

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

二維物體之影像重建(3/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2213-E-032-015-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：淡江大學電機工程學系

計畫主持人：丘建青

報告類型：完整報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 10 月 28 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
 期中進度報告

二維物體之影像重建(3/3):

三層結構中掩埋物的電磁成像

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫
計畫編號：NSC 92－ 2219 － E － 032 － 002 －
執行期間： 93 年 8 月 1 日 至 94 年 7 月 31 日

計畫主持人：丘建青 教授

共同主持人：

計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：淡江大學電機系

中 華 民 國 年 月 日

二維物體之影像重建：

Image Reconstruction of a Two-Dimensional Object

計劃編號：NSC -91-2219-E-032-004-

執行期間：91 年 08 月 01 日至 92 年 07 月 31 日

計劃主持人：丘建青

淡江大學電機系教授

一、計劃中文摘要(關鍵詞：電磁成像，週期性物體，完全導體，不完全導體，雙軸性介質物體，三層結構，基因法則)

本計劃目的為研究二維物體的電磁成像問題。我們將針對不同的空間結構與不同的逆散射處理方法進行探討。

第一年模擬研究二維週期性完全導體與不完全導體之電磁成像問題。首先探討週期性完全導體在自由空間的逆散射，在計劃中將以一未知週期長度及形狀的二維週期性完全導體置於自由空間中，以平面電磁波照射此物體，並於導體外量得其散射場。吾人將利用接收到的散射場及適當的邊界條件，導出一組非線性積分方程式，將成像問題化為一求極小值的最佳化問題。接著配合表面阻抗的概念將逆散射法則推廣到非完全導體的情形。然後引入基因法則將逆散射問題轉化為求解最佳化的問題。

第二年針對三層結構中雙軸性掩埋圓柱體的電磁成像進行模擬研究。設有一空間分成三個空間，一個未知的不均勻雙軸性介質物體掩埋在第二個空間，吾人第一個空間與第三個空間適當安排一組具有不同入射和極化方向的無關聯波照射物體並量測在此之散射場，經由適當的處理以反求介質物體的內部特性。理論方面，吾人適當的安排入射場的入射與極化方向，配合相對於每次入射所量到的散射場，可推導出數個積分方程式組，然後利用動差法及無關連照射法解之。數值模擬方面，對已知的

掩埋雙軸性圓柱物體，以動差法計算其散射場，再根據電磁成像法則，重建出介質物體內部的介電常數。最後將電磁成像所得結果與原先假設者比較，藉以驗證並改進電磁成像理論。

第三年研究二維完全導體之電磁成像問題。將探討完全導體掩埋在三層介質中的逆散射，在計劃中將以一未知形狀的二維完全導體掩埋在三層介質中，吾人在第一層以平面電磁波照射掩埋於第二層之物體，並於第一層及第三層量得其散射場。吾人將利用接收到的散射場及適當的邊界條件，導出一組非線性積分方程式，並利用此方程組，將成像問題化為一求最佳化問題。然後引入基因法則將逆散射問題轉化為求解最佳化的問題。基因法則是一種模擬自然界生物進化的搜尋法則，利用簡單的位元複製，交配及突變即可完成搜尋的程序，此法的優點能突破古典的最佳化方法(如梯度法)之解答只收斂於局部極小值，而非總體極小值。藉以重建物體的形狀函數。最後將電磁成像所得結果與原先假設者比較，藉以驗證並改進電磁成像理論。

二、計劃緣由與目的

所謂“逆散射”(Inverse scattering)，乃是利用電磁波照射於散射體上，然後測量散射體外的散射場，經由適當處理以反求散射體的形狀或其內部性質。由於此種方法不必將測量儀器與被測物體做直接接觸，因此，應用在工業上的非破壞檢測、遙測礦產資源和醫學上做人體

內部的影像處理，均有重要的應用。

近幾年來，掩埋物體的逆散射問題用在許多應用科學的場合已經趨之於重要，最典型的應用就是用在量測掩埋在地下的水管、電力或通訊的電纜等等。然而，三層空間中所求解過程卻比在自由空間困難的多[1]-[8]，這是因為待測物體與界面之間的交互作用，這將會導致產生在半空間與三層空間的問題中有較為複雜的格林函數(Green's function)。而且，由於近年來介質材料被廣泛的塗抹在金屬與飛機的外層以減少其電磁波散射效應，使得這種由介質材料覆蓋在導體上所形成的複合物之電磁成像問題也成為科技上各個領域上急於探討的一個主題。在同時，由於複合材料在硬度與強度上的優越特性，使得它在工業與軍事上的應用逐漸受到重視，複合材料的電磁逆散射也成為科技上各個領域急於探討的一個重要課題。

然而，由於以下的原因而使得逆散射問題的解變得複雜而困難：

- (1) 因為逆散射的問題包含了兩個未知數的乘積，一個是物體的電性(由於複合材料的介電參數會隨所選的座標系統而改變，使得此類物體的逆散射問題比各向同性介質物體的逆散射問題困難而複雜許多)，另一個是物體內部的電場，此兩未知數的乘積使得此逆散射的問題成為一個非線性的問題。因此解答的唯一性問題引發了許多的爭議，不過若能在問題中加入一些物理現象的限制或多方面收集各種不同入射角、不同頻率，甚至不同極化的散射場則可證明逆散射問題有唯一解[10]。
- (2) 由於逆散射問題中積分方程式的核心(kernel)是一個平滑函數(smoothing function)，所以散射場的一點小誤差往往會造成反求出來的散射體特性函數發生巨大的誤差，導致嚴重的不良情況(ill-posedness)。為了克服這種解答不穩定的問題，許多正則化(regularization)的方法被提出來，如 Miller 正則法[11]，虛反運算法(pseudo inverse transformation)[9]等。

至於半空間內物體的逆散射問題，由於地面和空氣的界面使得格林函數較為複雜，不易以數值方法處理。Hohmann 於 1971 年[12]曾利用數值方法處理此格林函數，但僅限於低頻、高導電率的情況。2000 年 Cui 和 Chew[13]曾以新型繞射斷層影像技術(Novel Diffraction Tomographic)探討了埋藏二維介質的微波成像，並配合快速傅氏轉換(Fast Fourier Transforms)，以傅氏空間的數據來重建影像，故避開了直接求算格林函數的困難，但是也因為如此，所以需要相當大量量測到散射場資料，且當其介電物體的相對介電常數與其掩埋處的相對介電常數相差很大時，重建的效果並不好。其後，Cui 和 Chew[14]在 2002 年更擴展至三維掩埋物體的問題，仍利用繞射斷層影像技術(Diffraction Tomographic)與快速傅氏轉換(Fast Fourier Transforms)的方法來檢測三維掩埋物體的掩埋位置與重建其形狀與材質，但其缺點在於此法只要在介電物體的相對介電常數與其掩埋處的相對介電常數相差很大時，重建的效果將會變差。Cui 等人於 2003 年[14]用 Exborn (Extended Born approximation)與共軛梯度快速傅氏轉換 (Conjugate gradient Fast Fourier Transforms)去探討低頻時三維空間中掩埋介質物體的檢測，此法降低了不少在數值計算上的複雜度，但其缺點亦在於只要在介電物體的相對介電常數與其掩埋處的相對介電常數相差很大時，重建的效果將會變差。Caorsi 等人於 2003 年[15]利用 Memetic Algorithm 來檢測掩埋層狀介質物體的位置，其主要是將散射場用 Mathieu function 來展開，再利用 Memetic Algorithm 來檢測，不過，其散射場的展開式，只有在介質物體為橢圓的形狀下才適用。Soldovieri 等人於 2004 年[16]探討了在半空間中相嵌入一個一維的介質板(Slab)時的微波成像，其所探討的問題空間結構很類似三層空間結構，利用 Distorted Born Approximation 來線性化積分方程式，並使用 SVD(Singular Value decomposition)的分析來重建 slab 的材質。至於散射體掩埋於三層結構空間的逆散射問題，由於其格林函數比半空間

與自由空間中的格林函數較為複雜，在數值方法上的處理不易，吾人曾在 2004 年[5]發表三層結構中掩埋導體的問題，Lin 等人在 2005 年[6]亦探討過此類問題。

吾人於二維物體之影像重建三年計劃理論部份，第一年利用嚴謹的理論，推導出非線性積分方程式。接著，將逆散射問題轉化成一最佳化問題，利用基因法則重建出其在自由空間中週期長度、形狀與導電率。基因法則是一種藉由隨機的選擇，在一編碼的參數空間中進行最佳化的搜尋法則；即使初始的猜測值與精確值相差很遠時，此法亦能避開區域極值而收斂到問題的整體極值。利用這種強韌的特性，就可重建出二維週期性完全導體與不完全導體的週期長度、形狀與導電率。

第二年部份，由馬克斯威爾方程式(Maxwell's Eqs.)配合感應電流的觀念及二維格林函數(Green's Function)，推導出一組積分方程組。藉由動差法(Method of Moment)將積分方程組為矩陣型式，然後利用無關聯照射法來解此積分方程組。由於此法避免迭代的過程，僅需經由簡單的矩陣運算即可重建目前文獻中少數討論的二維掩埋介質物體之逆散射問題。藉以重建雙軸性介質柱體埋藏於掩埋於三層介質中的影像。

第三年理論方面部份，利用嚴謹的理論，推導出非線性積分方程式。接著，將逆散射問題轉化成一最佳化問題，利用基因法則重建出其掩埋在三層空間中之形狀。基因法則是一種藉由隨機的選擇，在一編碼的參數空間中進行最佳化的搜尋法則；即使初始的猜測值與精確值相差很遠時，此法亦能避開區域極值而收斂到問題的整體極值。利用這種強韌的特性，就可重建出二維完全導體掩埋在三層介質中的形狀。

三、研究方法與成果

(一) 二維週期性完全導體與不完全導

體之電磁成像：

■ 理論推導

讓我們考慮一週期長度為 d 排列於 x -direction 之二維週期性完全導體置於自由空間中，自由空間中的誘電係數(permittivity)和導磁係數(permeability)分別以 ϵ_0 及 μ_0 表示。為了簡單起見，假設該金屬物體於 Z 軸方向無限延伸，即該金屬的特性只隨著 X, Y 座標而變，與 Z 軸無關。因此其在 (x, y) 平面的截面積可用極座標方程式 $\rho = F(\theta)$ 表示，如圖 1 所示。假設入射波為 $e^{j\omega t}$ 形式之諧波(time harmonic)，並設入射電場是平行於 Z 軸的均勻平面波，即 TM(transverse magnetic)極化波

($\frac{\partial}{\partial z} = 0$)。以 \vec{E}_i 表示入射角為 ϕ 之入射電場，

如圖 1，則入射電場可表示為

$$\vec{E}_i(x, y) = e^{-jk(x \sin \phi + y \cos \phi)} \hat{z}, k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \quad (1)$$

其中 k 是自由空間的波數。

電磁場滿足 Maxwell 方程式，配合 $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ 及電場

只有 z 方向的分量，吾人可將散射電場

$\vec{E}_s = E_s \hat{z}$ 視為由導體表面所感應的表面電流 J_s

在自由空間中的輻射，配合二維週期性格林函

數，導體外任一點 (x, y) 之散射場 $\vec{E}_s = \vec{E} - \vec{E}_i$ 遂

可表成

$$E_s = \int_0^{2\pi} G_i(x, y; x', y') J(\theta') d\theta' \quad (2)$$

其中

$G_i(x, y; x', y') =$

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\alpha_l d} \exp(-\alpha_l |y - y'|) \exp(-jk_l(x - x')) \quad (3)$$

$$J(\theta) = -j\omega\mu_0 \sqrt{F^2(\theta) + F'^2(\theta)} J_s(\theta) \quad (4)$$

$$\alpha_l = \begin{cases} j\sqrt{k^2 - k_l^2}, & k^2 > k_l^2 \\ \sqrt{k_l^2 - k^2}, & k^2 \leq k_l^2 \end{cases}, k_l = \frac{2\pi l}{d} + k \sin \phi \quad (5)$$

其中 $G_i(x, y; x', y')$ 是二維週期性格林函數 [17], [18], 方程式 (3) 是由 spatial domain 轉成 spectral domain 收斂較快的形式, $J_s(\theta)$ 是表面的感應電流密度, 正比於導體表面的法線方向導數。

接下來, 對於完全導體的邊界條件為導體表面總電場之切線分量為零, 即

$$\hat{n} \times \bar{E} = 0 \quad (6)$$

在此 \hat{n} 為垂直於導體並指向導體外的單位向量。基於此邊界條件, 可得到 $J(\theta)$ 的積分方程式

$$E_i = -\int_0^{2\pi} G_i(x, y; x', y') J(\theta') d\theta' \quad (7)$$

而 E_i 為導體表面的入射電場值, $G_i(x, y; x', y')$ 是二維週期性格林函數。

對正散射而言, 物體的週期長度和形狀已知, 欲求散射場值。吾人先解方程式 (7) 中的 $J(\theta)$, 再將 $J(\theta)$ 代入方程式 (2) 中計算散射場 E_s 。

對於非完全導體(導電率不為無限大之導體), 電磁波可以穿透散射體的內部, 所以在導體表面上之總電場 ($\bar{E} = \bar{E}_i + \bar{E}_s$) 的切線分量並不為零。根據參考文獻 [19]-[20] 所述, 對於不完全導體 (σ 甚大但為有限值) 之邊界條件可藉由表面阻抗的概念, 將導體表面上之總電場的切線分量和感應表面電流密度以下列關係式表示

$$\hat{n} \times \bar{E} = \hat{n} \times (Z_s \bar{J}_s) \quad (8)$$

其中 $Z_s(\omega)$ 為表面阻抗, 而 \hat{n} 代表垂直於導體表面並指向導體外之單位向量。在此我們想探討的物體為非磁性(nonmagnetic), 且其最小曲率半徑為 a 的不完全導體。由參考文獻 [19]-[21]

知, 在 $|\text{Im}(N_c)ka| \gg 1$ 和 $\sigma \gg \omega\epsilon_0$ 的條件下,

即在物體導電率甚大且其形狀平滑的情況時, 物體的表面阻抗可表為 $Z_s(\omega) \cong \sqrt{j\omega\mu_0/\sigma}$ 。在此

