

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

二維物體之影像重建(2/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2219-E-032-002-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：淡江大學電機工程學系(所)

計畫主持人：丘建青

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 93年6月10日

二維物體之影像重建(2/3):

三層結構中掩埋物的電磁成像

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫
計畫編號：NSC 92 - 2219 - E - 032 - 002 -
執行期間： 92 年 8 月 1 日 至 93 年 7 月 31 日

計畫主持人：丘建青 教授

共同主持人：

計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：淡江大學電機系

中 華 民 國 年 月 日

二維物體之影像重建(2/3):

三層結構中掩埋物的電磁成像

Electromagnetic Imaging for a Conducting Cylinder Buried in a Slab

Medium

計劃編號: NSC -92-2219-E-032-002-

執行期間: 92年08月01日至93年07月31日

計劃主持人: 丘建青

淡江大學電機系教授

一、計劃中文摘要(關鍵詞: 電磁成像、三層結構、基因法則、完全導體)

本計劃的目的研究二維完全導體掩埋在三層空間之電磁成像問題。我們針對平面波入射的情況下, 就完全導體的逆散射進行探討。

探討完全導體在三層介質中的電磁成像問題, 將一未知形狀的二維完全導體掩埋在三層介質中, 在第一層以平面電磁波照射掩埋於第二層之物體, 並於第一層及第三層量得其散射場。我們利用接收到的散射場及適當的邊界條件, 導出一組非線性積分方程式, 再利用動差法將此積分方程式化為矩陣型式, 然後再引入基因法則將逆散射問題轉化為求解最佳化的問題。不論初始的猜測值如何, 基因法則總會收斂到整體的極值, 因此在數值模擬顯示中, 即使最初的猜測值遠大於實際值, 我們仍可求得準確的數值解, 成功的重建出物體形狀函數。

英文摘要(Keywords: Electromagnetic Imaging, Three layers structure. Genetic algorithm, Perfect conductor)

The project presents a computational approach to the imaging of a perfectly conducting cylinder buried in a slab. A conducting cylinder of unknown shape buried in a slab scatters the incident wave from outside. The scattered field is recorded in outside the slab. Based on the

boundary condition and the measured scattered field, a set of nonlinear integral equations is derived and the imaging problem is reformulated into an optimization one. The genetic algorithm is then employed to find out the global extreme solution of the cost function. Numerical results demonstrated that, even when the initial guess is far away from the exact one, good reconstruction can be obtained. In addition, the effect of Gaussian noise on the reconstruction is investigated.

二、計劃緣由與目的

本計畫係利用用基因法則, 重建出二維完全導體掩埋在三層空間之形狀。所謂 "電磁成像" (Electromagnetic imaging), 乃是利用電磁波照射於散射體上, 然後測量散射體外的散射場, 經由適當處理以反求散射體的形狀或其內部性質。由於此種方法不必將測量儀器與被測物體做直接接觸, 因此, 在工業上的非破壞檢測、遙測礦產資源和醫學上做人體內部的影像處理方面, 物理上亦常自散射資料反求散射區域的位能分布。然而, 由於以下的原因而使得逆散射問題的解變得複雜而困難:

- (1) 因為逆散射的問題包含了兩個未知數的乘積, 一個是物體的電性, 另一個是物體內部的電場, 此兩未知數的乘積使得此逆散射的問題成為一個非線性的問題 再加上積分方

程式的核心(kernel)是一個平滑函數

(smoothing function), 更導致其嚴重的不良情況(illposness) [1]-[4]。

- (2) 以複雜物體的逆散射問題而言, 由於其同時包含了導體與介質物體, 就我們所知, 目前尚無嚴謹的理論來解決此類型的問題。

理論方面, 利用嚴謹的理論, 推導出非線性積分方程式。接著, 將逆散射問題轉化成一最佳化問題, 利用基因法則重建出其掩埋在三層空間中之形狀。基因法則是一種藉由隨機的選擇, 在一編碼的參數空間中進行最佳化的搜尋法則; 即使初始的猜測值與精確值相差很遠時, 此法亦能避開區域極值而收斂到問題的整體極值。利用這種強韌的特性, 就可重建出二維完全導體掩埋在三層介質中的形狀。

