

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

智慧型金屬板材成形CAE軟體之開發與整合研究(1/3)--子計劃二

## 金屬板材深引伸耳緣成形製程之分析

### Analysis of earing in deep drawing process of metal sheet

計畫編號：NSC 89-2212-E-032-007

執行期限：89年8月1日至92年7月31日

第一年：89年8月1日至90年7月31日

主持人：李經綸 副教授 淡江大學機械工程學系  
共同主持人：盧永華 副教授 國立宜蘭技術學院機械工程學系  
計畫參與人員：夏時軒 淡江大學機械工程研究所碩士班  
計畫參與人員：李章詠 淡江大學機械工程研究所碩士班

E-mail: chinglun@mail.tku.edu.tw

#### 一、中文摘要

本計畫採用Prandtl-Reuss之塑流法則(flow rule)和Hill的異向性降伏準則，結合有限變形理論，及ULF(Updated Lagrangian Formulation)的觀念，建立一增量型彈塑性大變形的三維有限元素分析模式，用以模擬圓杯之深引伸成形製程。在解析的過程中是以衝頭位移為計算增量，並配合元素的降伏、工件與工具間的接觸或分離、最大應變及旋轉等增量的限制，來決定每一計算步驟的位移增量，並以庫倫摩擦定律處理接觸界面間具有滑動或黏滯狀態之摩擦變化。藉由三維有限元素法的數值模擬，分析圓杯引伸，以得到引伸過程之全部變形歷程、衝頭負載與衝頭位移之關係、應力與應變之分佈、圓杯高度及圓杯厚度輪廓等。

**關鍵詞：**深引伸，異向性，有限元素

#### Abstract

A methodology for formulating an elasto-plastic large deformation finite element model, which based on the Prandtl-Reuss flow rule, Hill's anisotropic yield criterion, and updated Lagrangian formulation, is developed to simulate the deep drawing process of cylindrical cup. In the analyzing process, the punch displacement is used to represent the simulation increment. The displacement increment of the calculation step is

determined by the yield state of the element, contact or separation between the workpiece and tools, and the incremental confinement of the maximum strain and the rotation angle. The Coulomb friction law was introduced to treat the alternation of sliding or sticking state of friction at the contact interface. The data of deformation histories from deep drawing process can be obtained by using the three-dimensional finite element simulation. The simulation results include deformation diagrams in different forming stages, relationship between the punch load and the punch displacement, distribution of stress and strain, cup heights, and the variation of cup thickness and so on.

**Keywords:** deep drawing, anisotropic, finite element

#### 二、緣由與目的

三維板材成形的有限元素分析程式已發展了近二十年，但是卻少用於任意外形的模具設計。其中主要的障礙乃因模具曲面的數學描述，必須吻合工件的有限元素分析模式，而有限元素分析一般皆需平滑的模具曲面描述，且其一階與二階偏導數亦必須相當平滑且連續。上述限制均需要複雜的數學描述，這是較為困難且耗費分析時間的，且計算上亦無效率可言。

自從 Chung 與 Swift[1]，Woo[2-3]，Wang[4]及 Chakrabarty[5]發展金屬板材成形製程的解析及數值解之後，許多研究皆

提出了分析板材成形操作的數學模式，首先由Wang與Wenner[6]提出的彈性-粘塑性分析。文中考慮了平面應變與併入庫倫摩擦的軸對稱沖頭引伸問題，正交異向性的非線性薄膜殼理論與彈塑性構成方程式，加工硬化及應變率敏感性材料等。

而板與殼有限元素分析的歷史已經超過三十年，首先由Papenfuss發展平板彎曲元素開始[7]。從此以後，許多有關板的元素被相繼提出，但是其分析的精確度似乎與其所考慮的複雜性有密切的關係。於1970年時，Ahmad等[8]將Mindlin假設推廣，使得殼的有限元素分析超越所有特殊的殼理論。此技巧稱之為“退化的殼程序”，因為三維理論已被連續簡化或退化成有限元素不連續化的殼理論。於70及80年代，隨著殼元素的發展與計算效率的提昇，在瞭解殼元素的物理及力學性質上有許多進展，在殼元素的某些問題與在薄板應用上的良好運作有關，階數控制不足的問題可能導致疑似零能量的模式或剪力鎖定現象等等。許多方法被用來克服上述問題，例如選擇性減少積分元素[9]及穩定性剛性矩陣元素[10-11]等。

