

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

應用遺傳演算法於及仿樣函數於二維柱體結構的逆散射

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2213-E-032-022-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：淡江大學電機工程學系(所)

計畫主持人：李慶烈

計畫參與人員：郭嘉哲 陳少鴻

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 10 月 27 日

應用遺傳演算法及仿樣函數於二維柱體結構的逆散射

Inverse Scattering of a Two-Dimensional Arbitrary Cylinder Structure Using Genetic Algorithm and Cubic Spline

李慶烈 郭嘉哲 陳少鴻

淡江大學電機工程研究所 E-mail:li@ee.tku.edu.tw

計劃編號：NSC91-2213-E-032-022 計劃主持人：李慶烈

執行期間：91年8月1日至92年7月31日

摘要：本論文探討二維埋藏金屬柱體的逆散射問題，藉由結合有限時域差分法(FDTD)及遺傳演算法(GA)，吾人可以有效重建埋藏於三層介電物質結構中的金屬柱體之位置、形狀、大小等幾何參數。正散射的部分利用 FDTD 來完成，這包括引進一個透明波源，以產生高斯脈波，入射埋藏柱體，為了更精細的描述柱體結構，吾人並運用了次網格(Subgrid)的技巧，最後，經由 FDTD 更新公式可求得散射場，逆散射的部分，首先，將逆散射問題轉化成最佳化問題，再應用遺傳演算法的全域最佳化能力，配合 FDTD 計算可能最佳解的散射場來求解。重建結果以及其抗雜訊能力皆相當良好。

關鍵詞：有限時域差分法、次網格、逆散射、基因法則

一、簡介

所謂“逆散射”(Inverse scattering)乃是利用電磁波照射於散射體上，然後測量散射體外的散射場，經由適當處理以反求散射體的形狀或其內部性質。由於此種方法不必將測量儀器與被測物體做直接接觸，因此，應用在工業上的非破壞檢測、遙測礦產資源和醫學上做人體內部的影像處理尋或搜尋牆壁內的水管。以牆壁內水管為例，假設一片老舊牆壁內水管漏水，因為歷史老就不知道水管正確位置，但又不想破壞整片牆。此時，電磁成像技術就扮演很重要的角色。透過此技術，我們可得知水管在牆壁內的位置和大小。物理上亦常自散射資料反求散射區域的位能分佈。近年來關於電磁成像有很多的相關論文，其中大多數都是利用積分方程式配合動差法(moment method)來求解[1]。在許多論文中將逆散射問題轉化成最佳化求解問題。這類求解最佳化問題，有各種不同的演算法被使。這些方法均是利用數值疊代的技巧來加以求解。這些方法的缺點是當一旦初始的猜測值與精確值將差很遠時，往往所求得之解為區域解(local solution)而非全域解(global solution)。如何能避免此一情況發生，是十分重要的課題

本論文主要的貢獻為利用有限時域差分法(FDTD)建構出問題空間(Program Space)，將掩埋於三層結構中之柱體逆散射問題轉化成一最佳化問

題，利用基因法則重建此三層結構中金屬和介電值柱體的位置、形狀大小...等。

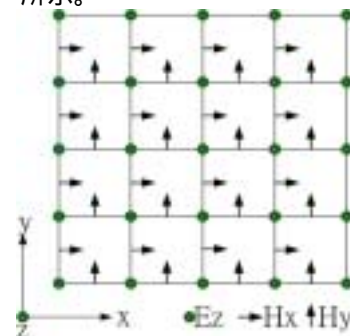
FDTD 方法是直接求解 Maxwell's 方程式的時域方法。在計算中將空間某一樣本點的電場(或磁場)與周圍網格點的磁場(或電場)直接相關聯，且給空間中每一個單胞的介質參數可以不同，因此這個方法可以處理複雜形狀目標和非均勻介質物體的電磁散射、輻射等問題。同時，FDTD 隨時間可很方便地看到電磁場的時間演化過程。

基因法則[2]是一種藉由隨機的選擇，在一編碼的參數空間中進行最佳化的搜尋法則；即使初始的猜測值與精確值相差很遠時，此法亦能避開區域極值而收斂到問題的整體極值。利用這種強韌的特性，就可重建出二維完全導體的形狀。