三、研究方法與成果

(一) 理論推導

讓我們考慮一二維完全導體掩埋在無損之三層結構中之第二層中, 三層結構中, 各層的誘電係數 (permittivity) 和導磁係數 (permeability) 分別以 ϵ_i 及 μ_i 表示, $i=1,2,3$ 。為了簡單起見, 假設該金屬物體於 Z 軸方向無限延伸, 即該金屬的特性只隨著 X, Y 座標而變, 與 Z 軸無關。因此其在 (x, y) 平面的截面積可用極座標方程式 $\rho = F(\theta)$ 表示, 如圖 2-2 所示。假設入射波為 $e^{j\omega t}$ 形式之諧波 (time harmonic), 並設入射電場是平行於 Z 軸的均勻平面波, 即 TM(transverse magnetic) 極化波。以 E_1^+ 表示入射角為 θ_1 之入射電場, 如圖 1 所示。電磁場滿足 Maxwell 方程式, 配合邊界條件吾可求出各層間之電場值,

$$E = \begin{cases} E_1 = E_1^+ e^{+jk_1 \cos \theta_1 y} e^{-jk_1 \sin \theta_1 x} \frac{\rho}{z} + E_1^- e^{+jk_1 \cos \theta_1 y} e^{-jk_1 \sin \theta_1 x} \frac{\rho}{z} & , y \geq a \\ E_2 = E_2^+ e^{+jk_2 \cos \theta_2 y} e^{-jk_2 \sin \theta_2 x} \frac{\rho}{z} + E_2^- e^{+jk_2 \cos \theta_2 y} e^{-jk_2 \sin \theta_2 x} \frac{\rho}{z} & , a \geq y \geq -a \\ E_3 = E_3^+ e^{+jk_3 \cos \theta_3 y} e^{-jk_3 \sin \theta_3 x} \frac{\rho}{z} & , y \leq -a \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$E_1^+ = 1$$

$$E_1^- = \frac{e^{+j2k_1 \cos \theta_1 a} [(Z_1 + Z_2)(Z_3 - Z_2)e^{-j2k_2 \cos \theta_2 a} - (Z_1 - Z_2)(Z_3 + Z_2)e^{+j2k_2 \cos \theta_2 a}]}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_2)e^{+j2k_2 \cos \theta_2 a} - (Z_1 - Z_2)(Z_3 - Z_2)e^{-j2k_2 \cos \theta_2 a}}$$

$$E_2^+ = \frac{1}{2} e^{-jk_2 \cos \theta_2 a} \left[\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} e^{jk_1 \cos \theta_1 a} + \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1} E_1^- e^{-jk_1 \cos \theta_1 a} \right]$$

$$E_2^- = \frac{1}{2} e^{jk_2 \cos \theta_2 a} \left[\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1} e^{jk_1 \cos \theta_1 a} + \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} E_1^- e^{-jk_1 \cos \theta_1 a} \right]$$

$$E_3^+ = \frac{2Z_3}{Z_2 + Z_3} E_2^+ e^{-jk_2 \cos \theta_2 a} e^{jk_3 \cos \theta_3 a}$$

$$Z_1 = \frac{\eta_1}{\cos \theta_1}, Z_2 = \frac{\eta_2}{\cos \theta_2}, Z_3 = \frac{\eta_3}{\cos \theta_3},$$

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}, \eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}, \eta_3 = \sqrt{\frac{\mu_3}{\epsilon_3}}$$

$$k_i^2 = \omega^2 \epsilon_i \mu_0 - j\omega \mu_0 \sigma_i, i=1,2,3, \text{Im}(k_i) \leq 0$$

$$k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2, k_2 \sin \theta_2 = k_3 \sin \theta_3$$

