

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

多孔吸音複合平板受彈性支撐之動態音響阻抗分析與量測

Measurement and Prediction of Acoustical Impedance for a Elastically Restrained Composite Plate Containing Foam Material

計畫編號：NSC 87-2212-E-032-008

執行期限：86 年 8 月 1 日至 87 年 7 月 31 日

主持人：蔡慧駿 淡江大學機械工程研究所

一、中文摘要

本計畫旨在應用多孔性吸音材料以組成多孔吸音複合平板，並探討複合平板在彈性支撐邊界條件之音響阻抗分析與實驗量測。研究中引用 Biot 多孔彈性理論及有限元素法推導出吸音材料的運動方程組和勁度矩陣，再結合 Timoshenko 薄板理論以複合方式求得複合平板頻域下的統御方程組；其次依彈性支撐條件，解得其對應之模態函數與傳輸函數。依據計畫所得結果，適當的控制吸音材料尺寸與材質，將足以達到控制或改善複合平板振動及吸音之效。

關鍵詞：多孔吸音複合平板、音響阻抗、有限元素法、彈性支撐

Abstract

In this project, acoustical foam materials are applied to form the composite plates, and the acoustical impedance of the composite plates are predicted and measured. First, Biot's poroelasticity theory and finite element techniques are used to formulate the equations of motion of the poroelastic layer. Next, using the Timoshenko plate theory, the mode shapes and transmissibility functions

of composite plates subjected to elastic restraints are derived. It is found that the vibration level and the sound absorption capability of the composite plates can be well managed by adjusting the material coefficients as well as the dimensions of the poroelastic layer and the elastic restraints of the composite plates.

Keyword: porous composite plate, acoustical impedance, finite element, elastic restraints

二、緣由與目的

廣義上來說，材料內部組織具有均勻孔洞間隙且結構具可壓縮性者稱之為多孔彈性材料（如圖 1 所示），這些材料受外力時，會因內部流體流動而產生特殊的動態反應，與一般固體之動態特性完全不同；它的能量耗損模數能在特定頻率範圍內將系統振幅降低或達吸音之效。

關於多孔材料在頻域下行為模式之相關研究[1-6]甚多，但多針對材料動態行為進行探討，並無與結構物複合後之動態分析。本計畫即針對多孔吸音材料附於彈性支撐平板之動態效用進行分析與量測。

研究中利用吸音材料之耗損能量特性將其貼附於結構表面或內部採複合方式推導得其複數彈性模數，並藉此探討其有效

吸音頻域範圍，最後再藉由多孔彈性材料動態測試設備，進行振動實驗並和理論相互比較，以驗證預估吸音頻域之準確性。

三、結果與討論

本研究中所選擇之吸音材料為聚合酯泡棉，因其具有空室且在承受外力時材料本身會造成形變。其內部流體會因形變而流動，並將波動之能量消耗殆盡。此種材料之動態勁度及阻尼效果異於傳統固體結構，茲將研究成果簡述如後。

3.1 多孔彈性理論

依據 Biot 所提出的假設，可推導出多孔彈性材料固體及流體的動態統御方程組分別為：

$$N\nabla^2\bar{u} + \nabla[(A+N)e + Q\varepsilon] = \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\bar{u} + \rho_{12}\bar{U}) + b\frac{\partial}{\partial t}(\bar{u} - \bar{U}) \quad (1)$$

$$\nabla[Q\varepsilon + R\varepsilon] = \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\bar{u} + \rho_{22}\bar{U}) \quad (2)$$

上式中除 \bar{u} 及 \bar{U} 分別為固體及流體之位移向量外，其餘均為材料係數[3]。Tsay 和 Yeh[5]研究所推導出二維多孔彈性平板於 Laplace 轉換後之元素剛性矩陣，將提供本計畫多孔彈性吸音平板動態行為分析使用。二維多孔彈性體元素有限元素方程組可表示為：

$$[K]^*[q]^* = [F]^* \quad (3)$$

式中， $[K]^*$ 為剛性矩陣， $[q]^*$ 為總體位移力矩向量，而 $[F]^*$ 為總體荷重向量。得到(3)式後，即可應用該式求得多孔彈性吸音材料之彈性模數，即 $E = E' + E''$ ，其中 E' 為儲存模數 (Storage Modulus)， E'' 為耗損模數 (Loss Modulus)，至於材料本身之阻尼效應亦可以用耗損係數 (Loss Factor) $\eta = E'/E''$ 來表示。

3.2 均質平板

由於在平板邊界加上均佈之彈性支撐實驗上較難達成。計畫中為完成理論與實驗驗證，試將平板長寬比變大，並將彈性支撐加諸於寬邊上以期降低彈性支撐之不均勻性。而複合平板中均質薄板部份分析則簡化採用 Timoshenko 薄樑理論，並考量其邊界受彈性支撐時之動態行為，接而參考 Yeh[7]之研究推導得彈性支撐條件下之模態函數及頻率特徵值。