二、次網格 FDTD

時域的有限差分法(Finite Difference Time Domain, FDTD)[3][4]是直接求解馬克斯威爾方程式(Maxwell's equation)微分方程式的時域方法，將微分形式的 Maxwell's equation 變成差分離散形式後，使用蛙跳式的方法依序交換地計算電場和磁場。

在這裡我們所模擬的為 TM to Z 的二維的情況，電場在網格的交界處，而磁場在格子邊線的中間上，如圖一所示。



圖一、二維 TM 波的 Yee 單胞

Maxwell's equation 離散化可得到 Ez、Hx、Hy 的差分方程式：

$$E_z^{n+1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) = EA(m) \cdot E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) + EB(m) \cdot \left[\frac{H_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) - H_y^{n+1/2}\left(i - \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) - H_x^{n+1/2}\left(i, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right)}{\Delta y} \right] \quad (1)$$

$$H_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) = HA(m) \cdot H_x^{n-1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) - HB(m) \cdot \left[\frac{E_z^n\left(i, j + 1, k + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}{\Delta y} \right] \quad (2)$$

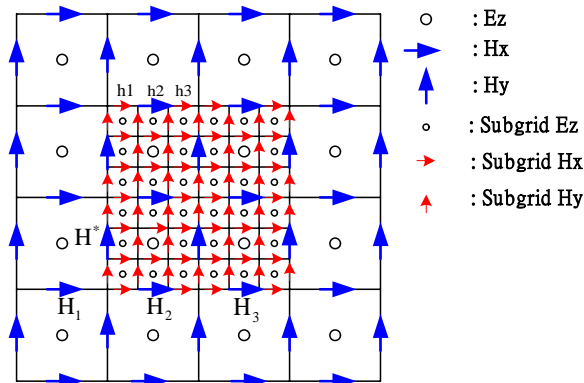
$$H_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) = HA(m) \cdot H_y^{n-1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) - HB(m) \cdot \left[\frac{E_z^n\left(i + 1, j, k + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}{\Delta x} \right] \quad (3)$$

其中

$$EA(m) = \frac{1 - \frac{\sigma(m)\Delta t}{2\epsilon(m)}}{1 + \frac{\sigma(m)\Delta t}{2\epsilon(m)}}, \quad EB(m) = \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon(m)}}{1 + \frac{\sigma(m)\Delta t}{2\epsilon(m)}}$$

一般使用 FDTD 來探討具有細微結構的物體時，為了要描述細微結構的部分，得將格子切的很細，因此要分析細微結構中的電磁場便必須選用較小的單胞尺寸，且最大的網格長度不能超過最小細微結構長度，但若解析區域大部分是在真空或是較大的結構，在這些區域中就算使用大尺寸的網格也不會影響到解析的精密度，所以若要將整個模擬空間都用較小尺寸的網格來模擬的話，將會浪費許多運算時間和記憶體。針對上述的情況，我們可以只將細微結構區域的格子切細，其他區域則用大尺寸的網格，這樣做能省下許多的運算時間和記憶體，格子切細區域稱為“次網格”，在本論文中將用來描述金屬柱管的細微結構。

在本論文中次網格以線性內插法來求得次網格的網格邊界磁場的方法[5]，考慮大網格與次網格的比例為 1:3，如圖二所示。



圖二、次網格與大網格的比例為 1:3 之示意圖

在時間 $t = n\Delta t$ 與 $(1+n)\Delta t$ 時大網格的磁場為 H^n 和 H^{n+1} ，可由 Yee Algorithm 來算出。但是在次網格中需要 $t = (n+1/3)\Delta t$ 、 $(n+2/3)\Delta t$ 、 $(n+1)\Delta t$ 這些時間點的磁場卻無法得知。假設在時間 H^{n-1} 、 H^n 、 H^{n+1} 之間有二次曲線可得下式：

$$H^{n'+v} = H^n + Av + \frac{Bv^2}{2} \quad (4)$$

其中

$$A = \frac{H^{n+1} - H^{n-1}}{2} \quad (5)$$

$$B = H^{n+1} + H^{n-1} - 2H^n \quad (6)$$

在上式中的 v 是由次網格與大網格的比例來決定的，如果比例為 1:3，則 v 的值就是 1/3、2/3、1，且上面式子只用在在大網格和次網格的重疊邊界處。

從空間上看，在圖二中大網格 H^* 也同時位於次網格的磁場上，所以可以利用次網格與大網格邊界上的次網格磁場來求出。可是因為 H^* 位於主網格上，因此無法只利用(4)式求出次網格上所有磁場來求解，必須配合 H^* 以外的磁場以內插方式來求解。