在此 $E_1(x, y)$ 之第一項即所謂的入射場 E^{inc} , 若區域 1, 區域 2 及區域 3 為無損耗的介質, 則 θ_1, θ_2 及 θ_3 分別代表入射角, 折射角及反射角; 若區域 1, 區域 2 及區域 3 為有損耗的介質, 則 θ_1, θ_2 及 θ_3 為複數, 而波的形式將甚複雜, 其傳播方向與衰減方向並不相同。空間中任一點之總電場可表為

$$E(x, y) = \begin{cases} E_1(x, y) + E_s(x, y), y \geq a \\ E_2(x, y) + E_s(x, y), a \geq y \geq -a \\ E_3(x, y) + E_s(x, y), y \leq -a \end{cases}$$

其中 $E_s(x, y)$ 為散射場。由於我們有興趣的物體大小約為一個波長(即在共振區內), 散射場會有嚴重的繞射效應, 所以為求解正確的散射場, 吾須先嚴謹的求格林函數。

在第二層中, 電場會在導體表面產生感應電流, 吾人可將散射電場 $\vec{E}_s = E_s \hat{z}$ 可視為由導體表面所感應的表面電流 J_s 在空間中的輻射, 配合二維三層結構之格林函數, 導體外任一點 (x, y) 之散射場 $\vec{E}_s = \vec{E} - \vec{E}_i$ 遂可表成

$$E_s(\vec{r}) = - \int_0^{2\pi} G(\vec{r}, F(\theta'), \theta') J(\theta') d\theta' \quad (2)$$

其中

$$J(\theta) = -j\omega \mu_0 \sqrt{F^2(\theta) + F'^2(\theta)} J_s(\theta)$$

$G(x, y; x', y')$ 為二維三層結構之格林函數依觀察位置的不同分別代入所在區域之 $G(x, y; x', y')$, $J_s(\theta)$ 是表面的感應電流密度, 正比於導體表面

的法線方向導數。

接下來，由於完全導體的邊界條件為導體表面總電場之切線分量為零，即

$$\hat{n} \times \vec{E} = 0$$

在此 \hat{n} 為垂直於導體並指向導體外的單位向量。基於此邊界條件，可得到 $J(\theta)$ 的積分方程式

$$E_2 = - \int_0^{2\pi} G_2(x, y; x', y') J(\theta') d\theta' \quad \text{-- (3)}$$

而 E_2 為導體表面的電場值， $G_2(x, y; x', y')$ 是二維三層結構之格林函數。

對正散射而言，物體的形狀已知，欲求散射場值。吾人先解方程式(3)中的 $J(\theta)$ ，再將 $J(\theta)$ 代入方程式(2)中計算散射場 E_s 。

接著，為了完成正散射的計算，對於 TM 波的入射情況，我們利用動差法(moment method)解方程式(2)和(3)的積分方程組。首先將物體邊緣分成 M_d 個小區段，每個區段必須足夠小，使得在每個小區段上的感應電流可視為常數。並採用脈波函數展開 $J(\theta)$

$$J(\theta) \cong \sum_{n=1}^{M_d} B_n P_n(\theta) \quad \text{----- (4)}$$

其中以脈波函數 $P_n(\theta)$ 為展開式中的基底函數，定義如下

$$P_n(\theta) = \begin{cases} 1, & \text{in } \Delta C_n \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{----- (5)}$$

ΔC_i 代表物體從 $\theta = 2\pi(i-1)/M_d$ 至 $\theta = 2\pi/M_d$ 之第 i 個弧段。展開所用 $J(\theta)$ 的段數必須夠多，使得 $J(\theta)$ 在每一段 ΔC_i 的區域內可視為定值。由於 $J(\theta)$ 係有限個脈波函數展開，所以已隱含了正則化作用。定義向量內積(inner product)

$$\langle f', g' \rangle = \int_0^{2\pi} f'(\theta) \cdot g'(\theta) d\theta \quad \text{----- (6)}$$