3.3 多孔吸音複合平板

將多孔吸音平板黏貼於一薄樑上，即可形成雙層複合平板，若多加一層薄板於另一表面則形成三層複合平板。應用 Timoshenko 薄樑理論分層疊加複合，則可得傳輸函數分別如下：

1.雙層複合平板：

$$\frac{\ddot{W}}{F} = \sum_n^{\infty} \frac{2 \sin \frac{n\pi}{2} \omega^2}{(E_1 I_1 + E_b I_2 + E_s I_e) \lambda_n^4 - d(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) \omega^2} \quad (4)$$

2.三層複合平板：

$$\frac{\ddot{W}}{F} = \sum_n^{\infty} \frac{-\phi_n^2 \left(\frac{l}{2} \right) \left(1 + \frac{\tilde{E}_2 \frac{d}{h_2^2}}{E_1 I_1 \alpha_n^4 - d \rho_1 h_1 \omega^2} \right) \omega^2}{E_3 I_3 - d \rho_3 h_3 \omega^2 + \tilde{E}_2 \frac{d}{h_2^2} \left(1 + \frac{E_3 I_3 - d \rho_3 h_3 \omega^2}{E_1 I_1 - d \rho_1 h_1 \omega^2} \right)} \quad (5)$$

上式中 λ_n 、 ω 為模態特徵值及頻率； W_n 、 ϕ_n 為位移及位移函數； d 、 h_n 、 ρ_n 為板的寬度、厚度及密度； I_n 、 E_n 為每一層薄板之慣性矩及彈性模數。吸音材料之彈性模數依材料變形方式分為彎矩模式及拉伸模式兩類，對應之耗損效應最大臨界頻率分別表示如下：

$$\omega_c^b = \frac{\phi^2 M}{b} \left[\left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{d} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{h_2} \right)^2 \right] \quad (6)$$

$$\omega_c^e = \frac{\phi^2 M}{b} \left[\left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{d} \right)^2 \right] \quad (7)$$

上式中 ω_c^b 、 ω_c^e 分別表示彎矩及拉伸模式之

臨界頻率。其中 ϕ 為孔洞係數， M 、 b 為流體彈性模數及流阻。由上式並可預估其最大之耗損模數分別為：

$$E^b_{loss(Max)} = 0.41\alpha^2 M \quad (8)$$

$$E^e_{loss(Max)} = 0.39\alpha^2 M \quad (9)$$

經實驗驗證雙層平板部份包含彎矩及拉伸模式所造成之阻尼效應，而三層平板僅有拉壓模式之阻尼效應。

3.4 理論與實驗結果比較

藉由分析之(4)及(5)式可模擬出不同邊界之複合平板傳輸函數，而(6)及(7)式可預估吸音平板之最大耗損臨界頻率。實驗方面，本計畫完整的建立了一套動態量測系統及分析模式如圖2所示，能測量出各種不同尺寸、種類之材料特性。此設備亦可驗證理論預估之準確性。

表2中材料1之儲存及耗損模數經理論模擬與實驗結果比較如圖3及圖4所示。表3則為彈性支撐下理論與實驗頻率值比較表。根據理論模擬，儲存模數部份於低頻及中高頻時與實驗結果相當吻合。在耗損模數部份，低頻部份理論值稍微偏高；因為在低頻時多孔材料之阻尼較小其量測效果不彰。而高頻時，實驗量測者為整體架構之阻尼效應，所以理論預估必須加上表面夾層結構阻尼效應較為合理；當兩者疊加之後其值與實驗結果相當吻合。

圖5—8分別為雙層及三層複合平板在彈性支撐條件下之理論與實驗結果比較，經由理論預估兩種吸音材料之有效頻域範圍分別為1800-2200 Hz及500-900 Hz，理論與實驗均相當吻合。

四、計畫成果自評

1. 經由計畫中所建立之實驗設備與量測技術可有效量測不同規格吸音複合平板動態特性，除達成預期目標外亦可提供工業界中隔振及防噪應用。

2. 依據計畫中之理論模擬可準確預估複合平板受彈性支撐模態頻率並探究其動態特性。只要得知吸音平板的尺寸及性質係數即可模擬其動態反應並了解吸音平板之適用範圍。亦可根據系統所需之吸音隔振範圍反求適當之吸音平板尺寸或種類。
3. 由理論模擬中發現當邊界條件不同時會使複合平板有不同之模態頻率，但吸音平板之有效吸音頻域則不會改變，經實驗驗證亦然。