本計畫之目的，乃應用彈塑性增量理論有限元素法發展一套模擬金屬板材引伸成形製程的三維數值模擬程式，並考慮材料異向性對深引伸成形製程之影響。並藉由學理分析，完成剛性矩陣理論之構建及程式之設計，並與其他子計畫所發展的程式進行整合與測試。

### 三、基本理論

在金屬板材成形製程中，常利用數值分析處理偏微分方程式的解，而有限元素已成為普遍應用的方法之一。將彈塑性理論偶合入有限元素法時，經由虛功原理推導之updated Lagrangian formulation可由下式表示[12]

$$\int_V \{(\dot{t}_{ij} - 2t_{ik}D_{kj})uD_{ij} + t_{jk}L_{ik}uL_{ij}\}dV \quad (1)$$

$$= \int_{S_i} \dot{t}_i u v_i dS$$

$$\text{其中 } \dot{t}_{ij} = \dot{t}_{ij} - W_{ik} \dot{t}_{kj} + \dot{t}_{ik} W_{kj} \quad (2)$$

上式中之 $\dot{t}_{ij}$ 為Cauchy應力之Jaumann微分， $W_{ij}$ 為旋轉張量， $D_{ij}$ 為應變率張量， $L_{ij}$ 為速度梯度張量。如將(1)式等號之左邊以 $Q^E$ 表示如下

$$Q^E = \int_{V^E} \{(\dot{t}_{ij} - 2t_{ik}D_{kj})uD_{ij} + t_{jk}L_{ik}uL_{ij}\}dV$$

$$= \int_{V^E} (C_{ijkl}^{ep} L_{kl} u L_{ij} - 2t_{ik} D_{ke} u_{ej} u D_{ij} + t_{jk} L_{ik} u L_{ij}) dV$$

$$= \int_{V^E} (C_{ijkl}^{ep} + S_{ijkl}) L_{kl} u L_{ij} dV \quad (3)$$

或

$$Q^E = \int_{V^E} C_{ijkl}^* L_{kl} u L_{ij} dV \quad (4)$$

其中

$$C_{ijkl}^* = C_{ijkl}^{ep} + S_{ijkl} \quad (5)$$

$$S_{ijkl} = \frac{1}{2} (t_{jl} u_{ik} - t_{ik} u_{jl} - t_{il} u_{jk} - t_{jk} u_{il}) \quad (6)$$

而 $S_{ijkl}$ 具有以下的特性

$$S_{jikl} = \frac{1}{2} (t_{il} u_{jk} - t_{jk} u_{il} - t_{jl} u_{ik} - t_{ik} u_{jl}) \neq S_{ijkl} \quad (7)$$

$$S_{klij} = \frac{1}{2} (t_{jl} u_{ik} - t_{ik} u_{jl} - t_{jk} u_{il} - t_{il} u_{jk}) = S_{ijkl} \quad (8)$$

$$S_{ijmm} = S_{nnij} = -t_{ij} \quad (9)$$

而對於總體座標的速度梯度張量 $L_{ij}$ 及虛速度梯度 $uL_{ij}$ 可表示如下

$$L_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = v_{i,j} = \sum_r \frac{\partial N_r}{\partial x_j} v_{ri} = \sum_r N_{r,j} v_{ri} \quad (10)$$

$$uL_{ij} = \sum_r N_{r,j} u v_{ri} \quad (11)$$

其中 $N_r$ 為形狀函數。將上述方程式代入(4)式中，則可推導出元素之剛性矩陣如下

$$Q^E = \int_{V^E} uL_{ij} C_{ijkl}^* L_{kl} dV$$

$$= \int_{V^E} \sum_r N_{r,j} u v_{ri} \sum_s C_{ijkl}^* N_{s,l} v_{sk} dV \quad (12)$$

$$= \sum_r u v_{ri} \sum_s \left( \int_{V^E} N_{r,j} C_{ijkl}^* N_{s,l} dV \right) v_{sk}$$

或

$$Q^E = \sum_r u v_{ri} \sum_s [K_{rs}]_{ik} v_{sk} \quad (13)$$

其中

$$[K_{rs}]_{ik} = \int_{V^E} N_{r,j} C_{ijkl}^* N_{s,l} dV \quad (14)$$

$$r, s = 1, NEL$$

$$i, j, k, l = 1, 3$$

以下即以殼元素為例[14]，推導其剛性矩陣。如圖(一)所示之殼元素，其幾何形狀可定義如下

$$x_i(\zeta, \eta, \xi) = N^r(\zeta, \eta) \left[ x_i^r + \frac{\xi}{2} (x_i^{r,top} - x_i^{r,bot}) \right] \quad (15)$$