同時選取 Dirac delta 函數作測試函數

$$V_m = \delta(\theta - \theta_m)$$

$$\theta_m = \frac{2\pi m}{M}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, M$$

則方程式(2)可化成

$$\langle E_s, V_m \rangle =$$

$$\left\langle \int_0^{2\pi} G_i(x, y; x', y') J(\theta') d\theta', V_m \right\rangle \quad \text{----- (7)}$$

或

$$E_s = \sum_{n=1}^{M_d} B_n \left[\int_{\Delta C_n} G_i(x, y; x', y') d\theta' \right] \quad \text{----- (8)}$$

同理，方程式(2-8)可化為

$$E_i(F(\theta_m), \theta_m) = - \sum_{n=1}^{M_d} B_n \left[\int_{\Delta C_n} G_i(x, y; x', y') d\theta' \right] \quad \text{----- (9)}$$

上述之方程式皆為矩陣形式，可由代數法解之，如此一來我們就可解出正散射問題。

我們利用基因法則[5]-[8]來解逆散射問題，並且選取下列展開式為形狀函數：

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^{N/2} A_n \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{N/2} A'_n \sin(n\theta) \quad \text{(10)}$$

$$J(\theta) \cong \sum_{n=1}^M B_n P_n(\theta) \quad \text{(11)}$$

其中 A_n 和 A'_n 都是實數，共有 $(N+1)$ 個未知數，而 B_n 一般而言是複數。在此吾人展開正散射之 $J(\theta)$ 所用的點數並不同於逆散射所用之點數，即 $M_d \neq M$ 。在我們的研究中，正散射時的分割數是取逆散射問題的兩倍。

而適應函數(fitness function)定為

$$CF = \left\{ \frac{1}{M_t} \sum_{m=1}^{M_t} \left| E_s^{\text{exp}}(\vec{r}_m) - E_s^{\text{cal}}(\vec{r}_m) \right|^2 / \left| E_s^{\text{exp}}(\vec{r}_m) \right|^2 \right\}^{-1/2} \quad \text{----- (12)}$$

其中 M_t 表示測量點的數目， $E_s^{\text{cal}}(\vec{r})$ 表示經由基因法則所計算出的散射場， $E_s^{\text{exp}}(\vec{r})$ 則為測量到的散射場。

(二) 數值模擬結果

在計劃裡，我們藉由數值模擬，讓我們探討所提出逆散射法則的可行性及對雜訊的敏感度。以數值方法模擬逆散射問題，我們必須先計算在測量點(probing points)上的正散射場值，吾選取之測量點為分佈於半徑 3m 之圓上，如圖 1 所示。考慮一導體埋於牆中。一振幅為 1 之電磁波從第一層或第三層入射。我們在第一層與第三層中測量散射場。再下列的例子中我

們都假設在第一層與第三層內之物質為空氣，即 $\epsilon_1 = \epsilon_0$ ， $\epsilon_3 = \epsilon_0$ ，而第二層之 $\epsilon_2 = 2.56\epsilon_0$ ，第二層的寬度為 0.2m。

在數值模擬中，我們使用兩種不同方向的入射波照射埋藏物體，頻率為 1GHz，即波長為 0.3m。入射角度分別為 45° 與 315° 其中每個方向的入射波共收集 8 個測量點，所以在每一次模擬中總共有 16 筆測量值。正散射問題中展開表面電流所用之項數 M_d 為 64，而逆散射過程中，感應電流的展開項數 M 為 32。在基因法則的運算中展開形狀函數的未知數為 $N + 1$ 個。參數均被編碼成 8 位元所組成的字串：字串的交配率和突變率分別是 0.05 和 0.1。

