其愈靠近 MSB 的各個位元，對於數值本身的正確與否影響愈大，而靠近 LSB 附近的各個位元，僅影響數值的精確度。且較靠近 MSB 的位元，其值的改變，將使該物種在搜尋空間作較大範圍的改變，而 LSB 附近的位元值得改變，僅使該物種在搜尋空間做小範圍的改變。

據此，本論文特引進非均勻機率密度函數於交配與突變兩項運算中。其目的乃在族群的最佳物種，與實際最佳解距離尚遠時，使遺傳演算法能在 MSB 附近有較高的交配與突變機率，以進行較大範圍的搜尋。而當搜尋至最佳解附近時，在 LSB 附近有較高的交配與突變機率，以加速收斂至最佳解。本論文採用的機率密度函數如圖 2，無人只需控制機率密度函數的不連續點(R-point)(亦是機率密度函數的最大值發生點)，即可控制機率最大值的位置。

(C)循環式遺傳演算法(Cyclical GA)

為了使得機率密度分佈做適當的改變，本報告首先採用隨代數循環改變 R-point 位置的方式來進行。吾人建立了六個循環模式，其機率密度分佈如圖 3 所示。其循環方式為，在搜尋的第一代，R-point 所代表的機率密度分佈由圖 3(a)開始，隨代數的改變，依次移動，每循環二十一代，再從頭開始。採用此一方式的好處為，不必考慮 R 點的移動速度。因為循環的過程中，會不斷的將 R 點移動到每個位置。也就是，即使 R 在 MSB 及其附近的位元，尚未完成收斂時，R 點就被強制向 LSB 移動。但是，尤於循環的關係，R 點最多會在六代之後，回到適合當時族群的交配點或突變點。

(D)自適性遺傳演算法(Adaptive GA)

將機率密度函數之不連續點編碼後加在每一物種最後，使其成為該物種項最佳化目標參數之一項如圖 4，並且跟隨該物種作複製、交配、突變等運算。讓遺傳演算法本身挑選適當的機率分簿函數，藉以達到調適每個物種最適合的交配或突變位置。其中要注意的是，此項參數的初值應全部設為 0。

自適性遺傳演算法的演算流程以傳統遺傳演算法為基礎如圖 5，大致可分為以下 8 個步驟：

1.產生初始物種，並進行編碼，並將所有初始物種的 R 點設為 0。
2.計算每一物種之適應值
3.根據適應值進行選種
4. 對 R 點進行突變
5.物種根據步驟 4.所得的 R 點突變
6. 選取 R 點，對物種交配。
7.體根據步驟 6.，所得的 R 點進行交配
8. 回到步驟 2，進行下一代計算。

（二）測試函數

在本報告中使用了三個函數來測試遺傳演算法在改良前後的效果及特性。這些函數同時具備了簡單以及可分析的特性，也就是吾人

可以很容易得知其最佳解。而且，測試函數本身，與實際的工程問題，並無直接關聯。以下對這幾個函數做一簡單的介紹。

(i) test function 1

$$f_1 = \underset{i=1}{\overset{n}{\circledR}} \left| \sin \circledR x_i e^{-0.1\left|x_i - \frac{5}{2}\right|} \right| \quad ,$$

$0 \le x_i \le 5.0$ ， $i = 1,2,.....,n$ （1）

此一函數在 $x_i = \frac{5}{2}$ ， $i = 1,2,........,n$ 處有極大值 1，此外在 $x_i = \frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{7}{2},\frac{9}{2}$ ， $i = 1,2,......,n$ 有局部極大值。

（ii）test function 2

$$\begin{aligned} f_2 &= 100\left(x_2 - x_1^2\right)^2 + \left(1 - x_1\right)^2 + 90\left(x_4 - x_3^2\right)^2 \\ &+ \left(1 - x_3\right)^2 + 19.8\left(x_2 - 1\right)\left(x_4 - 1\right) \end{aligned} \quad ,$$

$-10.0 \le x_i \le 10.0$ ，

$i = 1,2,3,4$ （2）

此一函數在 $x_i = 1$ ， $i = 1,2,3,4$ 時有最小值 0。搜尋此一函數的最小值，在許多的研究中，都被認為是不易收斂的問題[3]

（iii）test function 3

$$f_3 = \sum_{x=I}^{n} \left[x + 0.5\right]^2$$

此一函數可視為步階函數[4]，此一函數在 $x_i \in \left[-0.5, 0.5\right)$ ， $i = 1,2,......,n$

時有最小值 0。此一函數雖無局部極值，然而，因為步階函數的特性，在搜尋的過程中，變數的調變範圍如果不適當，即可能陷入某個步階（step）中而難以收斂，在稍後的測試中，吾人發現此一函數對一般使用均勻機率分佈的 GA 而言，是相當不易收斂的，而當引進非均勻的機率分佈之後，則變得相當容易收斂。