如果以圖二為例子，可使用內插法來將大網格切割成三等份，分別為：

$$h_1 = H_1 + \frac{2}{3}(H_2 - H_1) \quad (7)$$

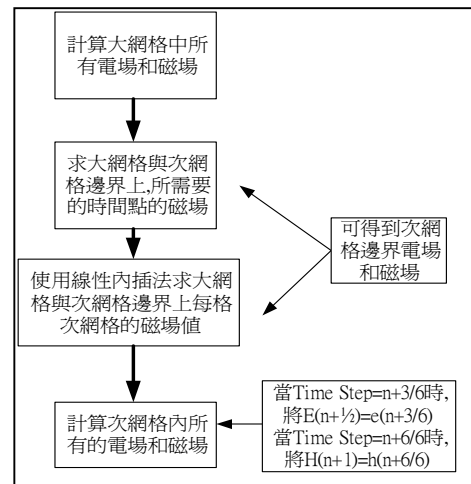
$$h_2 = H_2 \quad (8)$$

$$h_3 = \frac{1}{3}(H_3 - H_2) \quad (9)$$

當劃分成奇數的 N 等份時也可以很容易得到上面的內插公式。

圖三為次網格運作的流程圖，假設這是一個次網格與大網格例為 1:3 的流程圖，則當 Time Step= $n+3/6$ 時要將次網格對應大網格那點的電場 e 跟新給大網格電場 E ，當 Time Step= $n+1$ 時要將次網格對應大網格那點的磁場 h 跟新給大網格磁場 H 。

圖三、次網格運作的流程圖



金屬圓柱在 FDTD 中網格的建構方法，可由下式得到：

$$R = \sqrt{(I - x_{original})^2 + (J - y_{original})^2} \quad (10)$$

其中 $x_{original}$ 和 $y_{original}$ ：金屬管在 FDTD 網格中真正的圓心位置。

I 和 J：在 FDTD 空間中某個位置的網格座標

$R_{original}$ ：金屬管真正的半徑大小。

R：距離 ($x_{original}$, $y_{original}$) 有多遠距離。

由 (10) 式所算出的 R 與真正的金屬管半徑 $R_{original}$ 相比較，當 $R \leq R_{original}$ 時，(I, J) 網格處設定為金屬的材質；若 $R \geq R_{original}$ 時則維持原本的材質不變。

在解逆散射問題的程式中，我們能以搜尋 $x_{original}$, $y_{original}$, $R_{original}$ 來作為基因演算法中所需的參數。

三、模擬結果

首先我們以 FDTD 來建構問題空間所以要定義所要模擬的空間大小 Δt 、 Δx 、 Δy 等，如下所示：

大網格的 $\Delta t = 0.34685E - 10$ second

大網格的 $\Delta x = \Delta y = 1.47$ cm

Space grids = 68×68 grids

Space size = 100×100 cm

為了要描述出金屬柱管的細微結構，我們將在金屬柱管的區域使用次網格。在正散射時使用次網格與大網格比例為 1:9 之次網格，而在逆散射時使用次網格與大網格比例為 1:5 之次網格。