而其速度可以下式表示之

$$v_i(\zeta, \eta, \xi) = N^r(\zeta, \eta) v_i^r + N^r(\zeta, \eta) \frac{\xi}{2} \dot{h}^r u_i^r \quad (16)$$

$$v_i(\zeta, \eta, \xi) = \bar{N}_{n,i}^r(\zeta, \eta, \xi) \bar{v}_r^r \quad (17)$$

其中

$$\bar{v}_r = [v_1, v_2, v_3, u_1, u_2] \quad (18)$$

$$\bar{N}_{n,i}^r(\zeta, \eta, \xi) = \begin{cases} N^r(\zeta, \eta, \xi) u_{ni} & r = 1, 2, 3 \\ -N^r(\zeta, \eta, \xi) \frac{\xi}{2} \dot{h}^r u_{2i} & r = 4 \\ N^r(\zeta, \eta, \xi) \frac{\xi}{2} \dot{h}^r u_{1i} & r = 5 \end{cases} \quad (19)$$

而速度梯度可以下式表示之

$$L_{ij}(\zeta, \eta, \xi) = \frac{\partial v_i(\zeta, \eta, \xi)}{\partial x_j} = \bar{N}_{n,j}^r(\zeta, \eta, \xi) \cdot \bar{v}_r^r \quad (20)$$

由上述之關係式就可推導出殼元素之剛性矩陣如下式所示

$$K_{rs}^{rs} = \int_{V^E} \bar{N}_{n,j}^r(\zeta, \eta, \xi) C_{ijkl}^* \bar{N}_{sk,l}^s(\zeta, \eta, \xi) dV \quad (21)$$

由上式就可組成有限元素法之基本型式如下式所示

$$[K]\{\Delta u\} = \{\Delta F\} \quad (22)$$

#### 四、數值分析

將本計畫所推導之殼元素剛性矩陣程式化，並與其他子計畫之前後處理程式進行整合後，以金屬板材帽型引伸之解析為例進行分析。在模具方面有限元素網格分割是採用三角形元素，其目的是解決模具之幾何形狀問題，以避免網格分割時在模

具表面同時產生三角形和四邊形元素，增加分析程式的複雜程度，而工件之有限元素網格分割則是採用四邊形元素，如圖(二)所示。上述模具與工件之幾何圖形皆由套裝軟體IDEAS建立，並透過Simulation模組產生有限元素網格資料，再轉出Universal檔案，以作為本整合計畫程式之前處理輸入資料，經分析後再經由IDEAS軟體作後處理。圖(三)與圖(四)為金屬板材帽型引伸加工之成形歷程，經由變形圖可了解板材成形之詳細過程，進而判斷成形中可能造成之缺陷，並於製造前加以改良。

#### 五、結果與討論

本計畫已如期將增量型彈塑性大變形三維有限元素分析剛性矩陣之理論與程式，與其他各子計畫所建構之程式進行整合，且完成初期測試。此外，亦完成IDEAS軟體之升級與本計畫分析程式之整合應用。然而為使本程式之可靠度提高，尚需要確切的實驗再加以驗證，因此下個年度的計畫，將針對實際加工所發生的狀況，例如模具與工件間之磨擦，成形缺陷之預測及材料異向性之考量等等，加以修正本年度所發展程式尚未考量純熟的部分，以期本程式能達泛用型CAE分析軟體之目標。

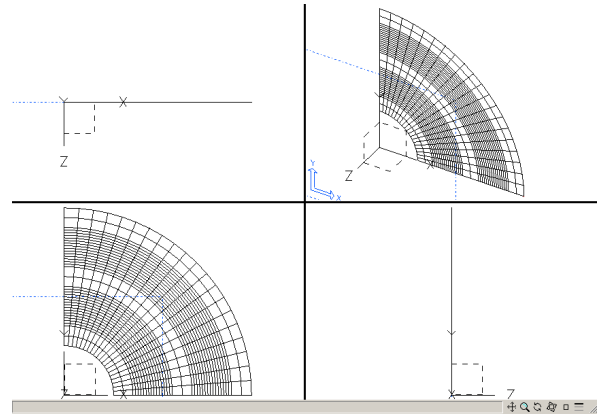
#### 六、參考文獻

- [1] Chung, S. Y. and H. W. Swift, "Cup Drawing from a Flat Blank: Part II—Analytical Investigation," *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, p.165, 199 (1951).
- [2] Woo, D. M., "The Analysis of Axisymmetric Forming of Sheet Metal and the Hydrostatic Bulging Process," *Int. J. Mech. Sci.*, 6, pp.303-317 (1964).
- [3] Woo, D. M., "On the Complete Solution of the Deep-drawing Problem," *Int. J. Mech. Sci.*, 10, pp.89-94 (1970).
- [4] Wang, N. M., "Large Plastic Deformation of a Circular Sheet Caused by Punch Stretching," *J. Appl. Mech. ASME*, 37, pp.431-440 (1970).
- [5] Chakrabarty, J., "A Theory of Stretch