“Im” 代表取複數的虛部, 而 N_c 是導體的數折

射指數, 其值為 $N_c = \sqrt{1 + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0}}$ 。由方程式 (8)

所描述的邊界條件, 吾人可得到 $J(\theta)$ 的積分方程式為

$$E_i(F(\theta), \theta) = -\int_0^{2\pi} G_i(x, y; x', y') J(\theta') d\theta' + j \sqrt{\frac{j}{\omega\mu_0\sigma}} \frac{J(\theta)}{\sqrt{F^2(\theta) + F'^2(\theta)}} \quad (9)$$

對正散射而言, 物體的週期長度、形狀和導電率已知, 欲求散射場值。吾人先解方程式 (9) 中的 $J(\theta)$, 再代入方程式 (2) 中計算散射場 E_s 。經由上面理論推導, 吾人即可求得完全導體與非完全導體的 E_s 。

接著, 為了完成正散射的計算, 對於 TM 波的入射情況, 我們利用動差法(moment method) 解方程式 (2) 和 (9) 的積分方程組。首先將物體邊緣分成 M_d 個小區段, 每個區段必須足夠小, 使得在每個小區段上的感應電流可視為常數。並採用脈波函數展開 $J(\theta)$

$$J(\theta) \cong \sum_{n=1}^{M_d} B_n P_n(\theta) \quad (10)$$

其中以脈波函數 $P_n(\theta)$ 為展開式中的基底函數, 定義如下

$$P_n(\theta) = \begin{cases} 1, & \text{in } \Delta C_n \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

ΔC_i 代表物體從 $\theta = 2\pi(i-1)/M_d$ 至 $\theta = 2\pi/M_d$ 之第 i 個弧段。由於 $J(\theta)$ 係有限個脈波函數展開, 所以已隱含了正則化作用。定義向量內積(inner product)

$$\langle f', g' \rangle = \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot g'(\theta) d\theta$$

同時選取 Dirac delta 函數作測試函數

$$V_m = \delta(\theta - \theta_m)$$

$$\theta_m = \frac{2\pi m}{M}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, M$$

則方程式(2)可化成

$$\langle E_s, V_m \rangle = \langle \int_0^{2\pi} G_i(x, y; x', y') J(\theta') d\theta', V_m \rangle \quad (12-a)$$

或

$$E_s = \sum_{n=1}^{M_d} B_n \left[\int_{\Delta c_n} G_i(x, y; x', y') d\theta' \right] \quad (12-b)$$

同理，方程式(7)可化為

$$E_i(F(\theta_m), \theta_m) = - \sum_{n=1}^{M_d} B_n \left[\int_{\Delta c_n} G_i(x, y; x', y') d\theta' \right] \quad (13)$$

方程式(9)可化為

$$E_i(F(\theta_m), \theta_m) = - \sum_{n=1}^{M_d} B_n \left[\int_{\Delta c_n} G_i(x, y; x', y') d\theta' + j \sqrt{\frac{j}{\omega \mu_0 \sigma}} \frac{\delta_{mn}}{\sqrt{F^2(\theta_m) + F'^2(\theta_m)}} \right] \quad (14)$$

上述之方程式皆為矩陣形式，可由代數法解之，如此一來我們就可解出正散射問題。

我們利用基因法則來解逆散射問題，並且選取下列展開式為形狀函數：

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^{N/2} A_n \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{N/2} A'_n \sin(n\theta) \quad (15)$$

$$J(\theta) \cong \sum_{n=1}^M B_n P_n(\theta) \quad (16)$$

其中 A_n 和 A'_n 都是實數，共有 $(N+1)$ 個未知數，而 B_n 一般而言是複數。在此吾人展開正散射之 $J(\theta)$ 所用的點數並不同於逆散射所用之點數，即 $M_d \neq M$ 。在我們的研究中，正散射時的分割數是取逆散射問題的兩倍。而目標函數定為

$$OBF = \left\{ \frac{1}{M_t} \sum_{m=1}^{M_t} \left| E_s^{\text{exp}}(\bar{r}_m) - E_s^{\text{cal}}(\bar{r}_m) \right|^2 / \left| E_s^{\text{exp}}(\bar{r}_m) \right|^2 + \alpha \left| F'(\theta) \right|^2 \right\}^{1/2} \quad (17)$$

其中 M_t 表示測量點的數目， $E_s^{\text{cal}}(\bar{r})$ 表示經由

基因法則所計算出的散射場， $E_s^{\text{exp}}(\bar{r})$ 則為測量到的散射場。正規化因子 (regularization term) $\alpha \left| F'(\theta) \right|^2$ ，是為了克服不良情況的發生，而 α 值的範圍通常介於 0.0001 到 10 之間，最佳的 α 值是與幾何形狀的維度有關。

■ 數值模擬結果

在計劃裡，我們藉由數值模擬，讓我們探討所提出逆散射法則的可行性及對雜訊的敏感度。考慮一週期性完全導體或不完全導體置於自由空間中，一振幅為 1 的平面波照射在此物體上，如圖 1 所示。入射波的頻率為 3GHz，即波長為 0.1m。

為了重建導體的週期長度、形狀和導電率，吾人使用二個不同方向的入射波照射散射體，其入射角分別為 $\phi = 45^\circ$ 及 135° ，測量點等距的位於 $Y = \pm 2\text{m}$ ， X 從 -0.045 到 0.045m 的直線上且每條直線有 9 個測量點。在下列的模擬中，量測距離選擇為 2m 以對應遠場的散射量測。在此對於每個方向的入射波，共有 18 個測量點，所以在每次模擬中總共有 36 個測量點。正散射問題中展開表面電流所用之項數 M_d 為 100，而逆散射過程中，感應電流的展開項數 M 為 50。展開形狀函數的未知數為 9 個，加上一個未知的週期長度和導電率，總共有 11 個未知數。在基因法則的運算中，參數均被編碼成 16 位元所組成的字串：例子一與例子二的形狀函數未知係數 (A_n, A'_n) 範圍為 0 到 0.1，而所有例子的週期長度未知係數 d 的範圍為 0.05 到 0.1 且導電率未知係數 σ 範圍為 3×10^7 到 7×10^7 。字串

的交配率和突變率分別是 0.8 和 0.04。族群的大小 (population size) 為 250。 α 值是 0.001。

【例子一】週期長度 $d = 0.09\text{m}$ 、形狀函數為 $F(\theta) = (0.03 + 0.0025 \cos \theta + 0.005 \cos 2\theta + 0.005 \cos 3\theta)\text{m}$ ，這個例子其重建的圖形，週期長度的偏差量和形狀函數偏差量的變化分別示於圖 2(a) 及 2(b)。其中，週期長度偏差量 PD 和形狀函數偏

差量 DFR 的定義如下：

$$PD = \frac{|d^{cal} - d|}{d} \quad (18)$$

$$DFR = \left\{ \frac{1}{N'} \sum_{i=1}^{N'} [F^{cal}(\theta_i) - F(\theta_i)]^2 / F^2(\theta_i) \right\}^{1/2} \quad (19)$$

此處 $N'=100$ 。參數 PD 及 DFR 分別提供 d^{cal} 和 d 、 $F^{cal}(\theta)$ 和 $F(\theta)$ 之相對誤差，很明顯的， PD

及 DFR 值越小，代表重建效果越好。由圖 2(b) 中可以看到重建的週期長度及形狀函數皆相當好。這個例子顯示吾人的基因法則在重建影像時，雖然初始猜測值遠大於精確值，其重建結果也依舊良好。由這個例子，我們可以瞭解到即使在大範圍的空間中進行參數值的搜尋，若使用基因法則，仍能獲的整體的最佳解，更加說明了基因法則的適用性及強韌性。

【例子二】週期長度 $d = 0.09$ m，形狀函數為 $F(\theta) = (0.03 + 0.009\cos 3\theta + 0.009\sin 3\theta)$ m，材質為銅 $\sigma = 5.8 \times 10^7$ s/m，我們所選取的物體形狀為三個凹形，對 x 軸及 y 軸不對稱，其重建的圖形，週期長度偏差量、形狀函數偏差量及導電率偏差量的變化分別示於圖 3(a) 及 3 (b)。其中，導電率差偏量 $DSIG$ 的定義如下：

$$DSIG = \left| \frac{\sigma^{cal} - \sigma}{\sigma} \right| \quad (20)$$

$DSIG$ 提供 σ^{cal} 和 σ 之相對誤差。這個例子顯示吾人的逆散射法則在處理形狀函數為凹形的物體依然有效。在此例吾人也將探討雜訊對影像的重建結果。我們加入雜訊量 $b + cj$ 至量測的散射場上，在此 b 與 c 分別表示獨立的隨機均勻分佈函數，其大小的範圍為負相對雜訊位準 (relative noise level) 乘以 散射場的 R.M.S (root mean square) 值，至正相對雜訊位準乘以 散射場的 R.M.S 值。模擬使用的相對雜訊位準包含： 10^{-5} ， 10^{-4} ， 10^{-3} ， 10^{-2} ， 10^{-1} ，數值結果繪於圖 3 (c)。從圖 3 (c) 中我們可以發現當雜訊達 10% 時，形狀函數和導電率重建的結果誤差大於 5%，但週期長度重建的結果誤差小於 1%；相對雜訊小於 0.1% 時，影像重建與週

期長度重建幾乎與未加雜訊重建結果一樣好，但導電率重建的結果誤差仍大於 5%

(二) 三層結構中雙軸性掩埋圓柱體的電磁成像：

■ 理論推導

吾人考慮一任意截面形狀之不均質的雙軸性介質物體掩埋在一無損耗均勻的三層結構中的第二層，且三層結構中，各層的介電係數 (permittivity) 和導磁係數 (permeability) 分別以 ϵ_i

及 μ_i 表示， $i=1,2,3$ ，假設其柱軸方向在 Z 方向無

限延伸，如圖 3-1 所示，亦即，物體特性隨 X, Y 座標改變，與 Z 軸無關。因此我們所討論的問題可以簡化成二維的問題。此雙軸性介質物體之介電常數分佈 $\bar{\epsilon}_r$ 可以由笛卡兒座標 [Cartesian coordinate system] (X, Y, Z) 的對角矩陣來描述：

$$\bar{\epsilon}_r(x, y) = \begin{bmatrix} \epsilon_1(x, y) & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2(x, y) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3(x, y) \end{bmatrix}_{xyz} \quad (21)$$

一般而言， $\epsilon_1(x, y)$ 、 $\epsilon_2(x, y)$ 、 $\epsilon_3(x, y)$ 為複數型態，可表示為

$$\epsilon_i(x, y) = \epsilon_{ri}(x, y) - j \frac{\sigma_i(x, y)}{\omega \epsilon_0}, \quad i = 1, 2, 3$$

其中， $\epsilon_{ri}(x, y)$ 為相對介電係數， $\sigma_i(x, y)$ 為導電率， ω 為角頻率。

考慮非磁性物體其導磁係數為 μ_0 。為了簡單起見，假設入射波為具有 $e^{j\omega t}$ 型式的時域諧波，而且入射場大小為 (X, Y) 的函數與 Z 軸無關。由於先前假設物體的特性不隨 Z 軸變化，因此如果照射 TM 極化的電磁波 (入射電場在 Z 方向)，則只會產生 TM 極化的散射波；而 TE 極化的電磁波 (入射磁場在 Z 方向)，則只會產生 TE 極化的散射波。也就是說 TM 極化波不會與 TE 極化波

不會互相耦合。為了要重建雙軸性物體的介電常數，我們必須分別以 TM 極化波與 TE 極化波照射物體。以下我們將入射電場 \vec{E}^i 以及所伴隨的散射場 \vec{E}^s 分成 TM 與 TE 兩部份來討論：

(一) TM(Transverse Magnetic)入射波：

令 \vec{E}^i 表示電場方向平行 Z 軸的二維 TM 極化入射電場(即 $\frac{\partial}{\partial z} = 0$)照射物體，由於在三層空間中(如圖 4)的兩個界面(第一區與第二區之間；第二區與第三區之間)，入射波將會產生兩種波：反射波(reflected waves for $y \leq -a$)與透射波(transmitted waves for $-a > y > a$)，我們可以將入射電場寫成：

$$\vec{E}^i(x, y) = \begin{cases} (E_z^i)_1(x, y) \hat{z}, & y \geq a, \\ (E_z^i)_2(x, y) \hat{z}, & -a > y > -a, \\ (E_z^i)_3(x, y) \hat{z}, & y \leq -a. \end{cases} \quad (22)$$

根據馬克斯威爾方程式及感應電流的觀

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad (23)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0 \vec{E}, \vec{E} = j\omega\epsilon_0 \vec{E} + \vec{J}_{eq} \quad (24)$$

其中 $\vec{J}_{eq} = j\omega\epsilon_0[\epsilon_3(x, y) - 1]E_z \hat{z}$ 為介質等效電流密度。

由於此一複雜物體具有 TM 波與 TE 波不互相耦合的特性，考慮 TM 波的狀況下，其電磁場及電流可表示為：

$$\begin{cases} \vec{E} = E_z \hat{z} \\ \vec{H} = H_x \hat{x} + H_y \hat{y} \end{cases}$$

將這些關係式代入上述的馬克斯威爾方程式中就可以推導出以下的式子：

$$(\nabla^2 + k_2^2)E_z = -k_2^2(\epsilon_3(x, y) - 1)E_z \quad (25)$$

根據感應電流的觀念與利用 Hertz 向量的技巧 [22]，總電場 $\vec{E}(= E_z \hat{z})$ 可視為在三層空間中介質物體不存在時之入射場 $\vec{E}^i(= E_z^i \hat{z})$ 與介質等效電

流 $j\omega\epsilon_0[\epsilon_3(x, y) - 1]E_z \hat{z}$ 所產生之散射場 $\vec{E}^s(= E_z^s \hat{z})$ 的和。可以將介質物體內部的總電場 $\vec{E}(x, y)$ ，
 $\vec{E}(x, y) = E(x, y) \hat{z} = [E_z^i(x, y) + E_z^s(x, y)] \hat{z}$ ，用二維格林函數表示為：

$$E_z^i(\vec{r}) = \int_s G(\vec{r}, \vec{r}') k_2^2 [\epsilon_3(\vec{r}') - 1] E_z(\vec{r}') ds' + E_z(\vec{r}), \quad a > y > -a \quad (26)$$