（三）數值結果

圖 6 為測試函數 f_1 ，在 N=50，Pop 為 500 的情況下 Adaptive GA 與 Cyclical GA 以及 Uniform GA 的最佳收斂情況比較。為了清楚觀察收斂情形，橫軸為測試函數被計算的次數，縱軸為收斂的精確度(log scale)。吾人可以發現，Adaptive GA 收斂速度與 Cyclical GA 非常接近，且遠較 Uniform GA 為快。

圖 7 為比較 Adaptive GA，與 Cyclical GA，Uniform GA 對測試函數 f_2 搜尋時的情形 Adaptive GA 收斂速度明顯較另外兩種方法為快。其中較 Cyclical GA 少用了約 66%的函數計算次數，較 Uniform GA 少用了約 50%的計算次數即完全達到最佳解。其中 Fitness 定義為函數值得倒數。

圖 8 為 Adaptive GA 與 Cyclical GA 在 Pop=100 的情況下的收斂情形。在此一狀況中，Adaptive GA 收斂速度較 Cyclical GA 為慢。Uniform GA 在這項測試中無法收斂，故未列入比較。其 Fitness 定義為函數值本身。

四、結論與討論

本報告提出將機率密度函數，運用於遺傳演算法的交配與突變兩項運算中。並發展了兩種技巧（循環性與自適性），適當的改變歷代的機率密度分佈，以增進遺傳演算法作最佳化搜尋的效率及逃離局部最佳解的能力。由數值結果得知，使用遺傳演算法作最佳化時，考慮編碼字串的 MSB 與 LSB 對數值本身的影響是有其必要的。在使用了非均勻機率密度函數之後，明顯的改善了遺傳演算法的收斂效率及逃離局部解的能力。

五、參考文獻

[1] J. Michael Johnson and Yahya Rahmat-Samii, “Genetic Algorithms in Engineering Electromagnetics,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 39, No. 4, pp. 7-24, August 1997.

[2] Randy L. Haupt, “An Introduction to Genetic Algorithms for Electromagnetics,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 37, No. 2, pp. 7-15, April 1995.

[3] Jong-Hwan Kim, Jeong-Yeol Jeon, and

Kwangill Koh, "A Novel Evolutionary Algorithms with Fast Convergence," *Evolutionary Computation, IEEE International Conference*, Vol. 1, p. 228-233, 1995.

[4] R. L. Haupt, "Thinned arrays using genetic algorithms," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-42, p. 993-99,7, July, 1994.

[5] R. L. Haupt, "Optimization of array antennas using genetic algorithms," *Proceedings of the Progress in Electromagnetics Research Symposium*, Noordwijk, The Netherlands, p. 172, 1994.

[6] J.M. Johnson and Y. Rahmat-Samii, "Genetic Algorithm Optimization and its Application to Antenna Design," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium Digest*, pp. 326-329,June 19-24,1994.

