

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

## 微機電順從機構的拓樸最佳化及設計(I)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2212-E-032-004-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：淡江大學機械工程研究所

計畫主持人：史建中

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 12 月 18 日

## 一、前言

最早的拓樸最佳化結構是由 Prager 和 Rozvany [1] 所建立之最佳排列型(optimal layout)拓樸概念開始，直到近十年引起廣泛討論[2]。拓樸最佳化設計元素分成二種類型，即直線元素連接的框架格配置型(layout type)結構元素，與整個設計領域初始佈滿彼此毗鄰且無間隙的構成元件，稱為連續型(continuum type)的結構元素。配置型拓樸最佳化使用元素較少，進行最佳化搜尋亦較簡單，不需應用其他解析靈敏度及近似方法，可直接以最佳化演算結合有限元素法進行拓樸最佳化設計。Rozvany, Olhoff 和 Bendsøe [3,4]等首先發展出平面均質化理論(homogenization theory)進行拓樸最佳化設計。Mlejnek 和 Schirmmayer[5]，Bendsøe 和 Haber [6]等學者提出材料分佈的概念，以平面結構來說，將每個元素的材料厚度當作設計變數，改善均質法變數太多的問題，簡化求解的過程。近年來，拓樸最佳化中應用最廣泛的方法是指數逼近法(power-law approach)或稱為 SIMP (Solid Isotropic Microstructure with Penalization)法，它是以 Bendsøe[7]提出的材料分佈法(material distribution method)作為拓樸最佳化的設計概念，在離散(discretize)設計領域(design domain)中的每個元素材料性質均假設為常數，並與每個元素的材料密度乘上一指數懲值以呈現相關性。

撓性機構(compliant mechanisms)或稱之為順從度機構，意指機構系統中至少有一連接處，是用彈性變形達成力與位移運動關係的機構。現今機械物件已由粗觀(macro)尺寸進入到微小(micro)尺寸，撓性機構的優點也再次受到研究人員的重新思考與檢驗。例如，一個簡單的一體成形機構，可以最少零件數目合成來取代多個複雜元件組成的機構，兼具無摩耗問題、不需潤滑、容易製造及無需裝配等[8]特性，這些長處正符合應用在微小尺寸機械設計領域中。微撓性機構已被應用於微機電系統(Micro-ElectroMechanical Systems, MEMS)，例如 S 型微撓性機構來模擬彈簧功能，撓性樑(flexural beam)及撓性膜盤(diaphragm)等應用結構的彈性變形產生致動或訊號的裝置，出平面微致動器(out-of-plane micro actuator)，即是利用樑結構的撓性來達到致動效果[9]，在許多微米精度操作或微機械運動情況下，機件的動作幅度很小，更適合使用微撓性機構達成。

這些微撓性機構設計，可由設計者的巧思完成，或藉由機構設計原理完成雛形，再用試誤方法改良。虛似剛體模型(pseudo-rigid body model, PRBM)的方法[8]是目前較具有系統及理論的基本設計方法。撓性機構的性能設計，乃是期望在指定輸出部位的位移量增大，最常用的順從度機構性能指標，是最大化輸出位移為目標函數。其中三種機構設計方法以被應用為順從度機構性能指標：(1)最大化機械優勢(mechanical advantage)，以輸出力和輸入力的比來做為性能函數，所得到的最佳性能意義在於具有小輸入力得到大輸出力，使結構物具備有輸出力放大效果，使用此性能參數可設計輸出力放大的機構。(2)最大化幾何優勢(geometric advantage)，幾何優勢法是以輸出位移和輸入位移的比做為性能描述，所得到的最佳性能意義在於具有小輸入位移得到大輸出位移。(3)最大化機械效能(mechanical efficient)，機械效能指標是以輸出功與輸入功來做性能描述，得到的最佳性能意義在於使結構物具備有最佳能量傳遞效果。本文是以屬於材料分佈法的 SIMP 法為基，設計順從度機構，相關之理論與方法包含 (1)材料分佈法(SIMP)，(2)結構有限元素分析，(3)解析一階靈敏度，(4)最佳化近似方法，(5)拓樸棋盤現象，及(6)拓樸修整與撓性角問題之探討。