五、參考文獻

- [1] A. N. Gent and K. C. Rusch, "Viscoelastic behavior of open cell foams," *Rubber Chem. Technol.*, **39**, 597-610, 1963.
- [2] M. A. Biot, "Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media," *J. Appl. Phys.*, **33**, 1482-1498, 1962.
- [3] M. A. Biot, "General solutions of the equations of elasticity and consolidation for a porous material," *J. Appl. Mech. (Trans. ASME)*, **23**, 91-96, 1965a.
- [4] H. S. Tsay and H. B. Kingsbury, "Influence of inertia and dissipative forces on the dynamic response of poroelastic materials," *Int. J. Solids Structure*, **29**(5), 641-652, 1992.
- [5] H. S. Tsay and F. H. Yeh, "Dynamic Response of Poroelastic Slab," *The 7th National Conf. On Theoretical and Appl. Mech., Taipei, Taiwan, R.O.C.*, 1005-1012, Dec. 1993.
- [6] B. F. Shelley, "Acoustical Properties of Some Polyurethane Foam Materials," *Masters Thesis, University of Delaware*, 1974.
- [7] F. H. Yeh, "Free Vibration of Nonuniform Beam with Elastically Constrained Ends Subjected to An Axial Force," *Journal of Technology*, Vol. 6, No. 1, 13-21, 1991.

表1：材料性值表

係數	係數值
α	0.91
ϕ	0.86
M[Pa]	116279
E[Pa]	8300
N[Pa]	3183
A[Pa]	6348
Q[Pa]	5000
R[Pa]	86000
ρ_{11} [Kg/m ³]	46
ρ_{12} [Kg/m ³]	-0.001
ρ_{22} [Kg/m ³]	1.1774
b[N*s/m ²]	60000

表 2：材料規格表

規格	材料 1	材料 2
l[m]	0.3	0.3
d[in]	1.25	1.25
h[in]	1	0.5

表 3：彈性支撐振動頻率表[Hz]

材 料	模 態	單一板樑		雙層板樑		三層板樑	
		理 論 值	實 驗 值	理 論 值	實 驗 值	理 論 值	實 驗 值
材 料 1	1	55	60	56	60	56	60
	3	208	235	207	215	207	215
	5	636	645	634	725	633	725
	7	1322	1185	1317	1200	1317	1200
	9	2259	1890	2250	2820	2250	1895
材 料 2	1	55	60	55	65	55	65
	3	208	235	202	190	202	190
	5	636	645	616	645	616	645
	7	1322	1185	1280	1270	1280	1270
	9	2259	1890	2188	2820	2188	1975

註：兩端平移彈簧常數為 53kg/m，旋轉彈簧常

數為 0。

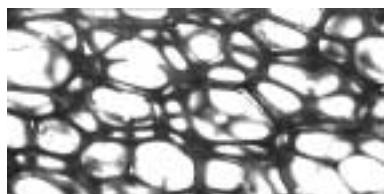


圖 1：多孔材料孔洞組織

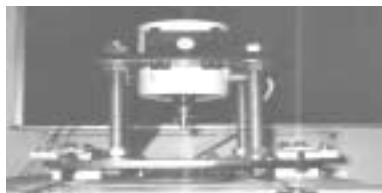


圖 2：振動測試設備

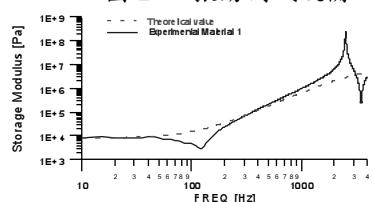


圖 3：儲存模數圖

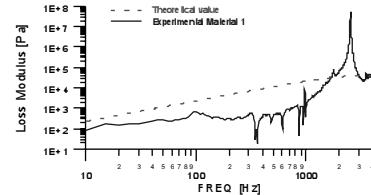


圖 4：耗損模數圖

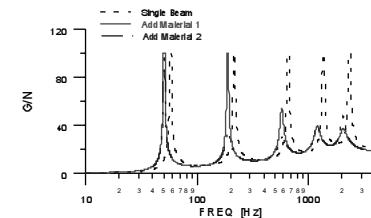


圖 5：雙層平板傳輸函數理論值

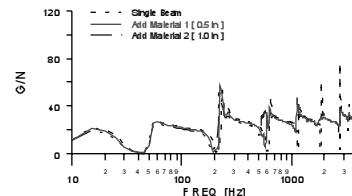


圖 6：雙層平板傳輸函數實驗值

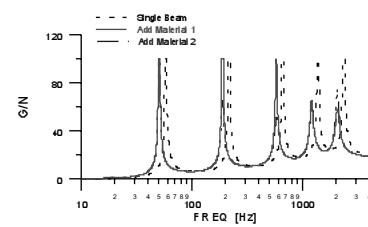


圖 7：三層平板傳輸函數理論值

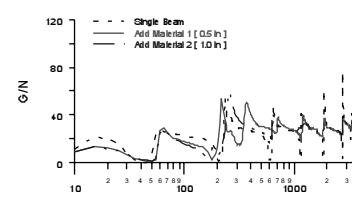


圖 8：三層平板傳輸函數實驗值