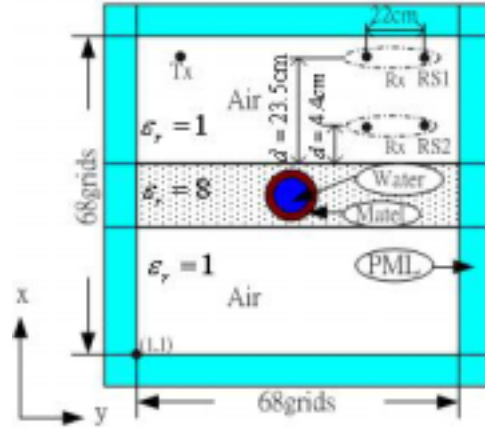
圖五為本論文所模擬的空間，它為一個二維的三層結構空間，在第二層正中央處埋藏一個金屬水管，吾人設定圖中最左下方的網格為 (1,1)，再設定實際的座標位置在圖五中央處為 [0,0]。在本章中主要探討三層介質的逆散射，由圖中可以看到第一層和第三層為空氣 (Air) $\epsilon_r = 1$ ，而第二層為一個 $\epsilon_r = 8$ 的介質，它的厚度為 16 個網格也就是 23.53cm，我們將它當作牆壁，金屬水管的半徑為 5 個網格也就是 7.352 公分，圓心那點的實際位置設在 [0,0]。在這空間左上方有一個點波源在 (11,59) 網格上，它會發射一個最高振幅為 1000(V/m) 的高斯脈波，在空間中的右上方分別設有兩個觀測點，網格位置分別在網格的 (44,59) 和 (59,59) 處，且離第二層 (牆壁) 有 23.5 公分遠。

在基因演算法上，我們定義適應函數為下式：

$$fit = \frac{1}{\sum_{n=1}^2 \sum_{m=1}^{300} |E_s^{exp}(n, m) - E_s^{cal}(n, m)|}$$

$E_s^{cal}(n, m)$ ：表示經由 FDTD 所計算出的散射場。

$E_s^{exp}(n, m)$ ：表示我們所測量到的散射場。



圖五、模擬環境示意圖

這適應函數表示逆散射的每個物種中跑 300 Time Step，且接收兩個觀測點的散射波來計算適應值 *fit*，當 *fit* 的數值越大表示金屬管的大小與位置...等跟實際狀況會越相近，重建的效果越好。

基因演算法中所有會用到的參數搜尋範圍設定：

金屬管的 x 座標：-30.88~30.88 公分

金屬管的 y 座標：-11.76~11.76 公分

金屬管的半徑：0~7.4 公分

牆壁的厚度：0~44.1 公分

牆壁的相對介電係數：6-15

在這裡以二個 Case 來探討重建情況：

CaseA：使用 3 個參數

在這例子中基因演算法設定還原金屬管的參數共有 3 個，分別為金屬管的圓心的 x 座標、y 座標和金屬管半徑 R，族群大小則設定為 100。當觀測點為 RS1 時，且跑四次逆散射的平均結果顯示在圖六到圖八，這例子中顯示出使用基因演算法來做逆散射對於金屬的位置和半徑大小有很好的重建效果，跑 200 代後各參數就收斂。圖九為重建過程示意圖，從圖中可以看到最後一代已經重建的跟原本 Case 的形狀和位置差不多。

CaseB：使用 4 個參數

在這例子中基因演算法搜尋的金屬管的參數有 4 個，分別為金屬管的圓心的 x 座標、y 座標的位置和半徑 R，再加上搜尋牆壁的相對介電係數 ϵ_r ，族群大小設定為 100，當觀測點在 RS1 時跑四次逆散射的平均結果顯示在圖十到圖十三。

比較圖十及圖十三，可知增加了牆壁的 ϵ_r 這參數，使 Fitness 的收斂速度相對和緩，惟最後，有關金屬管的位置和半徑的重建效果跟 Case 1 差不多，另外，牆壁的 ϵ_r 的重建效果很準確，顯示牆壁的 ϵ_r 影響散射波波形很大，所以能很快的收斂。

這裡我們將所有的數據整理成表格一，在表一中的 Observing Point RS2 是距離第二層 (牆壁) 有 4.4 公分遠的觀測點，有兩個觀測點分別在網格的 (44,46) 和 (59,46) 處，主要用來探討觀測點離牆壁遠近對重建的影響。而表中的 CaseC 則是使用 5 個參數來重建，除了跟 CaseB 相同的 4 個參數，還加上牆壁厚度這參數。

由表中可得知 CaseA 和 CaseB 的誤差量都不大，但在 CaseC 卻出現相當大的誤差量，原因出在加入牆壁厚度 D 這參數使其他參數誤差量變大。而且從 CaseC 中我們能看出觀測點離牆壁較近時，位置誤差量明顯小很多。