【例子一】形狀函數為 $F(\theta) = 0.05 \text{ m}$ 。在基因法則的運算中，族群的大小(population size) 為 70。在本例子中，探討變數對於物體重建之影響。吾分別以 3, 5, 7 個變數去重建圓形柱體，其重建的圖形、形狀函數偏差量分別示於圖 2 (a-c) 及 2 (d)，其中形狀函數偏差量 DR 的定義如下：

$$DR = \left\{ \frac{1}{N'} \sum_{i=1}^{N'} [F^{cal}(\theta_i) - F(\theta_i)]^2 / F(\theta_i) \right\}^{1/2}$$

此處 $N' = 1000$ ，由參數 DR 我們可以得到 F^{cal} 和 $F(\theta)$ 之相對誤差。很明顯的當 DR 的值越小，就代表重建的效果越好，代表物體與掩埋物越相近，在這一個例子中我們可以發現當變數越多時重建之誤差會較大，這也相當合理，當變數增多其形狀變化性會較大，所以還原的效果會比變數少的誤差大，不過本例子中誤差的結果都還在我們可以接受的範圍。由這個例子，我們可以瞭解到即使在大範圍的空間中進行參數值的搜尋，若使用基因法則，仍能獲的整體的最佳解，更加說明了基因法則的適用性及強韌性。

【例子二】形狀函數為 $F(\theta) = (0.06 + 0.01 \cos 2\theta - 0.02 \sin 2\theta) \text{ m}$ ，族群的大小(population size) 為 120，我們在這一個例子中，探討入射角度對於重建之影響，在圖 3(a) 與圖 3(b) 中分別入射角度為 $45^\circ, 315^\circ$ 及 $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ 之形狀重建之結果，圖 3(c) 為兩個重建之形狀偏差量之比較。由結果我們可以得到，入射角度增多時收斂的較快且誤差值會比較小，吾可得知較多的觀察點有利於重建物體，而且其重建後的形狀誤差量

小於 5%。

在此例吾人也將探討雜訊對影像的重建結果。我們加入雜訊量 $b + cj$ 至量測的散射場上，在此 b 與 c 分別表示獨立的隨機均勻分佈函數，其大小的範圍為負相對雜訊位準(relative noise level) 乘以散射場的 R.M.S(root mean square) 值，至正相對雜訊位準乘以散射場的 R.M.S 值。模擬使用的相對雜訊位準包含： 10^{-5} ， 10^{-4} ， 10^{-3} ， 10^{-2} ， 10^{-1} ，數值結果繪於圖 4。從結果我們可以看出大約當雜訊在 10^{-2} 以下都還在我們可以忍受的範圍。

四、結論

本計劃研究了二維完全導體掩埋在三層空間之電磁成像問題。我們提出的逆散射法則是基於嚴謹的數學方法，利用接收的散射場及適當的邊界條件導出一非線性積分方程組，接著藉由動差法解非線性的積分方程，然後引入基因法則將逆散射問題轉化為求解最佳化的問題。

我們只須知道散射場值便可以解出此逆散射問題。此法則是利用基法則將逆散射問題轉化為求解最佳化的問題，在一代一代的複製，交配與突變中去蒐尋最佳的解。數值模擬中，對於不同形狀函數的物體，都得到良好的結果。此外，我們亦探討了不同的入射角度的個數和雜訊存在對影像重建的影響，依然可以得到良好的重建結果，驗證了基因法的適應性及堅韌性。至於所提基因法則抗雜訊的能力，

從數值模擬中發現，量測的散射場即使加入雜訊存在，形狀函數的抗雜訊能力相當好。本計劃所提逆散射法則，仍然有很大的發展空間。

**** 本計劃研究成果，已被知名期刊 *International Journal of Imaging Systems and Technology(EI)(SCI)* 所接受。**

五、參考文獻

- [1] A. G. Ramm, "Uniqueness result for inverse problem of geophysics:I," *Inverse Problems*, vol. 6, pp. 635-641, Aug. 1990.