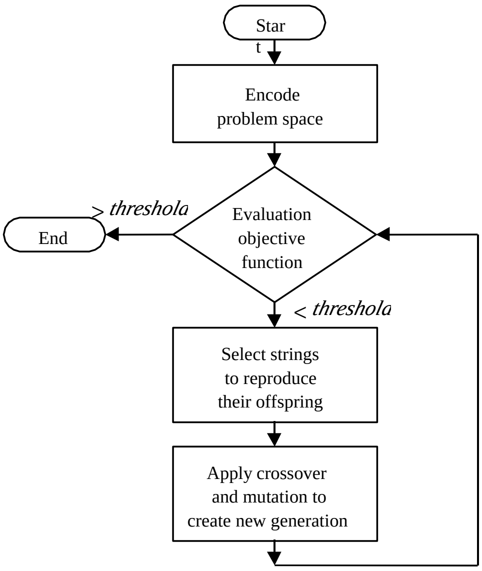

Fig.1 遺傳演算法之流程圖

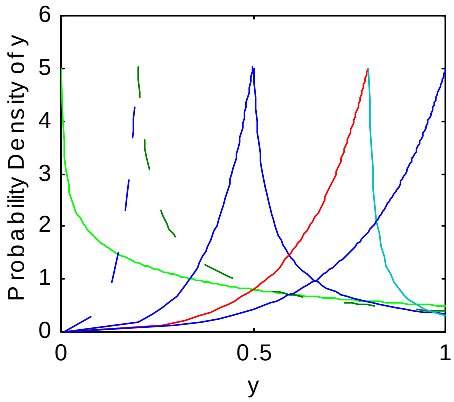

Fig.2 機率密度函數最大點/R點在不同位置的機率分佈

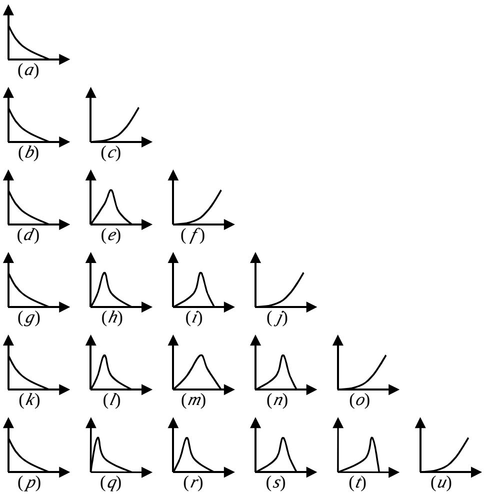

Fig.3 Cyclical GA所使用的6個迴圈

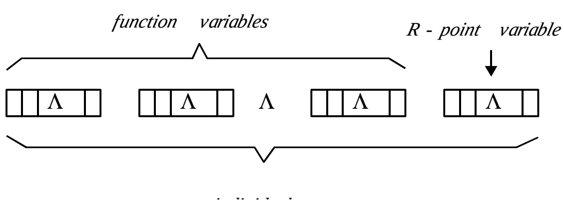

Fig.4 R point的編碼後形成之新物種

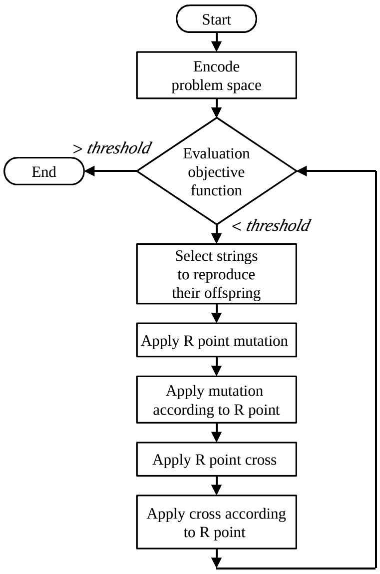

Fig.5　Adaptive GA流程圖

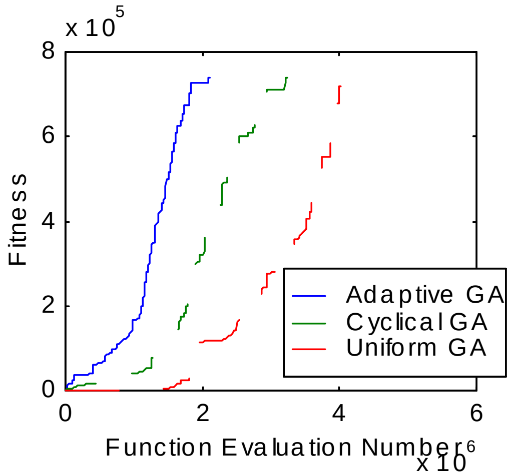

Fig.7　比較Adaptive GA，Cyclical GA，Uniform GA，對測試函數 f_2 的收斂情形

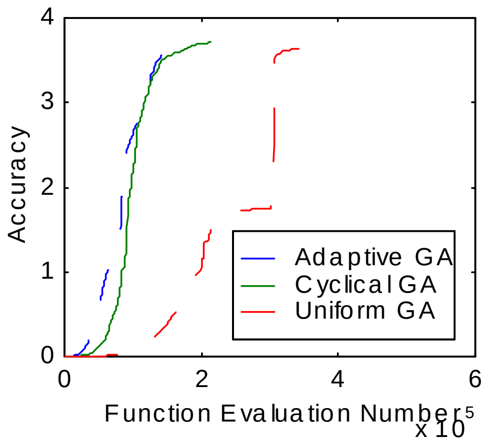

Fig.6　比較Adaptive GA，Cyclical GA，Uniform GA對測試函數 f_1 的收斂情形

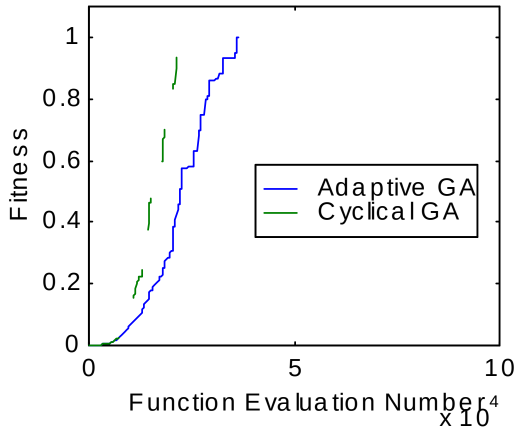

Fig.8　比較Adaptive GA，Cyclical GA，對測試函數 f_3 的收斂情形