當觀測點離牆壁較近時，在 CaseA 與 CaseB 幾乎每個參數都會比較快收斂到真正的目標。

平均而言，誤差量大小順序為：

$$\text{CaseC} > \text{CaseB} > \text{CaseA}$$

表一、全部例子參數的誤差量總整理

| Cases | Parameter | Radius (Pipe) | Position (Pipe) | Permittivity (Wall) | Thickness (Wall) |
|---------------------|-----------|---------------|-----------------|---------------------|------------------|
| Observing Point RS1 | Case A | 0.27% | 1.60% | X | X |
| | Case B | 0.40% | 2.67% | 0.0003% | X |
| | Case C | 5.87% | 16.31% | 0.06% | 0% |
| Observing Point RS2 | Case A | 0.29% | 1.99% | X | X |
| | Case B | 0.46% | 2.53% | 0.03% | X |
| | Case C | 6.01% | 8.13% | 2.18% | 1.67% |

探討散射場加入雜訊對重建的影響

探討雜訊(noise)對金屬管位置及半徑大小重建的影響，把之前 CaseA 加上雜訊來做探討。這裡將量測的散射場加上雜訊，這雜訊是隨機高斯分佈(Gaussian distribution)。此隨機分佈之高斯雜訊，其平均值設定為零。在散射場電場中所加入的雜訊強度(Noise level)分別為下列各值：

-30.39dB、-20.39 dB、-10.39 dB、-7.38 dB、-5.62 dB、-4.37 dB、-3.40 dB、-2.61 dB、-1.94 dB、-1.36 dB、-0.85 dB。

Noise Level 的定義： $\sigma_n = (\text{Noise Level}) \times \sigma_s$

其中 σ_s 為電場的平均能量； σ_n 為 noise 的平均能量

當我們假設 Noise Level=0.001，這表示在散射場加上的 noise 大小為平均電場強度大小的 0.001，將它取功率就是加入大小為-30dB 的雜訊。

$$\text{散射場電場的誤差量} = \frac{\int |E^m - E^c|^2 dt}{\int |E^m|^2 dt} \times 100\%$$

$$\text{金屬管位置的誤差量} = \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{R} \times 100\%$$

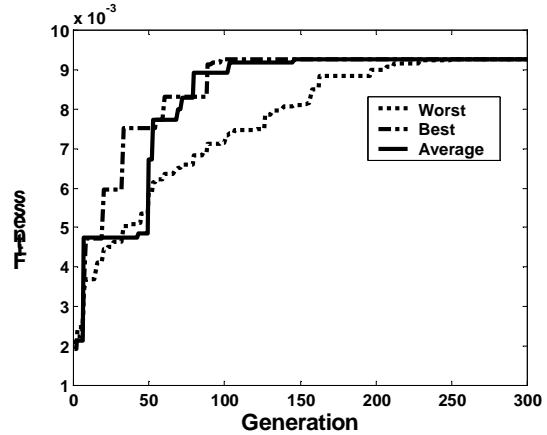
$$\text{金屬管半徑的誤差量} = \frac{|R^m - R^c|}{R^m} \times 100\%$$

其中 E^m 為量測的散射場； E^c 為做逆散射所得到的散射場； R^m 為量測得到的半徑； R^c 為做逆散射所得到的半徑。

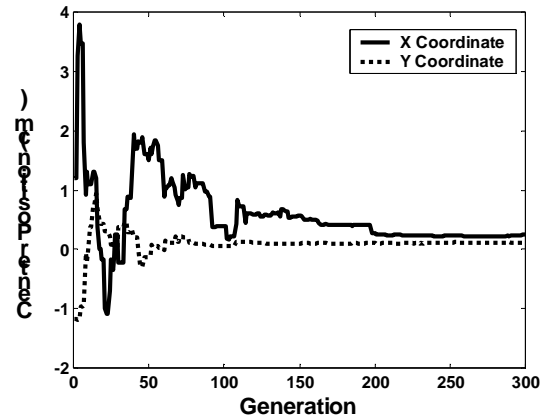
從圖十四可看到 noise 越大基因演算法的適應值會越來越低。在圖十五中散射場電場的誤差量在 -30.39dB 到 -3.40 dB 只有 0.5% 不到的誤差率。在圖十六中金屬管位置從 -30.39dB 到 -10.39 dB 的誤差量都在內 5% 內。而圖十七中金屬管半徑從 -30.39dB 到 -4.37 dB 的誤差量都在 5% 內，總結當 noise 到 -7.38 dB 金屬管還是可以得到很好的重建效果。且就算 noise 強度到 -4.37dB，金屬管半徑還是能有良好的重建，而金屬管的位置也只是在 x 座標偏 2 到