其散射場， $\vec{E}_s(x, y) = E_z^s(x, y) \hat{z}$ ，可以寫成：

$$E_z^s(\vec{r}) = - \int_s G(\vec{r}, \vec{r}') k_2^2 [\epsilon_3(\vec{r}') - 1] E_z(\vec{r}') ds' \quad (27)$$

其中，積分符號之下標 s 代表不均勻介質圓柱的區域。而 $\vec{r} = (x, y)$ ， $G(\vec{r}, \vec{r}')$ 為滿足 $(\nabla^2 + k_1^2)G(\vec{r}, \vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}')$ 之二維三層空間的格林函數。

$$G(x, y; x', y') = \begin{cases} G_{1s}(x, y; x', y'), & y \geq a, \\ G_{2s}(x, y; x', y'), & -a < y < a, \\ G_{3s}(x, y; x', y'), & y \leq -a, a < y < a, \end{cases} \quad (28a)$$

$$G_{1s}(x, y; x', y') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j e^{-j\gamma_1(y-a)} \cdot \left(\frac{(r_2 + r_3) e^{j\gamma_2(y'+a)} + (r_2 - r_3) e^{-j\gamma_2(y'+a)}}{(r_1 + r_2)(r_2 + r_3) e^{j\gamma_2(2a)} + (r_1 - r_2)(r_2 - r_3) e^{-j\gamma_2(2a)}} \right) e^{-j\alpha(x-x')} d\alpha \quad (28b)$$

$$G_{2s}(x, y; x', y') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{j}{2r_2} \left\{ \left[\frac{(r_1 + r_2)(r_2 + r_3) e^{-j\gamma_2[|y-y'|-2a]} + (r_2 - r_1)(r_2 - r_3) e^{j\gamma_2[|y-y'|-2a]}}{(r_1 + r_2)(r_2 + r_3) e^{j\gamma_2(2a)} + (r_1 - r_2)(r_2 - r_3) e^{-j\gamma_2(2a)}} \right] + \left[\frac{(r_2 - r_1)(r_2 + r_3) e^{j\gamma_2(y+y')} + (r_2 - r_3)(r_1 + r_2) e^{-j\gamma_2(y+y')}}{(r_1 + r_2)(r_2 + r_3) e^{j\gamma_2(2a)} + (r_1 - r_2)(r_2 - r_3) e^{-j\gamma_2(2a)}} \right] \right\} e^{-j\alpha(x-x')} d\alpha \quad (28c)$$

$$G_{3s}(x, y; x', y') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j e^{j\gamma_1(y+a)} \cdot \left(\frac{(\gamma_1 + \gamma_2) e^{-j\gamma_2(y'-a)} + (\gamma_2 - \gamma_1) e^{j\gamma_2(y'-a)}}{(\gamma_1 + \gamma_2)(\gamma_2 + \gamma_3) e^{j\gamma_2(2a)} + (\gamma_1 - \gamma_2)(\gamma_2 - \gamma_3) e^{-j\gamma_2(2a)}} \right) e^{-j\alpha(x-x')} d\alpha, \quad (28d)$$

$$\gamma_i^2 = k_i^2 - \alpha^2, \quad i=1, 2, 3, \quad \text{Im}(\gamma_i) \leq 0, \\ -a < y' < a$$

在這裡， k_i 是第 i 個區域的波數， $G(x, y; x', y')$ 是三層空間的格林函數(Green's function)，其可利用 Fourier Transform [23] 來推導出。以數值方法求方程式(26)及(27)，我們必須計算所使用的格林函數。方程式(28a)中的格林函數是一種瑕積分(improper integral)的型式，因此我們必須要使用一些數值方法將其解出，但是當 (x, y) 與 (x', y') 接近兩區域的界面 $y = -a$ 時，在做積分時會收斂非常慢，如果直接做積分，所花的時間將會變長，而累積的誤差也會太大。在計算散射場的過程中，為了避免上述的困難，我們特別將 $G_{1s}(x, y; x', y')$ 重寫成一個特殊函數加上一個快速收斂的積分，如此一來，整個格林函數的積分就變的容易處理。

此外，在(28c)式中， $G_{2s}(x, y; x', y')$ 代表激發源與觀測點都位於第二層的區間內時的格林函數，所以 $G_{2s}(x, y; x', y')$ 必定有類似自由空間格林函數 $\left(\frac{j}{4} H_0^{(2)} \left(k_2 \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} \right) \right)$ 之成份的存在，經過簡單的推導，吾人可將 $G_{2s}(x, y; x', y')$ 的式子改寫成為：

$$G_{2s}(x, y; x', y') = G_{2sf}(x, y; x', y') + G_{2ss}(x, y; x', y')$$

其中

$$G_{2sf}(x, y; x', y') = \frac{j}{4} H_0^{(2)} \left(k_2 \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} \right) \quad (29)$$

$$G_{2ss}(x, y; x', y') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{j}{2r_2} \left[\frac{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3) \left[e^{-j/2 \lvert y-y' \rvert + 2a} + e^{j/2 \lvert y-y' \rvert - 2a} \right]}{(r_1 + r_2)(r_2 + r_3) e^{j/2(2a)} + (r_1 - r_2)(r_2 - r_3) e^{-j/2(2a)}} \right] \\ + \left[\frac{(r_2 - r_1)(r_2 + r_3) e^{j/2(y+y')} + (r_2 - r_3)(r_1 + r_2) e^{-j/2(y+y')}}{(r_1 + r_2)(r_2 + r_3) e^{j/2(2a)} + (r_1 - r_2)(r_2 - r_3) e^{-j/2(2a)}} \right] e^{-j\alpha(x-x')} d\alpha \quad (40)$$

再上述方程式(40)中的格林函數 $G_{2ss}(x, y; x', y')$ 亦是一種瑕積分的型式，因此我們必須要使用一些數值方法將其解出，同樣地，我們亦將 $G_{2ss}(x, y; x', y')$ 重寫成一個特殊函數加上一個

快速收斂的積分，如此一來，整個格林函數的積分就變的容易處理。

接著，討論利用 TE 極化波照射物體時的散射電場與入射電場之間的關係。

(二) TE(Transverse Electric)入射波：

以電場極化方向在 X-Y 的 TE 入射波來照射物體，在三層結構的空間中，TE 入射波仍然會產生入射波與反射波，所以我們可以將入射電場寫成：

$$\vec{E}^i(x, y) = \begin{cases} (E_x^i)_1(x, y) \hat{x} + (E_y^i)_1(x, y) \hat{y}, & y \geq a, \\ (E_x^i)_2(x, y) \hat{x} + (E_y^i)_2(x, y) \hat{y}, & a > y > -a, \\ (E_x^i)_3(x, y) \hat{x} + (E_y^i)_3(x, y) \hat{y}, & y \leq -a. \end{cases} \quad (41)$$

由於 E_x 與 E_y 之間具有關聯性，所以總電場的積分方程式會比 TM 情況時更難分析。此時馬克斯威爾方程式為：

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad (42)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0 \vec{\epsilon}_r \vec{E} = j\omega\epsilon_0 \vec{E} + \vec{J}_{eq} \quad (43)$$

其中

$$\vec{J}_{eq} = j\omega\epsilon_0 [\epsilon_1(x, y) - 1] E_x \hat{x} + j\omega\epsilon_0 [\epsilon_2(x, y) - 1] E_y \hat{y}$$

為介質等效電流密度。

根據等效感應源的觀念及 Hertz 向量的技巧 [22]，物體內部的總電場：

$$\vec{E}(x, y) = E_x(x, y) \hat{x} + E_y(x, y) \hat{y} = (E_x^i + E_x^s) \hat{x} + (E_y^i + E_y^s) \hat{y}$$

與外部散射場可以寫成下的積分方程式型式：

$$E_x(\vec{r}) = - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_2^2 \right) \left[\int_s G(\vec{r}, \vec{r}') (\epsilon_1(\vec{r}') - 1) E_x(\vec{r}') ds' \right] \\ - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[\int_s G(\vec{r}, \vec{r}') (\epsilon_2(\vec{r}') - 1) E_y(\vec{r}') ds' \right] + E_x^i(\vec{r}) \quad (44)$$

$$E_y(\vec{r}) = - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[\int_s G(\vec{r}, \vec{r}') (\epsilon_1(\vec{r}') - 1) E_x(\vec{r}') ds' \right]$$

$$-\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_2^2\right) \left[\int_s G(\bar{r}, \bar{r}') (\varepsilon_2(\bar{r}') - 1) E_y(\bar{r}') ds' \right] + E_y(\bar{r}) \quad (45)$$

$$E_x^s(\bar{r}) = -\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_2^2\right) \left[\int_s G(\bar{r}, \bar{r}') (\varepsilon_1(\bar{r}') - 1) E_x(\bar{r}') ds' \right] - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[\int_s G(\bar{r}, \bar{r}') (\varepsilon_2(\bar{r}') - 1) E_y(\bar{r}') ds' \right] \quad (46)$$

$$E_y^s(\bar{r}) = -\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[\int_s G(\bar{r}, \bar{r}') (\varepsilon_1(\bar{r}') - 1) E_x(\bar{r}') ds' \right] - \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_2^2\right) \left[\int_s G(\bar{r}, \bar{r}') (\varepsilon_2(\bar{r}') - 1) E_y(\bar{r}') ds' \right] \quad (47)$$

為了計算散射場，我們假設散射體的介電常數分佈已知，然後依此來計算散射場。我們先由方程式(36)、(44)與(45)分別求得總電場 \bar{E} ，然後代入方程式(37)、(46)與(47)計算得出散射場 \bar{E}^s 。以上的處理過程，稱為正散射問題。

我們考慮下列的逆散射問題。假設給定在區域一所量測到的散射場，要計算出在區域二中散射體的介質部份的介電常數分佈，在 TM 問題裡只有 $\varepsilon_3(\bar{r})$ 是未知，同樣的在 TE 問題裡只有 $\varepsilon_1(\bar{r})$ 和 $\varepsilon_2(\bar{r})$ 是未知，然而，在上述求解介質中 E_x ， E_y ， E_z 的過程中，所需面對的是非線性的積分方程式的求解，在一個開放邊界的問題中，積分方程式無法獲得解析解 (Analytic Solution)，而必須透過動差法的運用以求得介質中 E_x ， E_y ， E_z 的數值解 (Numerical Solution)。

因此我們可以用動差法將積分方程式化為矩陣型式和使用無關聯照射法重建散射體的介電常數分佈，對 TM 與 TE 問題做逆運算以分別求得 $\varepsilon_1(\bar{r})$ 、 $\varepsilon_2(\bar{r})$ 和 $\varepsilon_3(\bar{r})$ 。

首先利用動差法，用脈波函數為基底函數和脈衝函數為點匹配法中的測試函數，將積分方程

式化為矩陣的型式。因此我們將介質物體劃分為一個個足夠小的區域[45]，此區域必須足夠小，使得每個區域的電場與介電常數可以視為常數。令 ε_{1n} 、 ε_{2n} 和 ε_{3n} 表示第 n 個區域分別對應於 X、Y 和 Z 三方向的介電常數。另外， E_{1n} 、 E_{2n} 和 E_{3n} 分別代表為第 n 個區域在 X、Y 和 Z 三方向的總電場分量。則待測物的介電常數分佈和總電場可以以離散的型式表示為：

$$\varepsilon_i(x', y') = \sum_{n=1}^N \varepsilon_{in} P_n(x', y'), \quad i = 1, 2, 3$$

$$E_\alpha(x', y') = \sum_{n=1}^N E_{\alpha n} P_n(x', y'), \quad \alpha = x, y, z$$

其中 P 為基底函數(Basis function)

$$P_n(x', y') = \begin{cases} 1, & (x', y') \text{ in cell } n \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

同樣地，入射場及散射場可寫為

$$E_\alpha^s = \sum_{n=1}^N E_{\alpha n}^s P_n(x', y')$$

$$E_\alpha^i = \sum_{n=1}^N E_{\alpha n}^i P_n(x', y'), \quad \alpha = x, y, z$$

接下來，使用 Point Matching 的方法，首先定義內積如下：

$$\langle f, g \rangle = \iint f(x', y') g(x', y') dx' dy'$$

以 $V_m \Delta \delta(x - x_m, y - y_m)$ 為測試函數，其中 $\delta(x, y)$ 為二維 Dirac 脈衝函數， (x_m, y_m) 可以為第 m 個區域的中心位置或第 m 個物體外為在區域一之測量點位置。將方程式(36)與 V_m 做內積可得：

$$\langle E_z^i(x, y), V_m \rangle = E_z^i(x_m, y_m)$$

$$= \sum_{n=1}^N \int_{s_n} G(r_m, r') k_2^2 ds' (\varepsilon_{3n} - 1) E_{zn} + E_z(x_m, y_m)$$

$$= \sum_{n=1}^N (G_{21})_{mn} (\varepsilon_{3n} - 1) E_{zn} + E_z(x_m, y_m)$$

$$(G_{21})_{mn} = \left[k_2^2 \cdot \iint_{\text{cell } n} G_{2s}(x, y; x', y') dx' dy' \right]_{\substack{x=x_m \\ y=y_m}}$$

所以積分方程式(36)可以轉換成矩陣型式(48)

$$(E_z^i) = [[G_{21}][\tau_z] + [I]] (E_z) \quad (48)$$

同理，可以將方程式(3-7)、(3-14)-(3-17)轉換成下列方程式：

$$(E_z^s) = -[G_{20}] [\tau_3] (E_z) \quad (49)$$

$$\begin{pmatrix} E_x^i \\ E_y^i \end{pmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} [G_{22}] & [G_{23}] \\ [G_{23}] & [G_{24}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\tau_1] & 0 \\ 0 & [\tau_2] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [I] \end{bmatrix} \right\} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (50)$$

$$\begin{pmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{pmatrix} = \left\{ - \begin{bmatrix} [G_{25}] & [G_{26}] \\ [G_{26}] & [G_{27}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\tau_1] & 0 \\ 0 & [\tau_2] \end{bmatrix} \right\} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (51)$$