- [2] H. P. Baltes, Inverse scattering problems in optics. New York: Springer-verlag Berlin Heidelberg, 1980.
- [3] M. M. Ney, A. M. Smith and S. S. Stuchly, "A solution of electromagnetic imaging using pseudo inverse transformation," *IEEE Trans. Med. Imaging*, vol. 3, pp. 155- 162, Dec. 1984
- [4] F. Hettlich, "Two methods for solving an inverse conductive scattering problem," *Inverse Problems*, vol. 10, pp. 375-385, 1994.
- [5] D. E. Goldberg, "Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning," *Addison-Wesley*, 1989.
- [6] Y. Rahmat-Samiia and E. Michielessen "Electromagnetic Optimization by Genetic Algorithms," *Wiley Interscience*, 1999.
- [7] F. Vavak and T. C. Fogarty, "Comparison of steady state and generational genetic algorithms for use in nonstationary environments," *Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pp. 192-195, 1996.
- [8] V. K. Rohatgi and A. K. Md. Ehsanes Saleh, An Introduction to Probability and Statistics, 2nd ed., John Wiley & Sons, 2001
- [9] I. T. Rekanos, T. D. Tsiboukis, "A finite element-based technique for microwave imaging of two-dimensional objects," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 49, pp. 234-239, April 2000.
- [10] O. M. Bucci, L. Crocco, T. Isernia, and V. Pascazio, "Inverse scattering problems with multifrequency data: reconstruction capabilities and solution strategies," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 38, pp.1749-1756, July 2000.
- [11] R. F. Harrington, "Field Computation by Moment Methods," *New York: Macmillan*, 1968.

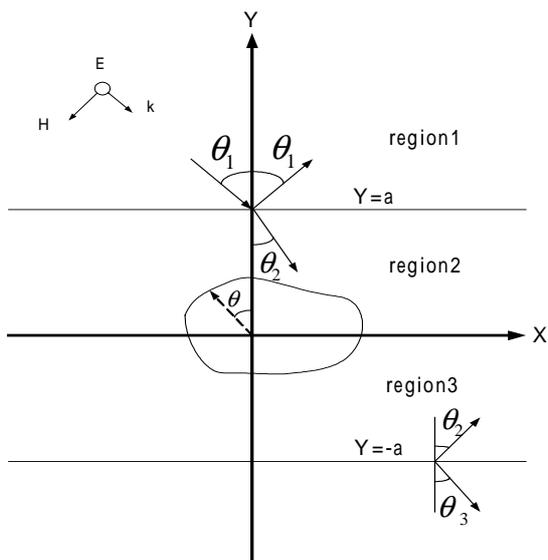


圖 1

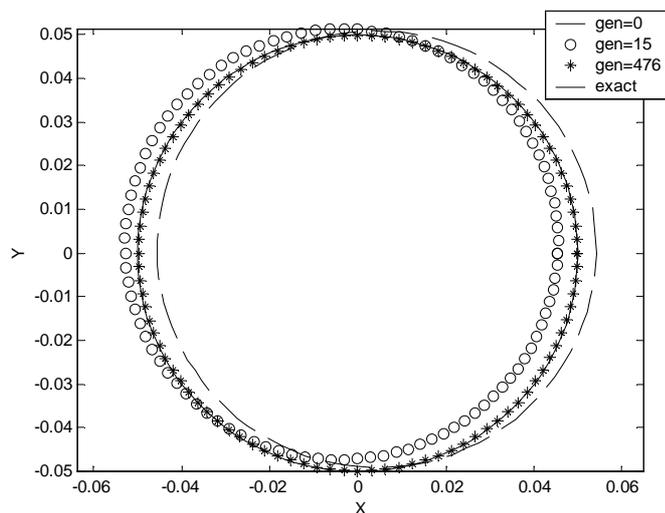


圖 2 (a)