3 公分而已。

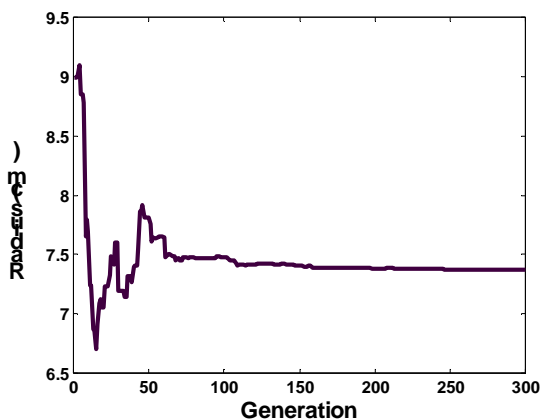
這是因為在時域中散射體移動所產生的散射波波形改變會比加入雜訊時的散射場波形改變大很多，所以在抗雜訊能力很高。



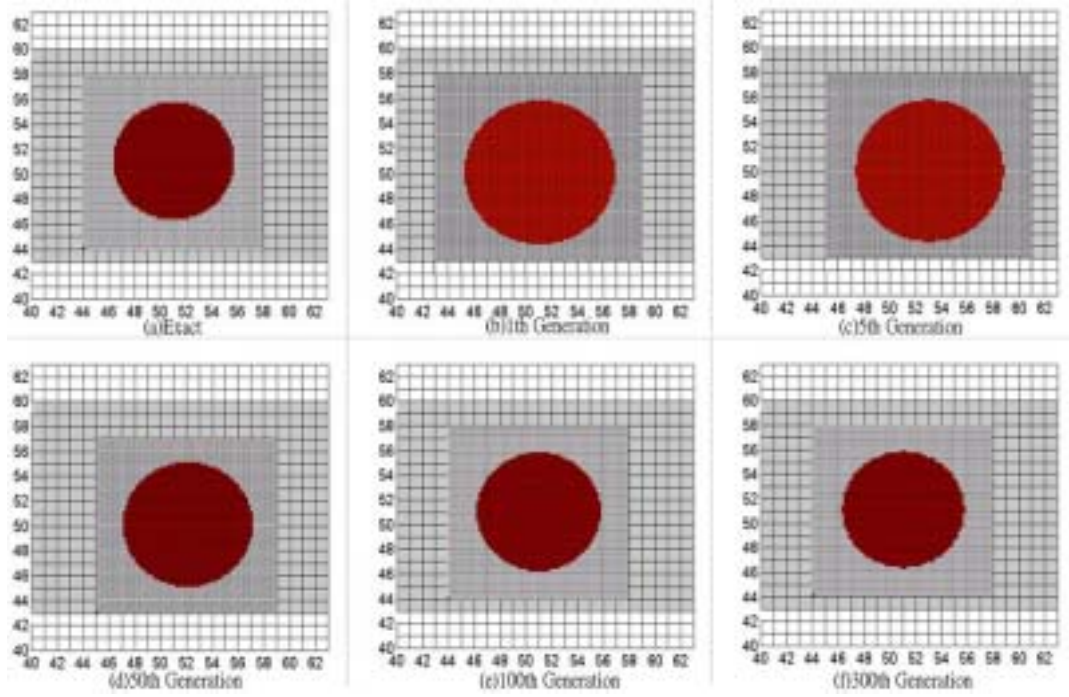
圖六、在 CaseA 時適應值平均和最好與最壞的適應值



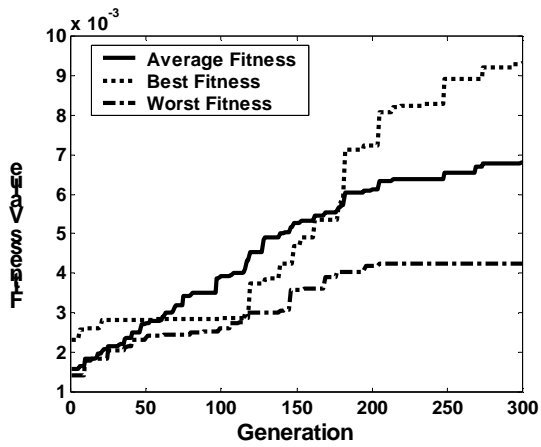
圖七、在 CaseA 時金屬管圓心平均的 x 和 y 座標的位置



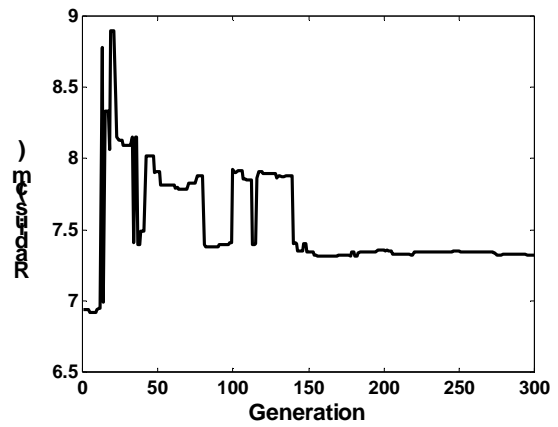
圖八、在 CaseA 時金屬管平均的半徑大小



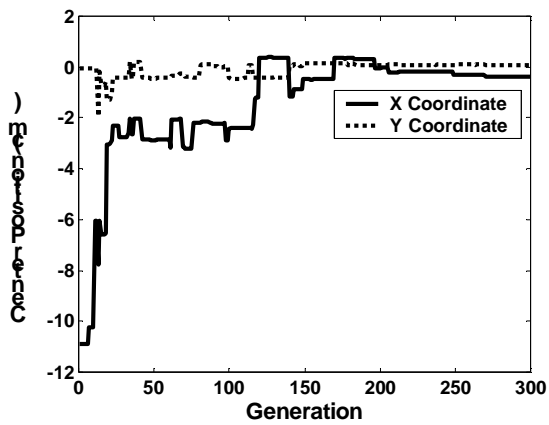
圖九、在 CaseA 時金屬管重建還原情況



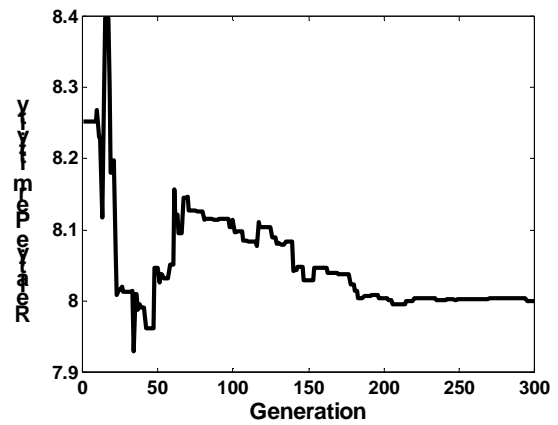
圖十、在 CaseB 時適應值平均和最好與最壞的適應值



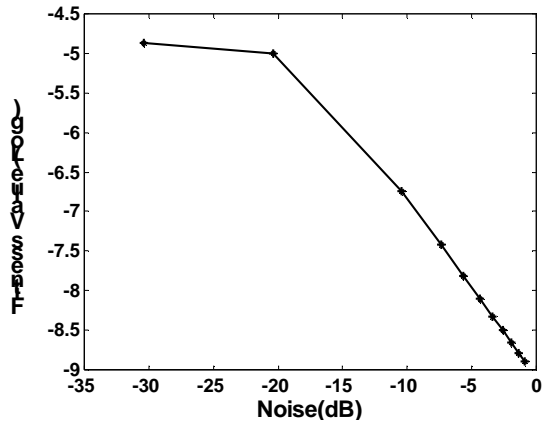
圖十二、在 CaseA 時金屬管平均的半徑大小



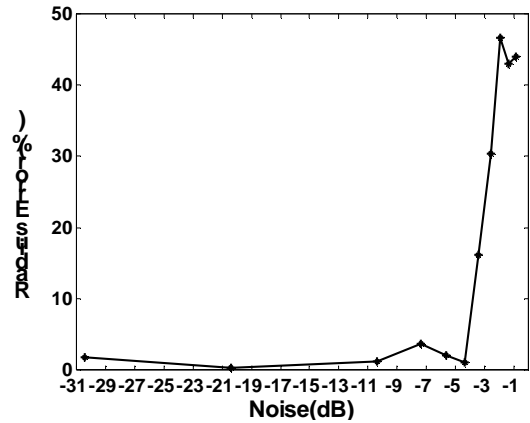
圖十一、在 CaseB 時金屬管圓心平均的 x 和 y 座標的位置



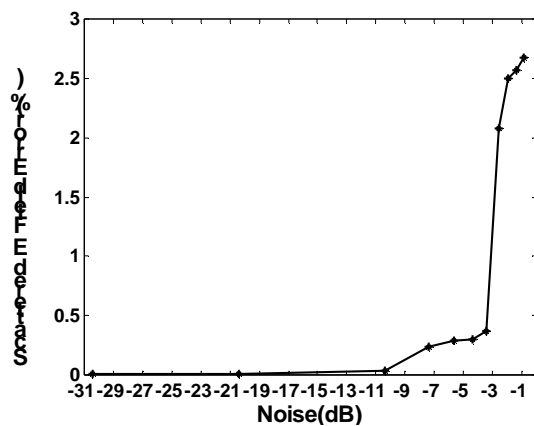