在這裡 (E_x^i) 、 (E_y^i) 和 (E_z^i) 代表有 N 個單元的入

射場行向量； (E_x) 、 (E_y) 和 (E_z) 代表有 N 個單

元的總電場行向量； (E_x^s) 、 (E_y^s) 和 (E_z^s) 代表有 M

個單元的散射場行向量， M 為測量點的數目；

矩陣 $[\tau_1]$ 、 $[\tau_2]$ 和 $[\tau_3]$ 為 $N \times N$ 階的對角矩陣，

它們對角單元由散射體每個區域的介電常數構成：

$$(\tau_1)_{mn} = \varepsilon_{1n}(x, y) - 1 \quad (52)$$

$$(\tau_2)_{mn} = \varepsilon_{2n}(x, y) - 1 \quad (53)$$

$$(\tau_3)_{mn} = \varepsilon_{3n}(x, y) - 1 \quad (54)$$

還有， $[I]$ 為 $N \times N$ 的單位矩陣。矩陣 $[G_{21}]$ 、 $[G_{22}]$ 、 $[G_{23}]$ 和 $[G_{24}]$ 為 $N \times N$ 階的方陣；矩陣 $[G_{20}]$ 、 $[G_{25}]$ 、 $[G_{26}]$ 和 $[G_{27}]$ 為 $M \times N$ 階的矩陣。矩陣 $[G_i]$

的元素， $i=20, 21, \dots, 27$ 可由冗長的數學計算而得在給定入射場及介電物體的介電常數分佈時，就 TM 極化入射問題而言，藉由方程式(3-6)求出內部總電場 (E_z) ，在藉由方程式(3-7)計算出 Z 方向的散射場 (E_z^s) 。同樣的，由方程式(3-14)-(3-17)便可以求出 TE 極化波入射問題的

散射場。在獲得(3-18)-(3-21)等數學式後，原本的非線性積分方程式已被近似為線性方程組，在雙軸性介質物體中的總電場 E_x 、 E_y 、 E_z

之近似解均可透過反矩陣運算的方式求得。

然而，為了避免正散射的做法和逆散射的做法一樣而造成錯誤，所以正散射的分割數目和逆散射的分割數目必須不一樣，所以我們在模擬時，正散射的分割數目是逆散射的四倍。

3.2.2 應用無關聯照射法於逆散射問題

接著，讓我們考慮逆散射問題。利用 TM 波及 TE 波入射，藉由分析散射體外面在區域一所量測到的散射場，並配合已知的介質截面形狀，便可以計算出此雙軸性介質物體的介電常數分佈。

在求解逆散射問題時，對 TM 入射波我們選擇 N 個不同的無關聯入射行向量，對 TE 入射波我們選擇 $2N$ 個不同的無關聯入射行向量，然後方程式(3-18)-(3-21)可以表示成下式

$$[E_z^i] = [[G_{21}][\tau_3] + [I]] [E_z] \quad (55)$$

$$[E_z^s] = -[G_{20}] [\tau_3] [E_z] \quad (56)$$

$$[E_t^i] = [[G_{t1}][\tau_t] + [I_t]] [E_t] \quad (57)$$

$$[E_t^s] = -[G_{t2}] [\tau_t] [E_t] \quad (58)$$

其中，

$$[E_t^i] = \begin{bmatrix} E_x^i \\ E_y^i \end{bmatrix} \quad [E_t] = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad [E_t^s] = \begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix}$$

$$[G_{t1}] = \begin{bmatrix} [G_{22}] & [G_{23}] \\ [G_{23}] & [G_{24}] \end{bmatrix}, [G_{t2}] = \begin{bmatrix} [G_{25}] & [G_{26}] \\ [G_{26}] & [G_{27}] \end{bmatrix}$$

$$[\tau_t] = \begin{bmatrix} [\tau_1] & 0 \\ 0 & [\tau_2] \end{bmatrix}, [I_t] = \begin{bmatrix} [I] & 0 \\ 0 & [I] \end{bmatrix}$$

我們定義下列的式子：

$$[\Phi_b] = -[E_z^s][E_z^i]^{-1} \quad (59)$$

$$[\Psi_b] = [E_z^s][E_z^i]^{-1}[G_{21}] + [G_{20}] \quad (60)$$

$$[\Phi_t] = -[E_t^s][E_t^i]^{-1} \quad (61)$$

$$[\Psi_t] = [E_t^s][E_t^i]^{-1}[G_{t1}] + [G_{t2}] \quad (62)$$

其中， $[E_z^i]$ 和 $[E_z]$ 是 $N \times N$ 的方陣， $[E_z^s]$ 是 $M \times N$ 的矩陣， $[E_t^i]$ 和 $[E_t]$ 是 $2N \times 2N$ 方陣， $[E_t^s]$ 是 $M \times 2N$ 的矩陣。一旦 $[E_z^s]$ 與 $[E_t^s]$ 由實驗量得，則 $[\tau_3]$ 和 $[\tau_t]$ 便可以由下式獲得：

$$[\Psi_b][\tau_3] = [\Phi_b] \quad (63)$$

$$[\Psi_t][\tau_t] = [\Phi_t]$$

從方程式(3-33)的任何一列可以求得 $[\tau_3]$ 的對角線元素：

$$(\tau_3)_{mn} = \frac{(\Phi_b)_{mn}}{(\Psi_b)_{mn}} \quad (64)$$

同理，由方程式(3-34)可得

$$(\tau_1)_{nn} = \frac{(\Phi_t)_{nn}}{(\Psi_t)_{nn}}, \quad n \leq N \quad (65)$$

$$(\tau_2)_{(n-N)(n-N)} = \frac{(\Phi_t)_{nn}}{(\Psi_t)_{nn}}, \quad n \geq N + 1 \quad (66)$$

所以，每個區域的介電常數可以由下式獲得

$$\varepsilon_{1n} = (\tau_1)_{nn} + 1 \quad (67)$$

$$\varepsilon_{2n} = (\tau_2)_{nn} + 1 \quad (68)$$

$$\varepsilon_{3n} = (\tau_3)_{nn} + 1 \quad (69)$$

經由上述的推導過程，可發現主要的關鍵在於 $[E_z^i]$ 和 $[E_t^i]$ 必須為非奇異矩陣，也就是說，所有夠成矩陣 $[E_z^i]$ 和 $[E_t^i]$ 的入射行向量必須要為線性無關聯的。所以，假如物體被一組無關聯入射波照射，我們就可以分別利用 TM 極化波與 TE 極化波重建介電常數 $\varepsilon_3(\bar{r})$ 、 $\varepsilon_2(\bar{r})$ 及 $\varepsilon_1(\bar{r})$ 的分佈。但是值得注意的是，當物體的分割數目變的很大的時候，我們就不容易到如此多的測量，並且不容易滿足每一次照射都必須為線性獨立的條件，因此， $[E_z^i]$ 和 $[E_t^i]$ 就有很多可能的情況，而 $[E_z^i]^{-1}$ 和 $[E_t^i]^{-1}$ 也就有可能有不良情況(ill-conditioned)的發生。不過我們也有一些正規化的技巧，例如虛反運算法(pseudoinverse transformation)[8]，來求解 $[E_z^i]^{-1}$ 和 $[E_t^i]^{-1}$ ，克服

不良的情況。

■ 數值模擬結果

吾人是採用波束聚焦法照射掩埋雙軸性介電物體。其中，介質物體的截面形狀已知，但雙軸性介質物體的介電常數分佈未知。藉由同時改變許多發射器發射波束的方向和調整發射器的相位，就可以依序將入射波聚焦在在每個區域上(聚焦是發生在散射體不存在的時候)。利用這種波束聚焦的過程，可達到產生無關聯入射場的目的，進而重建介電常數的分佈。在逆散射問題部份。吾人利用 TM 波及 TE 波入射，藉由分析散射體外面在區域一所量測到的散射場，並配合已知的介質截面形狀，便可以計算出此雙軸性介質物體的介電常數分佈。

吾人模擬空間中，第一層、第二層與第三層的介電常數分別為 $\varepsilon_A = \varepsilon_0$ 、 $\varepsilon_B = 2.25\varepsilon_0$ 和 $\varepsilon_C = \varepsilon_0$ 。入射波的頻率為 3GHz，第二層的寬度(2a)為 0.2m。測量點是在第一層中以 $y=(a+1)m$ ，x 方向上每隔一個波長放一個量測點，對每一次入射有 9 個測量點。

【例子一】吾人考慮長方形物體，將其物體切分為 25 x 4 的小區域，且此長方形的長和寬分別為 62.5mm 和 1.0mm，每一個小區域有 2.5mm x 2.5mm 的大小，而對應的介電常數分佈圖畫在圖 5。此物體重建的結果如圖 6 所示。重建結果對應的介電常數 ε_1 、 ε_2 和 ε_3 的均方根誤差分別為 1.23%、0.84% 和 0.46%，由此可看出重建結果相當良好。

【例子二】吾人考慮正方形物體，將其物體切分為 12 x 12 的小區域，且此正方形的邊長為 27.6mm，每一個小區域有 2.3mm x 2.3mm 的大小。而對應的介電常數分佈圖畫在圖 8。介電常數分佈亦呈簡單的步階函數分佈。這物體重建的結果如圖 9 所示。重建結果對應的介電常數 ε_1 、 ε_2 和 ε_3 的均方根誤差分別為 1.01%、1.06% 和 1.15%，由此可看出重建結果也蠻不錯的。然而，在實際測量中，散射場內可能包含

許多的隨機雜訊；為了模擬雜訊對 ε_1 、 ε_2 和 ε_3 重建結果的影響，我們將散射場給予隨機比例的雜訊，用來模擬真正實驗時可能測得的散射場；在此兩個例子中，我們將相對於散射場 10^{-5} 至 10^{-1} 的雜訊比例分別乘上平均值為 0 的高斯 (Gaussian) 雜訊分佈後，再加入到正散射場中，在利用它來重建介電常數分佈，重建結果分別如圖 7 與圖 10 所示。由圖中可以很清楚的看出，當雜訊階在 10^{-3} 以下時， ε_1 、 ε_2 和 ε_3 重建結果仍然不錯，但當雜訊階大於 10^{-3} 時便開始變差，且當雜訊階越大時，重建結果受雜訊的影響更是嚴重。

(三) 掩埋在三層介質中二維完全導體

之電磁成像問題

■ 理論推導

讓我們考慮一二維完全導體掩埋在無損之三層結構中之第二層中，三層結構中，各層的誘電係數 (permittivity) 和導磁係數 (permeability) 分別以 ε_i 及 μ_i 表示, $i=1, 2, 3$ 。為了簡單起見，假設該金屬物體於 Z 軸方向無限延伸，即該金屬的特性只隨著 X, Y 座標而變，與 Z 軸無關。因此其在 (x, y) 平面的截面積可用極座標方程式 $\rho = F(\theta)$ 表示，

如圖 11 所示。假設入射波為 $e^{j\omega t}$ 形式之諧波 (time harmonic)，並設入射電場是平行於 Z 軸的均勻平面波，即 TM (transverse magnetic) 極化波。以 \bar{E}_1^+ 表示入射角為 θ_1 之入射電場，如圖 8 所示。電磁場滿足 Maxwell 方程式，配合邊界條件吾可求出各層間之電場值，

$$E = \begin{cases} E_1 = E_1^+ e^{+jk_1 \cos \theta_1 y} e^{-jk_1 \sin \theta_1 x} \bar{z} + E_1^- e^{+jk_1 \cos \theta_1 y} e^{-jk_1 \sin \theta_1 x} \bar{z} & , y \geq a \\ E_2 = E_2^+ e^{+jk_2 \cos \theta_2 y} e^{-jk_2 \sin \theta_2 x} \bar{z} + E_2^- e^{+jk_2 \cos \theta_2 y} e^{-jk_2 \sin \theta_2 x} \bar{z} & , a \geq y \geq -a \\ E_3 = E_3^+ e^{+jk_3 \cos \theta_3 y} e^{-jk_3 \sin \theta_3 x} \bar{z} & , y \leq -a \end{cases}$$

(70)

其中

$$\begin{aligned} E_1^+ &= 1 \\ E_2^+ &= \frac{1}{2} e^{-jk_2 \cos \theta_2 a} \left[\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} e^{jk_1 \cos \theta_1 a} + \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1} E_1^- e^{-jk_1 \cos \theta_1 a} \right] \\ E_2^- &= \frac{1}{2} e^{jk_2 \cos \theta_2 a} \left[\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1} e^{jk_1 \cos \theta_1 a} + \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} E_1^- e^{-jk_1 \cos \theta_1 a} \right] \\ E_3^+ &= \frac{2Z_3}{Z_2 + Z_3} E_2^+ e^{-jk_2 \cos \theta_2 a} e^{jk_3 \cos \theta_3 a} \\ Z_1 &= \frac{\eta_1}{\cos \theta_1}, Z_2 = \frac{\eta_2}{\cos \theta_2}, Z_3 = \frac{\eta_3}{\cos \theta_3} \\ \eta_1 &= \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}, \eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}, \eta_3 = \sqrt{\frac{\mu_3}{\varepsilon_3}} \end{aligned}$$

$$k_i^2 = \omega^2 \varepsilon_i \mu_0 - j\omega \mu_0 \sigma_i, i=1,2,3, \text{Im}(k_i) \leq 0$$

$$k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2, k_2 \sin \theta_2 = k_3 \sin \theta_3$$

在此 $E_1(x, y)$ 之第一項即所謂的入射場

E^{inc} ，若區域 1，區域 2 及區域 3 為無損耗的介質，則 θ_1 ， θ_2 及 θ_3 分別代表入射角，折射角及折射角；若區域 1，區域 2 及區域 3 為有損耗的介質，則則 θ_1 ， θ_2 及 θ_3 為複數，而波的形式將甚複雜，其傳播方向與衰減方向並不相同。空間中任一點之總電場可表為

$$E(x, y) = \begin{cases} E_1(x, y) + E_s(x, y), y \geq a \\ E_2(x, y) + E_s(x, y), a \geq y \geq -a \\ E_3(x, y) + E_s(x, y), y \leq -a \end{cases}$$