## 二、順從度機構拓樸最佳化設計程序

通常結構物的撓性(flexibility)是形容及描述結構物在特定外力作用下形變的程度，撓性愈大，表示結構物在特定外力作用下形變的程度愈大。將結構的撓性與結構的強健度比較，可以得知撓度與剛度(或稱強健度)其實是表示該結構反向的性質，撓性程度愈大的結構表示剛性度為愈小，反之亦然。圖 1 表示以撓度為主要考量的設計模型及邊界範圍。

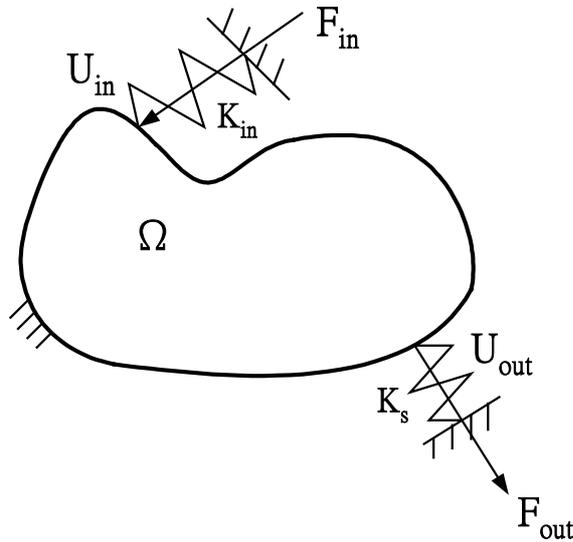


圖 1 拓樸撓度設計模型

以平面連續型的拓樸最佳化設計為例，選用的元素形狀為大小一致的矩形平面元素，本研究所發展成功的拓樸最佳化設計主要步驟如下：

1. 規劃設計物的設計領域大小，模擬物理模型的邊界及離散化設計領域的連續體元素
2. 規劃設計物的最佳化數學模型
3. 建立設計區元素編號、設計變數編號及過濾器相素編號
4. 設定設計變數的初始值，一般是以材料使用限制量比率作為設計變數初始值
5. 執行有限元素分析，得到所需的相關響應值、元素勁度矩陣值及全域勁度矩陣
6. 執行毗連法 (含 SIMP 處理)，進一步計算得到指定位置的靈敏度值。在結構最佳化設計中，最常用的有直接法(direct method)、毗連法(adjoint method)及虛載力法(virtual-load method)三種[10]
7. 供應靈敏度值給過濾器裝置，得到修正之靈敏度值。連續型元素拓樸最佳化設計結果，不論是使用均質法或材料分佈法，均會出現類似棋盤(checkerboard-like)結構圖形。本文採以 Sigmud 提出的 mesh-dependence 過濾器(filter)方式[11]
8. 由第 5 步得到的響應值及第 7 步的靈敏度修正值，應用至 MMA 法，組成顯性近似函數。處理大尺寸(large scale)的結構最佳化問題，為減少有限元分析計算部份，經常採用近似方式 (approximation method)，將隱函數轉換成近似顯函數(explicit approximation function)，來減少數值計算量，使用不同的近似方法都需要有敏靈度來輔助。
9. 求解第 8 步驟的顯性近似函數，得到次點的設計變數值
10. 檢查是否收斂或超過最大迭代允許值，若是肯定的，則完成拓樸最佳化設計並跳至步驟 14；若否，則進行下一步驟
11. 繪製拓樸灰階圖
12. 將設計變數值，利用第 3 步驟的索引值將設計變數代回至相應的元素，依 SIMP 法改變元素材料性質。以次點的設計變數可得到次點的各個楊氏係數值，然後便可再次進行有限元素分析
13. 重覆步驟 5 到 12
14. 進行拓樸後處理，以得到最後的設計結果並再進入有限元分析以驗證結果

此時得到的拓樸形態圖主要是供設計者作為設計參考或是供形狀最佳化的初始形態圖[13]，進行更細部的形狀最佳化及尺寸最佳化。本文的拓樸修整是以人工方式修飾，設計者盡量不改變拓樸形態下，將鋸齒狀邊緣修飾平滑。另外，最後拓樸圖常會出現的元素連接部位，呈現明顯的狹隘現象，此種拓樸型態，不足以視為合理可用的結構外形，因為此處會產生過度的應力集中現象，導致撓性結構的破壞。於拓樸撓性結構設計中，此種拓樸型態通稱為撓性角現象(flexible hinge phenomenon)，因此在後處理時，設計者在盡量不影響結構性能下，用類接頭(hinge-like)型態，即凸型或凹型撓性接頭的方式取代狹隘撓性角現象，成為合理可用的撓性結構。