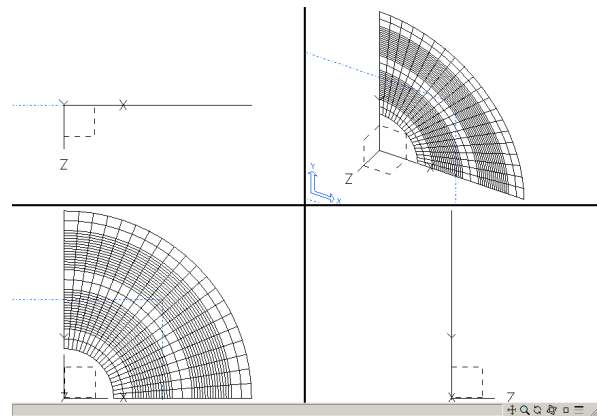
Forming over Hemispherical Punch Heads," *Int. J. Mech. Sci.*, 12, pp.315-325 (1970).

- [6] Wang, N. M. and M. L. Wenner, "Elastic-viscoplastic Analysis of Simple Stretch Forming Problems," in D. P. Koistinen, N. M. Wang (eds.), *Mechanics of Sheet Metal Forming*. Plenum Press, New York, pp.367-391 (1978).
- [7] Papenfuss, S. W., "Lateral Plate Deflection by Stiffness Matrix Methods with Application to a Marquee," M.S. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Washington, Seattle, December (1959).
- [8] Ahmad, S., B. M. Irons and O. C. Zienkiewicz, "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Elements," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 2, pp.419-451 (1970).
- [9] Hughes, T. J. R., "Generalization of Selective Integration Procedures to Anisotropic and Nonlinear Media," *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol. 15, pp. 1413-1418 (1980).
- [10] Liu, W. K., J. S. -J. Ong and R. A. Uras, "Finite Element Stabilization Matrices - A Unification Approach," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 53, pp. 13-46 (1985).
- [11] Liu, W. K., E. S. Law, D. Lam and T. Belytschko, "Resultant-Stress Degenerated-shell Element," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 55, pp. 259-300 (1986).

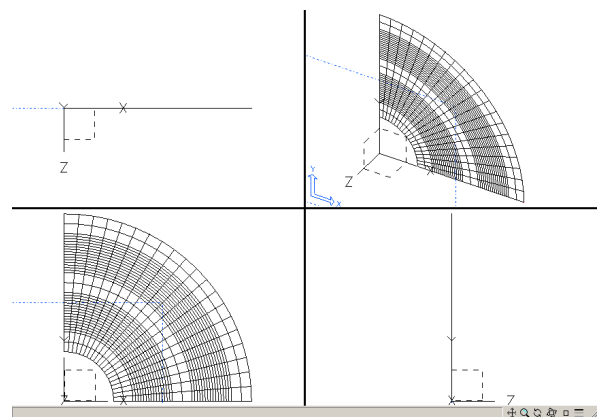
- [12] McMeeking, R. M. and J. R. Rice, "Finite-Element Formulations for Problems of Large Elastic-Plastic Deformation," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 11, No. 5, pp. 601-616 (1975).



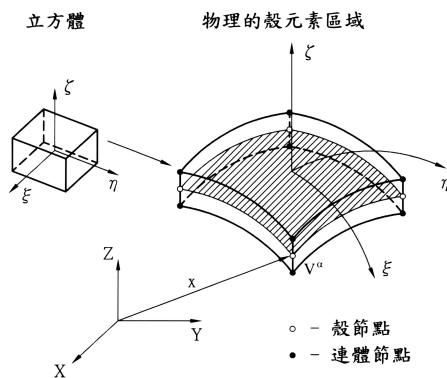
圖(二)：帽型引伸加工之工件



圖(三)：帽型引伸加工衝程達10mm之變形圖



圖(四)：帽型引伸加工衝程達20mm之變形圖



圖(一)：殼元素之座標