其中 $E_s(x, y)$ 為散射場。由於我們有興趣的物體大小約為一個波長 (即在共振區內)，散射場會有嚴重的繞射效應，所以為求解正確的散射場，吾須先嚴謹的求格林函數。

在第二層中，電場會在導體表面產生感應

電流, 吾人可將散射電場 $\vec{E}_s = E_s \hat{z}$ 可視為由導體表面所感應的表面電流 J_s 在空間中的輻射, 配合二維三層結構之格林函數, 導體外任一點 (x, y) 之散射場 $\vec{E}_s = \vec{E} - \vec{E}_i$ 遂可表成

$$E_s(\vec{r}) = - \int_0^{2\pi} G(\vec{r}, F(\theta'), \theta') J(\theta') d\theta' \quad (71)$$

其中

$$J(\theta) = -j\omega\mu_0 \sqrt{F^2(\theta) + F'^2(\theta)} J_s(\theta)$$

$G(x, y; x', y')$ 為二維三層結構之格林函數依觀察位置的不同分別代入所在區域之 $G(x, y; x', y')$,

$J_s(\theta)$ 是表面的感應電流密度, 正比於導體表面的法線方向導數。

接下來, 由於完全導體的邊界條件為導體表面總電場之切線分量為零, 即

$$\hat{n} \times \vec{E} = 0$$

在此 \hat{n} 為垂直於導體並指向導體外的單位向量。基於此邊界條件, 可得到 $J(\theta)$ 的積分方程式

$$E_2 = - \int_0^{2\pi} G_2(x, y; x', y') J(\theta') d\theta' \quad (72)$$

而 E_2 為導體表面的電場值, $G_2(x, y; x', y')$ 是二維三層結構之格林函數。

對正散射而言, 物體的形狀已知, 欲求散射場值。吾人先解方程式(71)中的 $J(\theta)$, 再將 $J(\theta)$ 代入方程式(2)中計算散射場 E_s 。

接著, 為了完成正散射的計算, 對於 TM 波的入射情況, 我們利用動差法(moment method)解方程式(71)和(72)的積分方程組。首先將物體邊緣分成 M_d 個小區段, 每個區段必須足夠

小, 使得在每個小區段上的感應電流可視為常數。並採用脈波函數展開 $J(\theta)$

$$J(\theta) \cong \sum_{n=1}^{M_d} B_n P_n(\theta) \quad (73)$$

其中以脈波函數 $P_n(\theta)$ 為展開式中的基底函數, 定義如下

$$P_n(\theta) = \begin{cases} 1, & \text{in } \Delta C_n \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (74)$$

ΔC_i 代表物體從 $\theta = 2\pi(i-1)/M_d$ 至 $\theta = 2\pi/M_d$ 之第 i 個弧段。展開所用 $J(\theta)$ 的段數必須夠多, 使得 $J(\theta)$ 在每一段 ΔC_i 的區域內

可視為定值。由於 $J(\theta)$ 係有限個脈波函數展開, 所以已隱含了正則化作用。定義向量內積(inner product)

$$\langle f', g' \rangle = \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot g'(\theta) d\theta \quad (75)$$

同時選取 Dirac delta 函數作測試函數

$$V_m = \delta(\theta - \theta_m)$$

$$\theta_m = \frac{2\pi m}{M}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, M$$

則方程式(71)可化成

$$\langle E_s, V_m \rangle = \left\langle \int_0^{2\pi} G_i(x, y; x', y') J(\theta') d\theta', V_m \right\rangle \quad (76)$$

或

$$E_s = \sum_{n=1}^{M_d} B_n \left[\int_{\Delta C_n} G_i(x, y; x', y') d\theta' \right] \quad (77)$$

同理, 方程式(72)可化為

$$E_i(F(\theta_m), \theta_m) = - \sum_{n=1}^{M_d} B_n \left[\int_{\Delta C_n} G_i(x, y; x', y') d\theta' \right] \quad (78)$$

上述之方程式皆為矩陣形式, 可由代數法解

之，如此一來我們就可解出正散射問題。

我們利用基因法則[18]-[21]來解逆散射問題，並且選取下列展開式為形狀函數：

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^{N/2} A_n \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{N/2} A'_n \sin(n\theta) \quad (79)$$

$$J(\theta) \cong \sum_{n=1}^M B_n P_n(\theta) \quad (80)$$

其中 A_n 和 A'_n 都是實數，共有 $(N+1)$ 個未知數，而 B_n 一般而言是複數。在此吾人展開正散射之

$J(\theta)$ 所用的點數並不同於逆散射所用之點數，

即 $M_d \neq M$ 。在我們的研究中，正散射時的分割數是取逆散射問題的兩倍。

而適應函數(fitness function)定為

$$CF = \left\{ \frac{1}{M_t} \sum_{m=1}^{M_t} \left| E_s^{\text{exp}}(\bar{r}_m) - E_s^{\text{cal}}(\bar{r}_m) \right|^2 / \left| E_s^{\text{exp}}(\bar{r}_m) \right|^2 \right\}^{-1/2} \quad (81)$$

其中 M_t 表示測量點的數目， $E_s^{\text{cal}}(\bar{r})$ 表示經由

基因法則所計算出的散射場， $E_s^{\text{exp}}(\bar{r})$ 則為測量到的散射場。

■ 數值模擬結果

在計劃裡，我們藉由數值模擬，讓我們探討所提出逆散射法則的可行性及對雜訊的敏感度。以數值方法模擬逆散射問題，我們必須先計算在測量點(probing points)上的正散射場值，吾選取之測量點為分佈於半徑 3m 之圓上，如圖 1 所示。考慮一導體埋於牆中。一振幅為 1 之電磁波從第一層或第三層入射。我們在第一層與第三層中測量散射場。再下列的例子中我們都假設在第一層與第三層內之物質為空氣，即 $\epsilon_1 = \epsilon_0, \epsilon_3 = \epsilon_0$ ，而第二層之 $\epsilon_2 = 2.56\epsilon_0$ ，第二層的寬度為 0.2m。

在數值模擬中，我們使用兩種不同方向的入射波照射埋藏物體，頻率為 1GHz，即波長為

0.3m。入射角度分別為 45° 與 315° 其中每個方向的入射波共收集 8 個測量點，所以在每一次模擬中總共有 16 筆測量值。正散射問題中展開表面電流所用之項數 M_d 為 64，而逆散射過程中，感應電流的展開項數 M 為 32。在基因法則的運算中展開形狀函數的未知數為 $N+1$ 個。參數均被編碼成 8 位元所組成的字串：字串的交配率和突變率分別是 0.05 和 0.1。

【例子一】形狀函數為 $F(\theta) = 0.05 \text{ m}$ 。在基因法則的運算中，族群的大小(population size)為 70。在本例子中，探討變數對於物體重建之影響。吾分別以 3, 5, 7 個變數去重建圓形柱體，其重建的圖形、形狀函數偏差量分別示於圖 12 (a-c) 及 12 (d)，其中形狀函數偏差量 DR 的定義如下：

$$DR = \left\{ \frac{1}{N'} \sum_{i=1}^{N'} [F^{\text{cal}}(\theta_i) - F(\theta_i)]^2 / F(\theta_i) \right\}^{1/2}$$

此處 $N' = 1000$ ，由參數 DR 我們可以得到 F^{cal} 和 $F(\theta)$ 之相對誤差，很明顯的當 DR 的值越小，就代表重建的效果越好，代表物體與掩埋物越相近，在這一個例子中我們可以發現當變數越多時重建之誤差會較大，這也相當合理，當變數增多其形狀變化性會較大，所以還原的效果會比變數少的誤差大，不過本例子中誤差的結果都還在我們可以接受的範圍。由這個例子，我們可以瞭解到即使在大範圍的空間中進行參數值的搜尋，若使用基因法則，仍能獲的整體的最佳解，更加說明了基因法則的適用性及強韌性。

【例子二】形狀函數為 $F(\theta) = (0.06 + 0.01 \cos 2\theta - 0.02 \sin 2\theta) \text{ m}$

，族群的大小(population size)為 120，我們在這一個例子中，探討入射角度對於重建之影

響，在圖 13(a)與圖 13(b)中分別入射角度為 $45^\circ, 315^\circ$ 及 $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ 之形狀重建之結果，圖 13(c)為兩個重建之形狀偏差量之比較。由結果我們可以得到，入射角度增多時收斂的較快且誤差值會比較小，吾可得知較多的觀察點有利於重建物體，而且其重建後的形狀誤差量小於 5%。

在此例吾人也將探討雜訊對影像的重建結果。我們加入雜訊量 $b+cj$ 至量測的散射場上，在此 b 與 c 分別表示獨立的隨機均勻分佈函數，其大小的範圍為負相對雜訊位準 (relative noise level) 乘以散射場的 R.M.S (root mean square) 值，至正相對雜訊位準乘以散射場的 R.M.S 值。模擬使用的相對雜訊位準包含： 10^{-5} ， 10^{-4} ， 10^{-3} ， 10^{-2} ， 10^{-1} ，數值結果繪於圖 14。從結果我們可以看出大約當雜訊在 10^{-2} 以下都還在我們可以忍受的範圍。

四、結論

本計劃目的為研究二維物體的電磁成像問題。我們將針對不同的空間結構與不同的逆散射處理方法進行探討。

首先在二維週期性完全導體與不完全導體在自由空間中之逆散射部分。吾人逆散射法則是基於嚴謹的數學，利用接收的散射場及適當的邊界條件導出一非線性積分方程組，接著藉由動差法解非線性的積分方程，然後引入基因法則將逆散射問題轉化為求解最佳化的問題。對於週期性完全導體而言，從數值模擬中發現，此法則亦能重建出令人滿意的結果。吾人亦發現由於週期長度對散射場的貢獻遠大於形狀函數對散射場的貢獻。所以週期長度的收斂速度總是優於形狀函數。對於週期性不完全導體而言，數值模擬中顯示對於凹形物體與形狀對 x 軸及 y 軸不對稱的物體的重建結果也令人滿意。至於所提基因法則抗雜訊的能力，從數值模擬中發現，量測的散射場即使加入均勻分佈的雜訊存在，週期長度與形狀函數的抗雜訊能力相當好，而導電率的抗雜訊能力則相對較

差。

在三層結構中雙軸性掩埋圓柱體的電磁成像問題，吾人以嚴謹的數學方法進行逆散射法則推導，利用到所接收到的散射場及適當的邊界條件，推導出非線性積分方程組，接著藉著適當的安排入射場的方向及極化，再利用動差法將積分方程式化成矩陣的型式，然後在利用無關聯照射法來解之。藉由無關聯照射法的技巧，不但可以避免不良情況，並且不管有無雜訊下都能獲得良好的重建結果。尤其不需要迭代的過程，因此更能顯出此法則是很有效的。

最後在二維完全導體掩埋在三層空間之電磁成像部分。我們提出的逆散射法則是基於嚴謹的數學方法，利用接收的散射場及適當的邊界條件導出一非線性積分方程組，接著藉由動差法解非線性的積分方程，然後引入基因法則將逆散射問題轉化為求解最佳化的問題。

我們只須知道散射場值便可以解出此逆散射問題。此法則是利用基法則將逆散射問題轉化為求解最佳化的問題，在一代一代的複製，交配與突變中去蒐尋最佳的解。數值模擬中，對於不同形狀函數的物體，都得到良好的結果。此外，我們亦探討了不同的入射角度的個數和雜訊存在對影像重建的影響，依然可以得到良好的重建結果，驗證了基因法的適應性及堅韌性。至於所提基因法則抗雜訊的能力，

從數值模擬中發現，量測的散射場即使加入雜訊存在，形狀函數的抗雜訊能力相當好。

本計劃所提逆散射法則，仍然有很大的發展空間。除了可以處理自由空間中的週期性完全導體與不完全導體外，還可以應用在掩埋於半空間 (half space) 或三層空間的週期性導體，只是數值工作將更為繁複。

五、參考文獻

- [1] S. Caorsi, G.L. Gagnani, and M. Pastorino, "Numerical Electromagnetic Inverse-Scattering Solution for Two-Dimensional Infinite Dielectric Cylinders Buried in a Lossy Half-Space," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-41, pp. 352-356, Feb. 1993.
- [2] C. C. Chiu and Y. M. Kiang, "Inverse Scattering of a