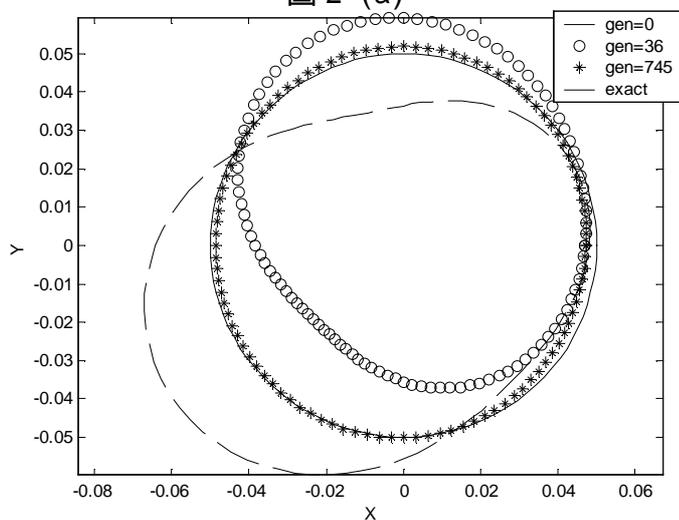


圖 2 (b)

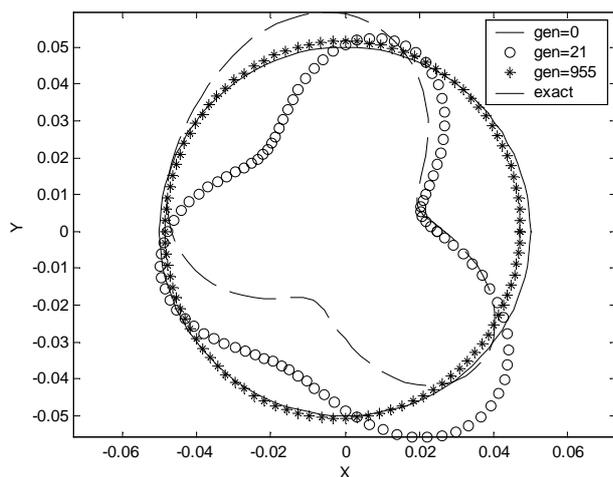


圖 2 (c)

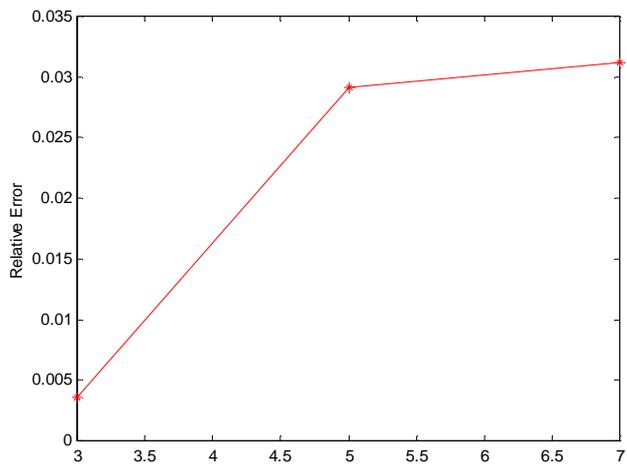


圖 2 (d)