圖十三、在 CaseB 時平均的牆壁介電係數



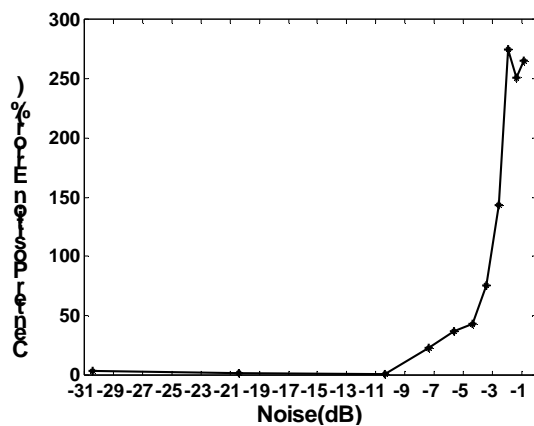
圖十四、在散射場中加入雜訊其逆散射的適應值變化情形



圖十七、在散射場中加入雜訊其金屬半徑大小的誤差量



圖十五、在散射場中加入雜訊其電場的誤差量



圖十六、在散射場中加入雜訊其金屬管的位置誤差量

四、結論

本論文利用次網格時域有限差分法及遺傳演算法成功重建埋藏於三層結構中的金屬柱體的幾何特性：位置、形狀及大小等。吾人引進一透明波源，用以產生入射埋藏柱體所需的高斯脈波，並利用次網格的技巧來有效描述柱體的細微結構，藉由量測時域反射/散射波形，並利用遺傳演算法的全域最佳化搜尋能力，吾人可以輕易重建金屬柱體，甚至柱體所在的介質層的介電特性及厚度等，在低雜訊(-30.39dB ~ -10.39 dB)時，重建誤差小於 2% (半徑)，2% (圓心位置)。在高雜訊(-7.38dB ~ -4.37dB)，半徑重建誤差均小於 4%，只有圓心位置誤差量變得較大，顯示此結合 FDTD 及 GA 的逆散射方法，其抗雜訊能力相當好，未來研究方向可包括以 TE 波入射或多導體的重建等等。

致謝：作者非常感謝行政院國家科學委員會的支助(計劃編號：NSC91-2213-E-032-022)

參考文獻

- [1] Harrington, "Field Computation by Moment Methods", New York: Macmillan, 1968.
- [2] J. Michael Johnson and Yahya Rahmat-Samii, "Genetic Algorithm in Engineering Electromagnetic", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol.39, No.4, August 1997
- [3] K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media", IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol.14, No.4, pp.302-307, May 1966.
- [4] Matthew N. O. Sadiku, Numerical Techniques in Electromagnetic, 1992.
- [5] Chevalier, M.W.; Luebbers, R.J.; Cable, V.P., "FDTD local grid with material traverse", Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, Volume:45, Issue:3, March 1997.