- Buried Conducting Cylinder,” *Inv. Prob.*, Vol.7, pp. 187-202, April 1991.
- [3] C. C. Chiu and C. P. Huang, “Inverse Scattering of Dielectric Cylinders Buried in a Half Space,” *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 13, pp. 96-99, Oct. 1996.
- [4] M. J. Akhtar and A. S. Omar, “Reconstructing Permittivity Profiles Using an Improved Renormalization Technique,” *IEEE MTT-S Digest*, p.p. 1815-1818, June 1999.
- [5] C. J. Lin, C. Y. Chou, and C. C. Chiu, “Electromagnetic Imaging for a Conducting Cylinder Buried in a Slab Medium by the Genetic Algorithm”, *International Journal of Imaging Systems and Technology*, Vol. 14 , pp. 1-7, June 2004
- [6] Y. S. Lin, C. C Chiu,, “Image Reconstruction for a Perfectly Conducting Cylinder Buried in Slab Medium by a TE Wave Illumination”, *Electromagnetics*, No. 3, pp. 203-216, April 2005.
- [7] O. M. Bucci, L. Crocco, T. Isernia, V. Pascazio, “Subsurface Inverse Scattering Problems: Quantifying, Qualifying, and Achieving the Available Information”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 39, pp. 2527 – 2538, Nov. 2001
- [8] M. J. Akhtar, and A.S. Omar, “Reconstructing Permittivity Profiles Using Integral Transforms and Improved Renormalization Techniques”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 48, pp.1385 - 1393, Aug. 2000
- [9] M. M. Ney, A. M. Smith, and S. S. Stuchly, “A Solution of electromagnetic Imaging Using Pseudoinverse Transformation,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, Vol. MI-3, pp. 155-162, Dec. 1984
- [10] A. G. Ramm, “Uniqueness Result for Inverse Problem of Geophysics: I, ” *Inverse Problems*, vol. 6, pp. 635-641, Aug.1990.
- [11] R. F. Harrington, “Field Computation by Moment Methods,” *New York: Macmillan*, 1968.
- [12] G. W. Hohmann, “Electromagnetic Scattering by Conductors in the Earth near a Line Source of Current,” *Geophysics*, vol. 36, pp. 101-131, Feb. 1971.
- [13] T. J. Cui, and W. C. Chew, “Novel Diffraction Tomographic Algorithm for Imaging Two-Dimensional Targets Buried under a Lossy Earth,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 38, No. 4, pp. 2033-2041, Feb. 2000.
- [14] T. J. Cui, and W. C. Chew, “Diffraction Tomographic Algorithm for the Detection of Three-Dimensional Objects Buried in a Lossy Half-Space”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 50, No. 1, pp. 42-49, Jan. 2002.
- [15] T. J. Cui, W. C. Chew, A. A. Aydinler, and Y. H. Zhang, “Fast-Forward Solvers for the Low-Frequency Detection of Buried Dielectric Objects,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 17, pp. 308-314, May 2003.
- [16] S. Caorsi, A. Massa, M. Pastorino, and A. Randazzo, “Electromagnetic Detection of Dielectric Scatterers using Phaseless Synthetic and Real Data and the Memetic Algorithm”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 41, No. 12 pp. 2745-2753, Dec. 2003.
- [17] R. E. Jorgenson and R. Mittra, "Efficient calculation of the free-space periodic Green's function," *IEEE Trans. Antenna Propagat.*, vol. 38, pp. 633-642, May 1990.
- [18] G. S. Wallinga, E. J. Rothwell, K. M. Chen, and D. P. Nyquist, "Efficient computation of the two-dimensional periodic Green's function," *IEEE Tran. Antenna Propagat.*, vol. 47, pp. 895-897, May 1999.
- [19] F. B. Hildebrand, *Methods of Applied Mathematics*, New Jersey: Prentice-Hall, 1965.
- [20] T. B. A. Senior, "Approximation boundary conditions," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-29, pp. 826-829, Sept. 1981.
- [21] F. M. Tesche, "On the inclusion of loss in time domain solutions of electromagnetic interaction problems," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. EMC-32, pp. 1-4, Feb. 1990.
- [22] A. Ishimaru, “Electromagnetic Wave Propagation, Radiation and Scattering,” *Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall*, 1991.
- [23] I. T. Rekanos, T. D. Tsiboukis, “A finite element-based technique for microwave imaging of two-dimensional objects,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 49, pp. 234-239, April 2000.

- [24] O. M. Bucci, L. Crocco, T. Isernia, and V. Pascazio, "Inverse scattering problems with multifrequency data: reconstruction capabilities and solution strategies," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 38, pp.1749-1756, July 2000.
- [25] F. Soldovieri, R. Persico,, "Reconstruction of an Embedded Slab from Multifrequency Scattered Field Data under the Distorted Born Approximation," *IEEE Transactions on Antennas Propagat.*, vol.52, pp. 2348-2356, Sept. 2004.
- [26] S. Bonnard, P. Vincent, and M. Saillard, "Inverse Obstacle Scattering for Homogeneous Dielectric Cylinders Using a Boundary Finite-Element Method", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 48, No. 3, pp. 393-400, march 2000.
- [27] T. A. Maniatis, K. S. Nikita, and N. K. Uzunoglu, "Two-Dimensional Dielectric Profile Reconstruction Based on Spectral-Domain Moment Method and Nonlinear Optimization", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 48, No. 11, Nov. 2000.
- [28] V. A. Mikhnev and P. Vainikainen, "Two-Step Inverse Scattering Method for One-Dimensional Permittivity Profiles", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 48, No. 2, pp. 1831-1840, Feb. 2000.
- [29] W. Rieger, A. Buchau, C. Huber, G. Lehner, and W. M. Rucker, "A New Approach to the 2D Inverse Electromagnetic Medium Scattering Problem: Reconstruction of Anisotropic Objects", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 36, No. 4, pp. 1106-1109, July 2000.
- [30] W. Wang and S. Zhang, "Unrelated illumination method for electromagnetic inverse scattering of inhomogeneous lossy dielectric bodies," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-40, pp. 1292-1296, Nov. 1992.
- [31] C. C. Chiu and C. J. Lin, " Image Reconstruction of Buried Dielectric Cylinders by TE wave Illumination," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol. 16, No. 2, pp. 243-245, Feb. 2002.
- [32] C. C. Chiu and C. J. Lin, "Image Reconstruction of Buried Uniaxial Dielectric yinders," *Electromagnetics*, vol. 22, No. 2, pp. 97-112, Feb. 2002.
- [33] C. C. Chiu and P. T. Liu, "Image Reconstruction of a Complex Cylinder Illuminated by TE Waves," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, pp. 1921-1927, Oct. 1996.
- [34] C. C. Chiu and R. H. Yang, "Electromagnetic Imaging for Complex Cylindrical Objects," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 14, pp. 752-756, Dec. 1995.
- [35] C. C. Chiu and R. H. Yang, "Inverse Scattering of Biaxial Cylinders," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 9, pp. 292-302, Aug. 1995.
- [36] C. C. Chiu and R. H. Yang, "Electromagnetic Imaging for Complex Cylindrical Objects," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 14, pp. 752-756, Dec. 1995.
- [37] J. H. Richmond, "Scattering by a Dielectric Cylinder of Arbitrary Cross Section Shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.* Vol. 13, pp. 334-341, May 1965.
- [38] J. H. Richmond, "TE-Wave Scattering by a Dielectric Cylinder of Arbitrary Cross-Session Shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 14, pp. 460-464, July 1966.
- [39] M. J. Hagmann, O. P. Gandh, and C. H. Durney, "Upper Bound on Cell Size for Moment-Method Solutions," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 25, pp. 831-832, Oct. 1977
- [40] S. Caorsi, A. Massa, and M. Pastorino, "A Computational Technique Based on a Real-Coded Genetic Algorithm for Microwave Imaging Purposes", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 38, No. 4, pp. 1697-1708, July 2000.
- [41] S. Caorsi, A. Massa, M. Pastorino, and M. Donelli, "Improved Microwave Imaging Procedure for Nondestructive Evaluations of Two-Dimensional Structures", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 52, No. 6, pp. 1386-1397, June 2004.
- [42] M. Pastorino, A. Massa, and S. Caorsi, "A Microwave Inverse Scattering Technique for Image Reconstruction Based on a Genetic Algorithm", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 49, No. 3, pp. 573-578, June 2000.
- [43] M. Pastorino, S. Caorsi, A. Massa, and A. Randazzo,

“Reconstruction Algorithms for Electromagnetic Imaging”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 53, No. 3 pp. 692-699, June 2004.

[44] S. Caorsi, A. Massa, M. Pastorino, M. Raffetto, and A. Randazzo, “Detection of Buried Inhomogeneous Elliptic Cylinders by a Memetic Algorithm”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 51, No. 10, pp. 2787-2884, Oct. 2003.

[45] Y. S. Chung, C. Cheon, and S. Y. Hahn, “Reconstruction of Dielectric Cylinders Using FDTD and Topology Optimization Technique”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 36, No. 4, pp. 956-959, July 2000.

[46] T. Isernia, L. Crocco, and M. D’Urso, “New Tools and Series for Forward and Inverse Scattering Problems in Lossy Media”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 1, No. 4, pp.327-331, Oct. 2004.

[47] T. J. Cui, W. C. Chew, A. A. Aydiner, and S. Chen , “Inverse Scattering of Two-Dimensional Dielectric Objects Buried in a Lossy Earth Using the Distorted Born Iterative Method”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 39, No. 2, pp. 339-346, Feb. 2001.

[48] T. J. Cui, W. C. Chew, X. X. Yin, and W. Hong , “Study of Resolution and Super Resolution in Electromagnetic Imaging for Half-Space Problems”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 52, No. 6, p.p. 1398-1411, June 2004.

[49] J. Ma, W. C. Chew, C. C. Lu, and J. Song, “Image Reconstruction from TE Scattering Data Using Equation of Strong Permittivity Fluctuation”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 48, No. 6, pp. 860-867, June 2000.

[50] Y. Yu, T. Yu, and L. Carin, “Three-Dimensional Inverse Scattering of a Dielectric Target Embedded in a Lossy Half-Space”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 42, No. 5, pp. 957-973, May 2004.

[51] E. Bermani, S. Caorsi, and M. Raffetto, “Microwave Detection and Dielectric Characterization of Cylindrical Objects from Amplitude-Only Data by Means of Neural

Networks”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 50, No. 9, pp. 1309-1314, Sept. 2002.

[52] S. Caorsi and P. Gamba, “Electromagnetic Detection of Dielectric Cylinders by a Neural Network Approach”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 37, No. 2, pp. 820-827, March 1999.

[53]

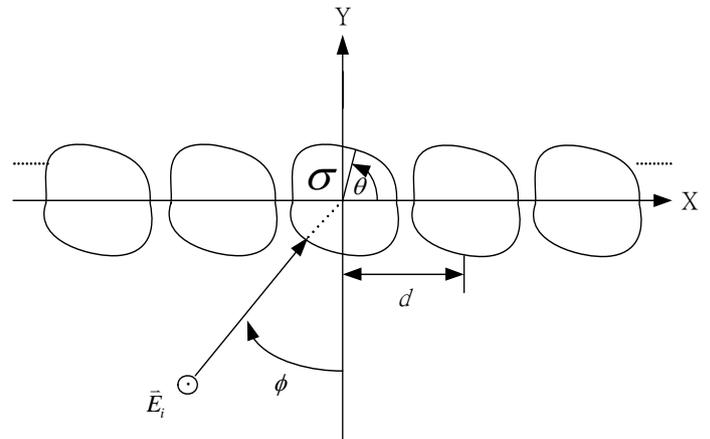


圖 1

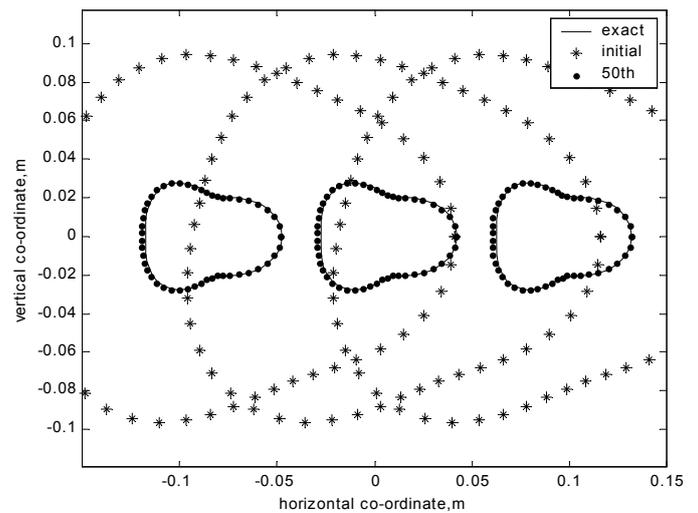


圖 2 (a)

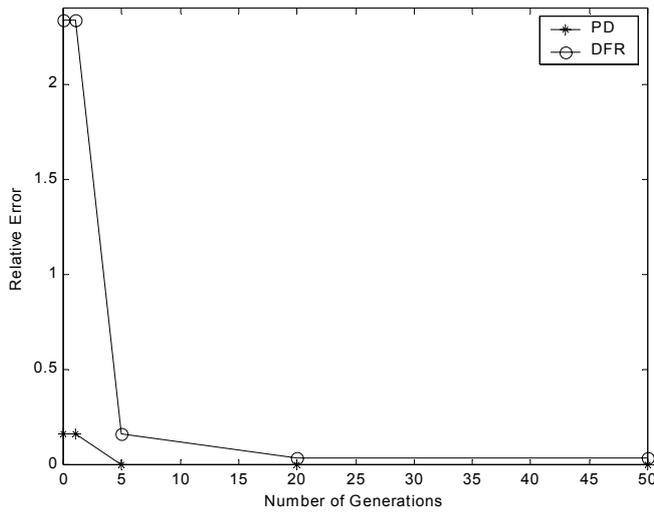


圖 2 (b)

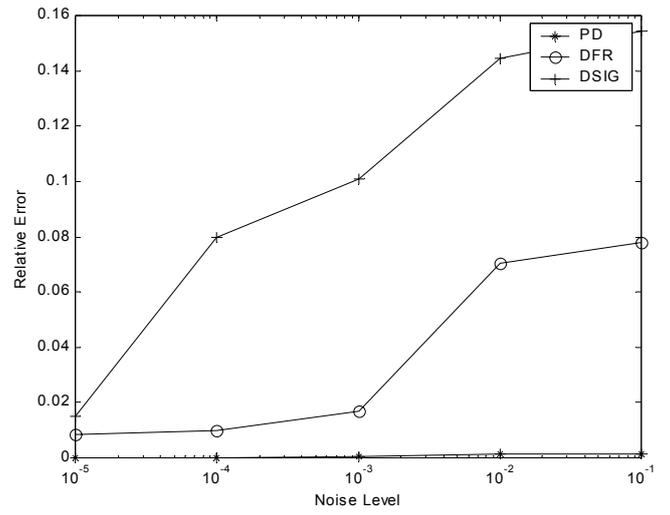


圖 3 (c)

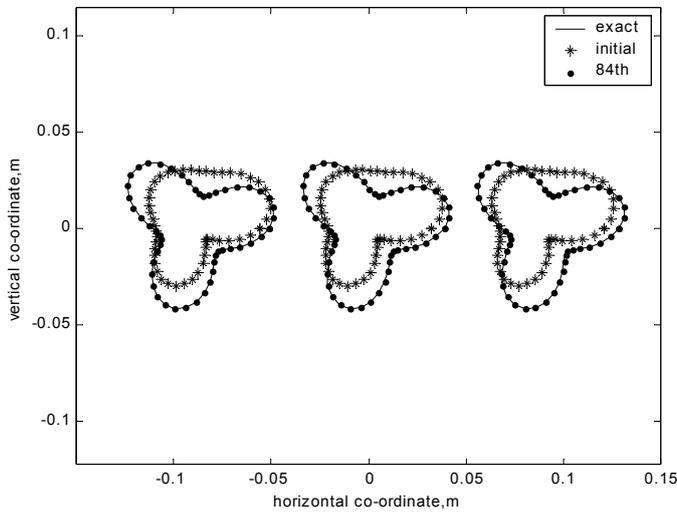


圖 3 (a)