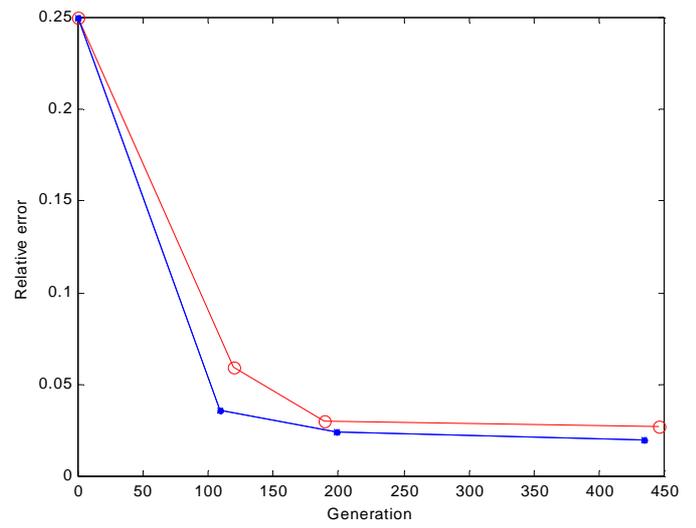


圖 3 (c)

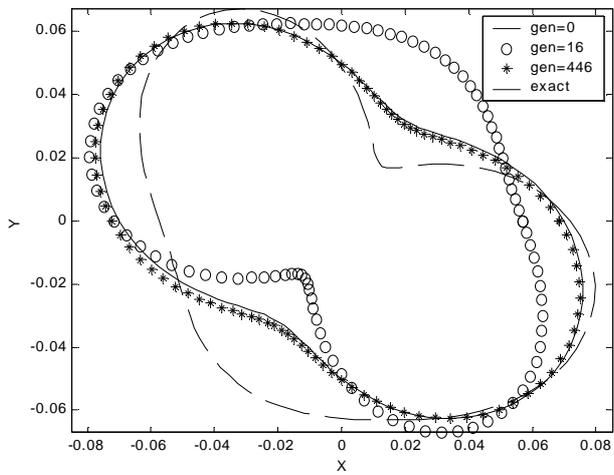


圖 3 (a)

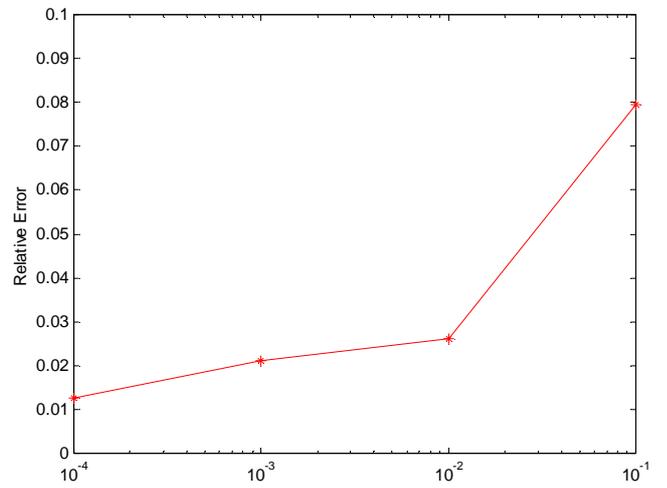


圖 4

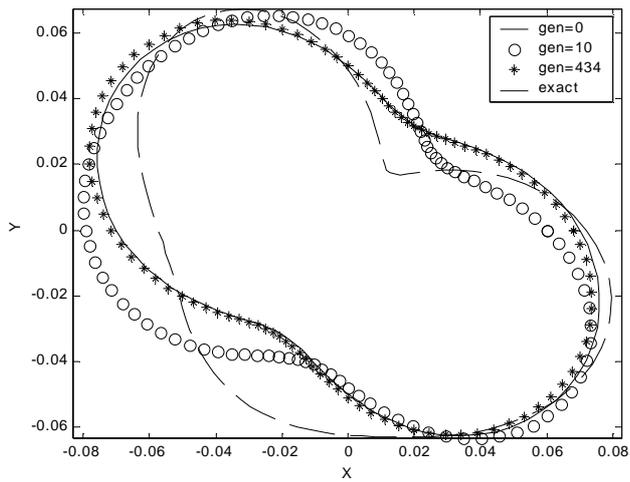


圖 3 (b)