### 三、微型順從度機構拓撲最佳化設計

微機電系統中已發展各式微致動器設計，如壓電式致動器(piezoelectric actuator)或梳狀致動器(comb actuator)等，可供為微機構設計的輸入源。此類致動器致動方向垂直於致動器端，並且致動器位置受限諸多，不可任意放置。在致動器位置已知的情況下，結合順從度機構達到微機構設計，如此之結合設計可謂之智慧型機構(smart structure)[14]。另外，順從度機構本身具有能傳遞力、位移及能量的功能，則應用順從度機構的此項優點來取代傳統機構設計，就能有效降低組成零件數。以下介紹的微順從度機構設計例，是一雙輸出的對稱型順從度機構設計，而最佳化數學模式主要是以最大化機構的輸出順從度作目標函數，及最大化幾何優勢順從度機構作目標函數。

本例為一致動型微型位移轉換雙輸出機構設計，在微機電系統元件的應用上，其雙輸出位移可以達到夾持效果，應用於微細作業中的微小零件加工、組裝、夾持等微細操作上。設計領域規劃及輸出輸入端為如圖 2 所示，其厚度為  $7\mu\text{m}$ 。圖中 為設計領域，設計領域左端中央受向右的集中力負荷，預期設計領域右端中央有指定雙方向輸出位移。以設計領域中的每個有限元素為設計變數，分成最大化指定輸出部的位移為目標函數與最大化幾何機械優勢為目標函數。設計領域中限定的總體積為限制條件，楊氏模數為  $E = 180 \times 10^3 \text{ N}/(\mu\text{m})^2$ ，輸入力為  $F_{in} = 1000\mu\text{N}$ ，初始時設定材料量為 0.2，設計此撓性機構的最佳拓撲形態，其最佳化設計之數學模型為：

Find  $X$

$$\text{Maximize } f(X) = U_{out} \quad (\text{最大化指定輸出部的位移}) \quad (1)$$

$$\text{or maximize } f(X) = F_{out} / F_{in} \quad (\text{最大化機械優勢}) \quad (2)$$

$$\text{s.t. } g(X) = v^T \rho(X) \leq V_{allowable} \quad (3)$$

$$X_{Lower} \leq X \leq X_{Upper} \quad (4)$$

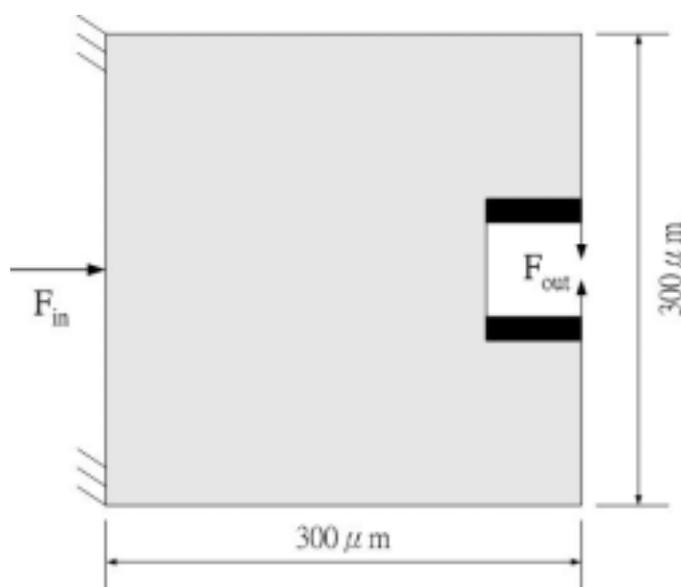


圖 2 設計領域及邊界設定

設計案例一：最大化位移輸出

圖 3 為最後之拓撲型態圖。圖 4 為修飾過後之拓撲型態，以有限元素分析的結果圖。輸入位移為  $0.0107902 \mu\text{m}$  時，最佳化設計所得之輸出位移為  $0.00693151 \mu\text{m}$ 。