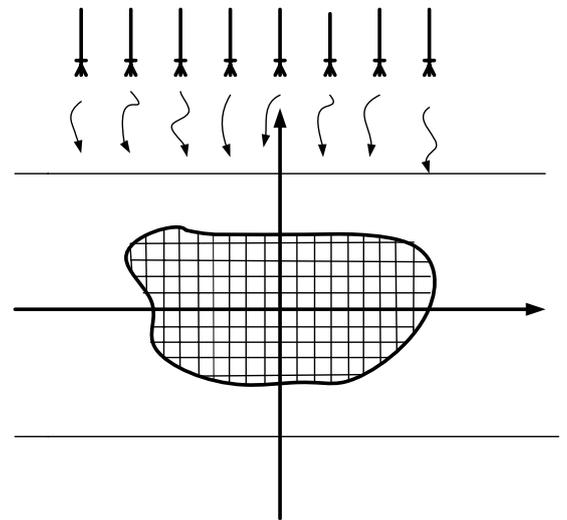


圖 4

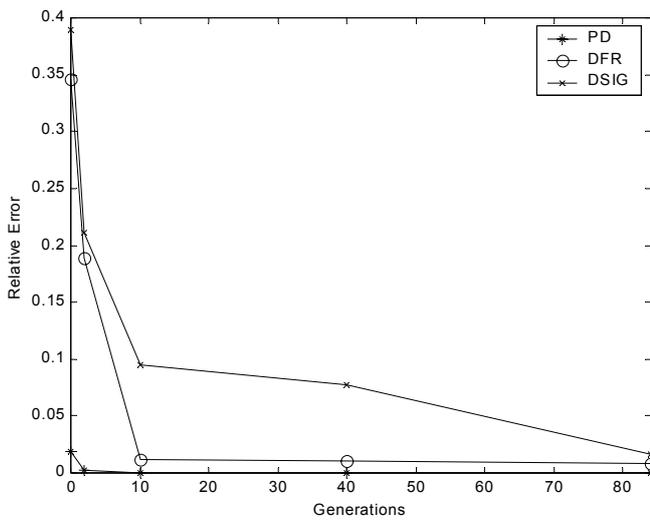


圖 3 (b)

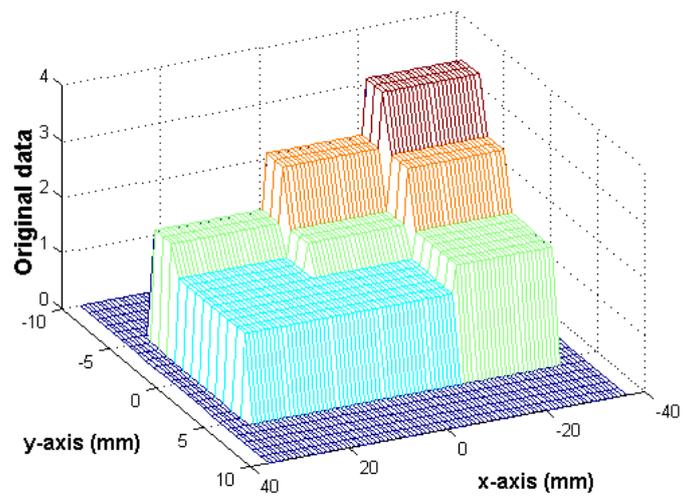


圖 5 (a) $\varepsilon_1(x, y)$

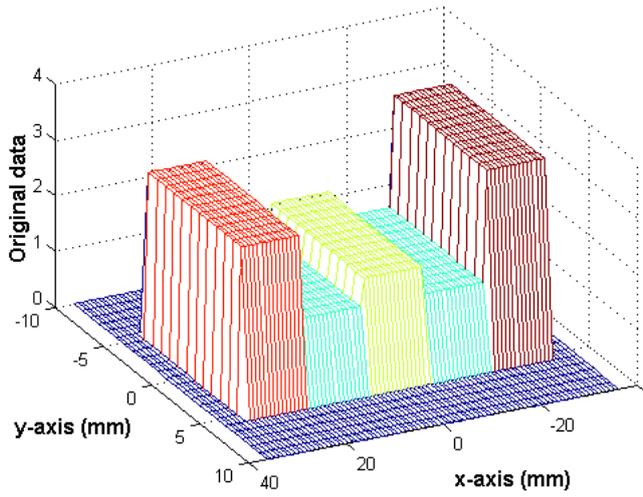


圖 5 (b) $\varepsilon_2(x, y)$

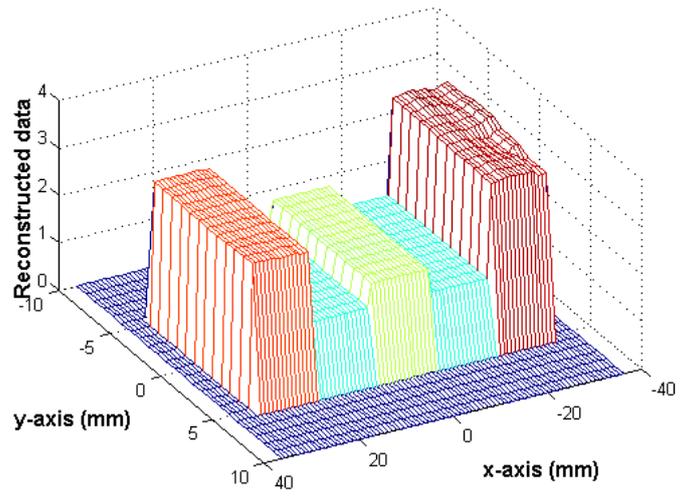


圖 6 (b) $\varepsilon_2(x, y)$

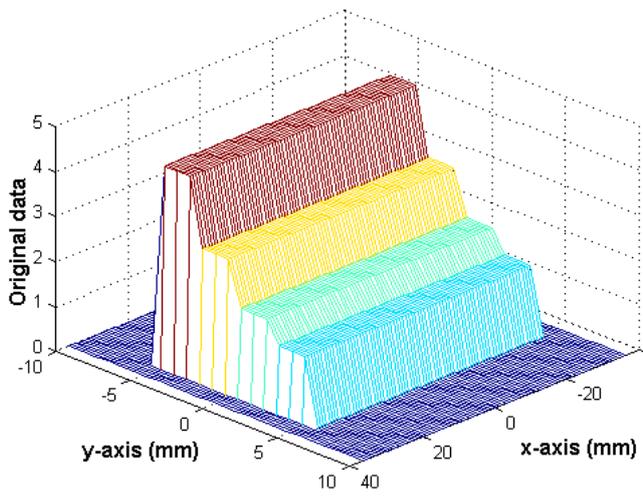


圖 5 (c) $\varepsilon_3(x, y)$

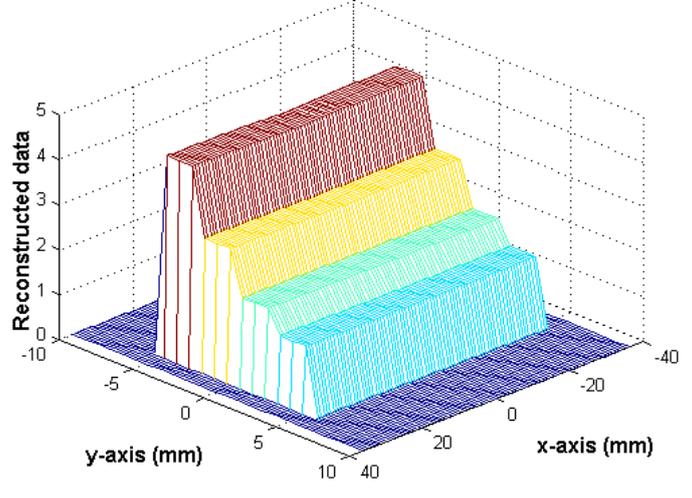


圖 6 (c) $\varepsilon_3(x, y)$

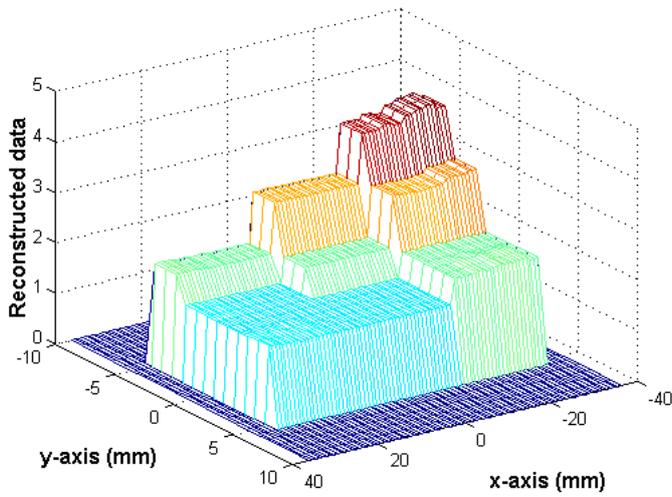


圖 6 (a) $\varepsilon_1(x, y)$

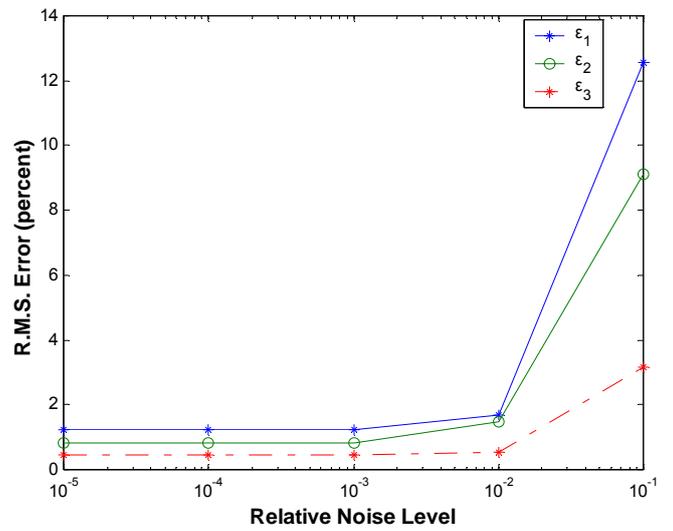


圖 7

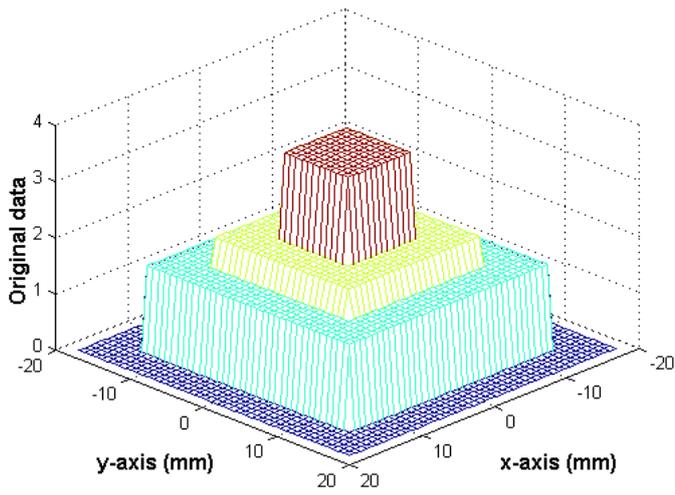


圖 8(a) $\varepsilon_1(x, y)$

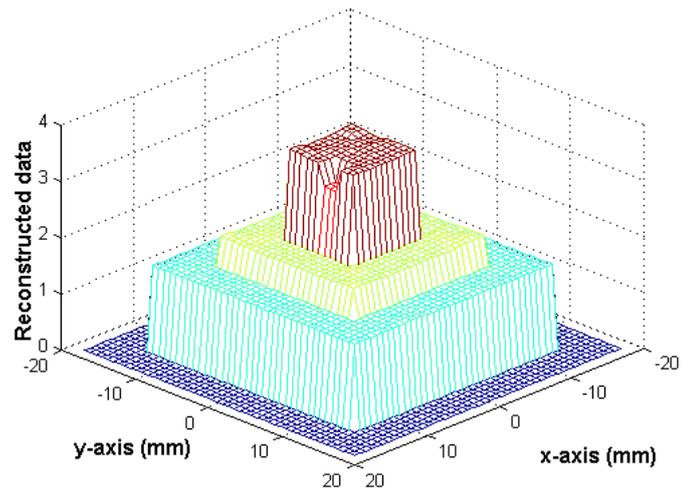


圖 9(a) $\varepsilon_1(x, y)$

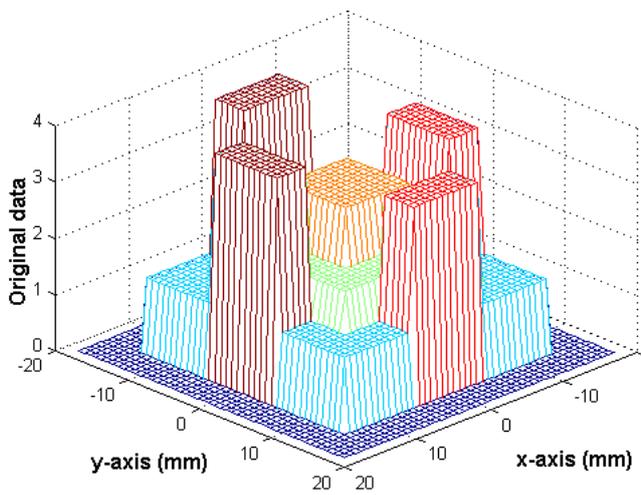


圖 8 (b) $\varepsilon_2(x, y)$

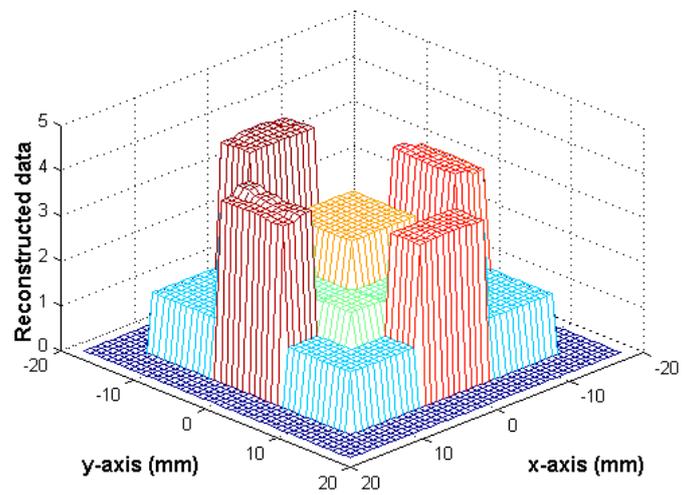


圖 9(b) $\varepsilon_2(x, y)$

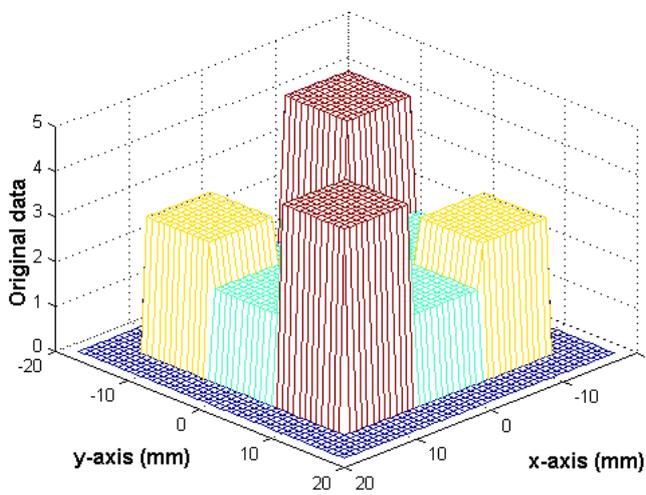


圖 8 (c) $\varepsilon_3(x, y)$

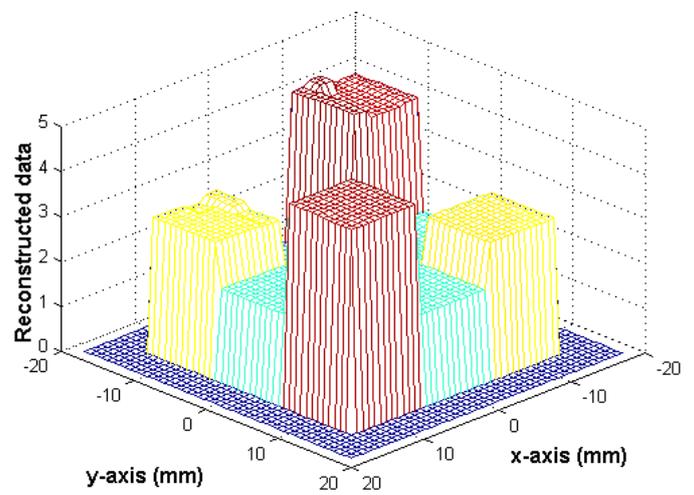


圖 9 (c) $\varepsilon_3(x, y)$

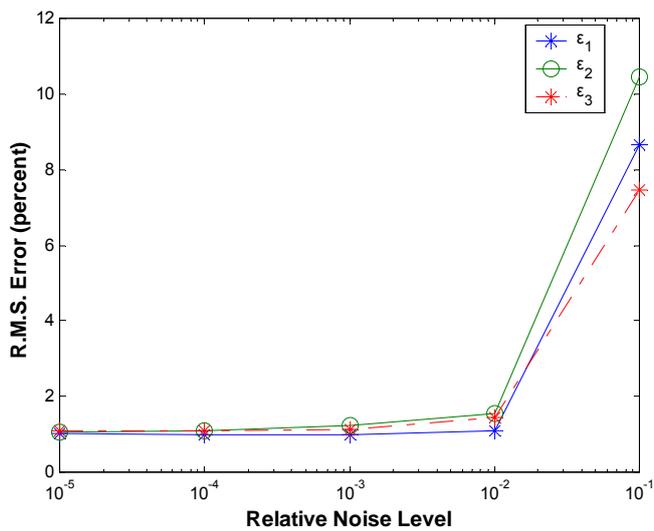


圖 10

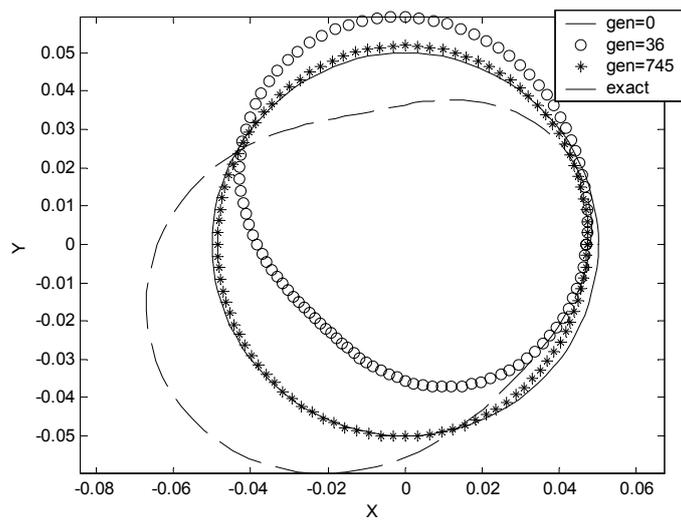


圖 12 (b)

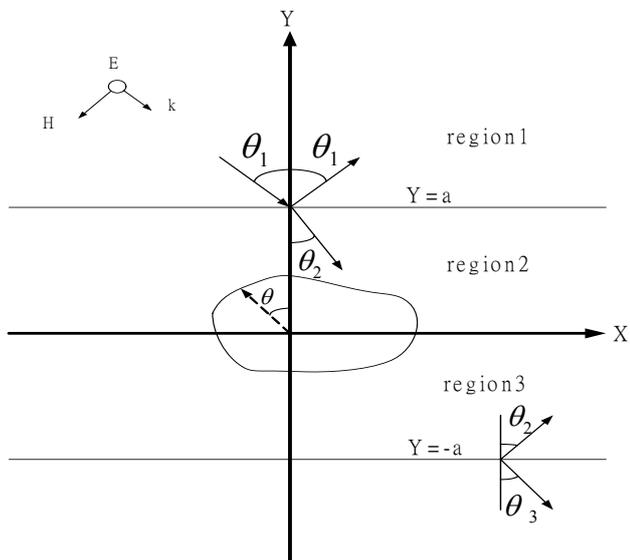


圖 11

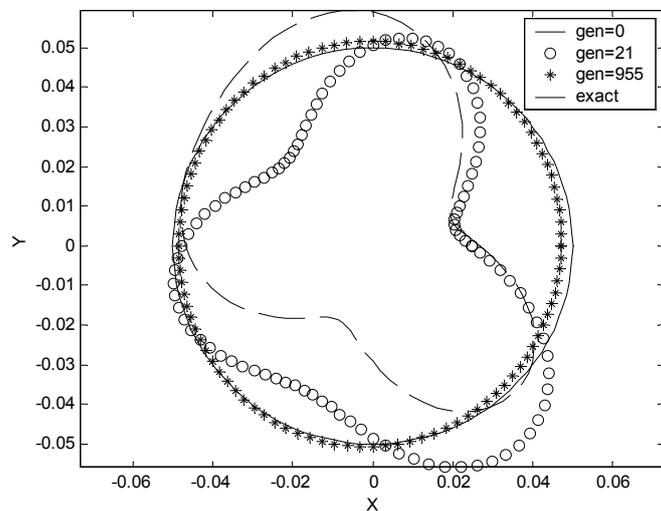


圖 12 (c)

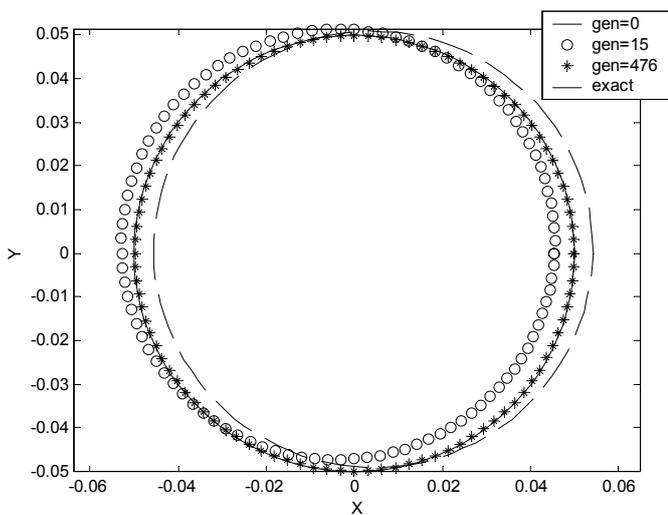


圖 12 (a)

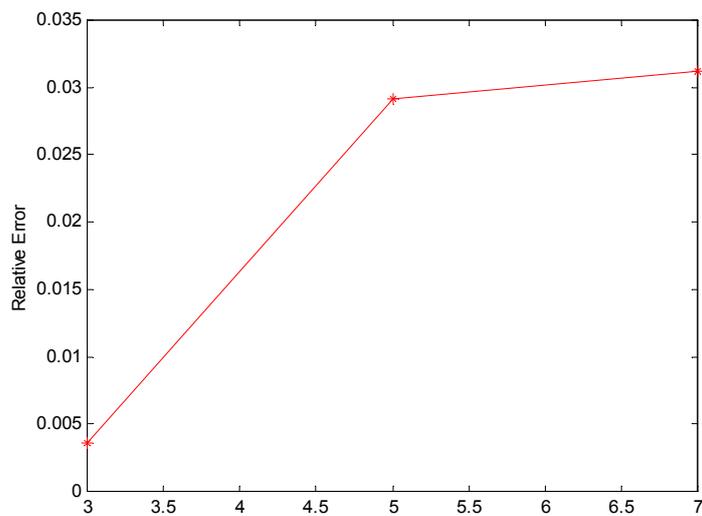


圖 12 (d)

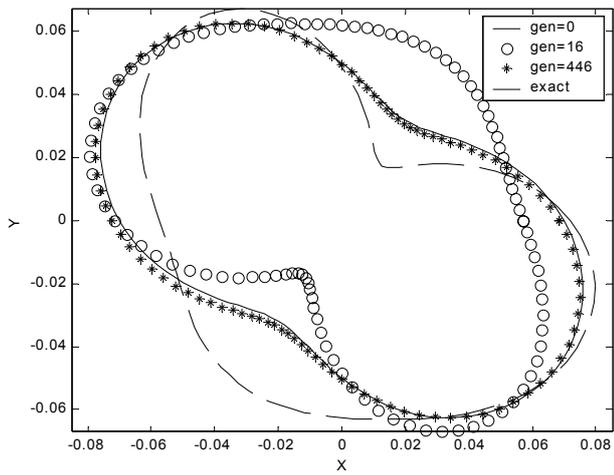


圖 13 (a)

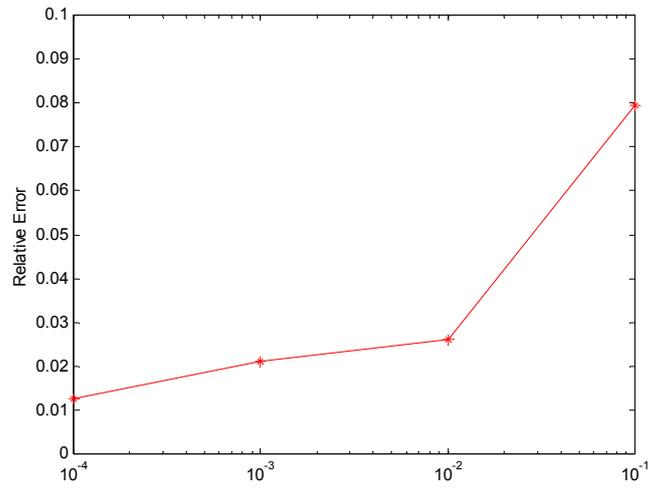


圖 14

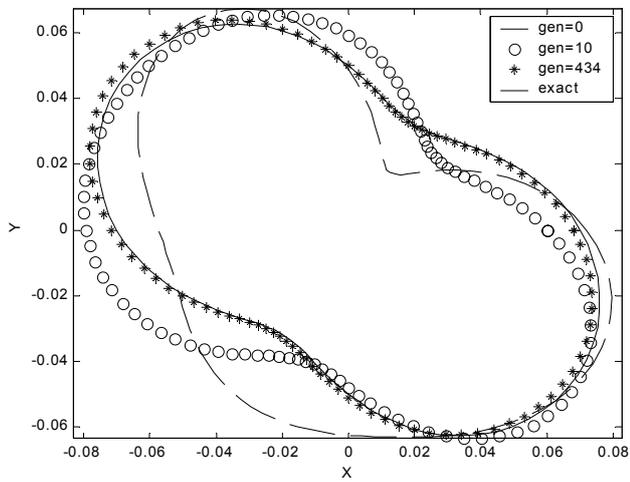


圖 13 (b)

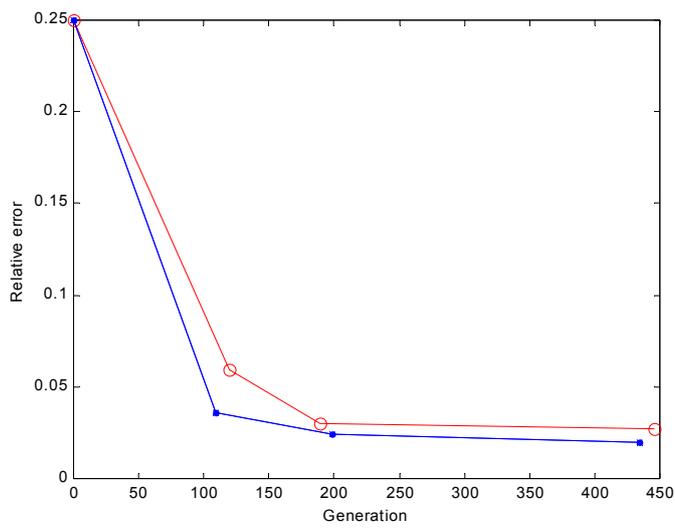


圖 13 (c)