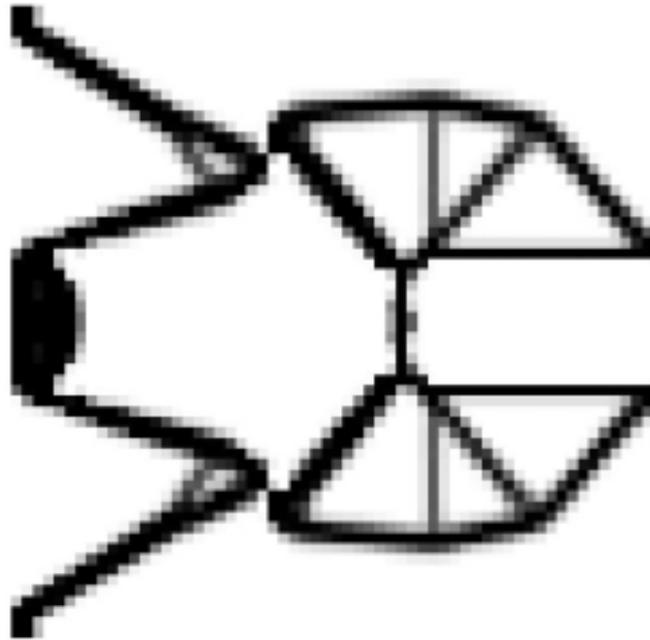


圖 3 案例一之拓樸形態圖

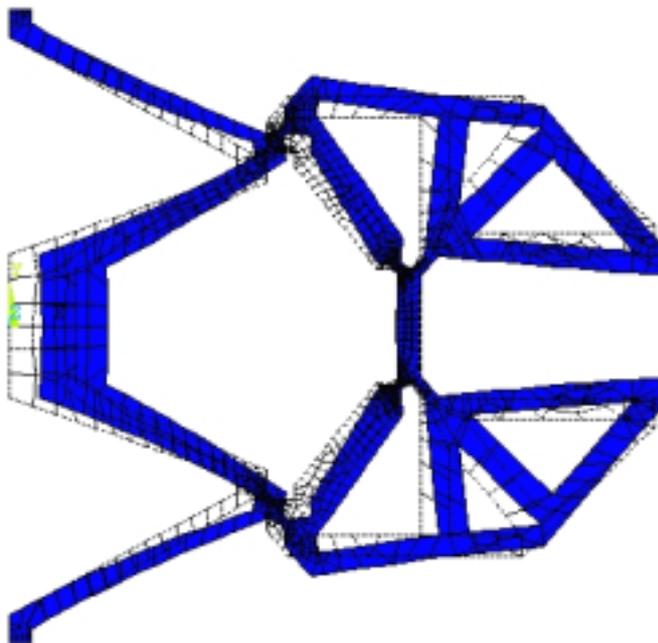


圖 4 案例一之拓樸形態有限元分析結果圖

#### 設計案例二：最大化幾何機械優勢

圖 5 為最後之拓樸型態圖。圖 6 為修飾過後之拓樸型態，以有限元素分析的結果圖。輸入位移為  $0.0106941 \mu\text{m}$  時，最佳化設計所得之輸出位移為  $0.00774456 \mu\text{m}$ ，幾何機械優勢為 0.7242。

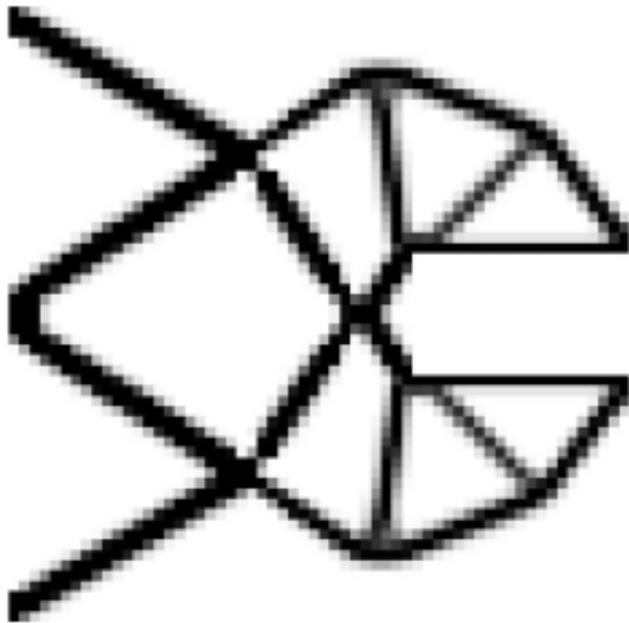


圖 5 案例二之拓樸形態圖

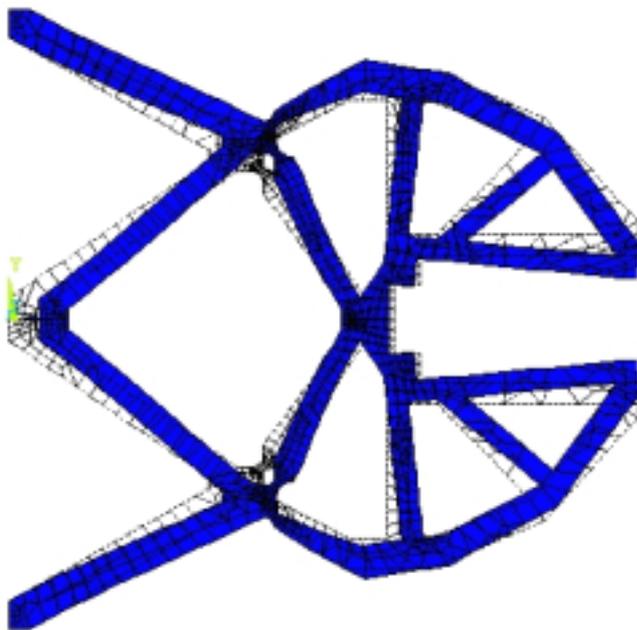


圖 6 案例二之拓樸形態有限元分析結果圖

## 五、結論

本研究已成功發展建立以結構剛性及以結構順從度為主要設計目標的拓樸形態設計方法與程序，在基本模型的建立上，都已達到與國際其他公認標準的結果一致，甚至於有些結果優於已公布之國際論文結果，同時對微型撓性機構設計亦已得到初步良好之結果，本研究結果正著手繕寫期刊論文中。在本文之兩種設計案例而言，其最佳設計之結果是不同的。此二案例之輸出入端彈性係數皆相同，案例一之幾何機械優勢經換算可知為 0.6424，比案例二為小。若因題目之不同，此差距有擴大之可能，因此可考慮同時以此兩種目標設計為一體之設計研究。

## 六 參考文獻

- 1 Prager, W., Rozvany, G.I.N., "Optimization of structural geometry", In: Bednarek, A.R., Casari, L. (eds.) *Dynamical systems*, pp. 265-293, New York: Academic press, (1977)
- 2 Rozvany, G.I.N., "Optimal layout theory: analytical solutions for elastic structures with several deflection constraints and load conditions", *Struct. Optim.*, 4, pp. 247-249, (1992)
- 3 Rozvany, G.I.N., Olhoff, N., Bendsøe, M. P., Ong, T. G., Sandler, R., Szeto, W.T. 1985/87: Least-weight design of perforated elastic plates , . *DCAMM Report 306, Int. J. Solids Struct.* 23, pp. 521-550.
- 4 Bendsøe, M. P., and Kikuchi, N., "Generating Optimal topologies in Structural Design Using a Homogenization Method", *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp. 197-224. , (1988)
- 5 Mlejnek, H.P., and Schirrmacher, R., "An Engineering's Approach to Optimal Material Distribution and Shape Finding", *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 106, pp.1-26, (1993).
- 6 Bendsøe, M. P., and Haber, R. B., "The Michell Layout Problem as a Low Volume Fraction Limit of the Perforated Plate Topology Optimization Problem: an Asymptotic Study", *Structural Optimization*, Vol. 6, pp. 263-267, (1993).
- 7 Bendsøe, M. P., "Optimal shape design as a material distribution problem", *Struct. Optim.*, 1, pp. 193-202, (1989)
- 8 Howell, L. L., "Compliant mechanism", Wiley, (2001).
- 9 Fatikow, S., Rembold, U., *Micro-system Technology and Micro-robotics*, Springer-Verlag (1997).
- 10 Kirsch, U., "Structural Optimization", Springer-Verlag, (1993)
- 11 Sigmund, O., "On the Design of Compliant Mechanisms using Topology Optimization," *Mech. Struc. and Mach*, Vol. 21, pp. 493-524 (1997).
- 12 Svanberg, K "The method of moving asymptotes — a new method for structural optimization", *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 24, pp. 359–73 (1987)
- 13 Tang, P-S and Chang, K-H., "Integration of topology and shape optimization for design of structural components", *Struct Multidisc Optim*, 22, pp.. 65-82, (2001)
- 14 Frecker, M., "Recent Advances in Optimization of Smart Structures and Actuators", *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, Vol. 14, No. 4, pp. 207-216 (2003)