

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

子計畫二：金屬板材深引伸耳緣成形製程之分析

計畫類別：整合型計畫

計畫編號：NSC91-2212-E-032-012-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：淡江大學機械與機電工程學系

計畫主持人：李經綸

共同主持人：盧永華

計畫參與人員：夏時軒、李章詠、蕭銘仕、蔡毅璋、陳振德、陳紹平

報告類型：完整報告

處理方式：本計畫涉及專利或其他智慧財產權，2年後可公開查詢

中 華 民 國 92 年 10 月 31 日

智慧型金屬板材成形 CAE 軟體之開發與整合研究--子計畫二

金屬板材深引伸耳緣成形製程之分析

Analysis of earing in deep drawing process of metal sheet

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 91 - 2212 - E - 032 - 012

執行期間：89 年 08 月 01 日至 92 年 07 月 31 日

計畫主持人：李經綸 副教授

共同主持人：盧永華 副教授

計畫參與人員：夏時軒、李章詠、蕭銘仕、蔡毅璋、陳振德、陳紹平

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：淡江大學機械與機電工程學系

摘 要

本計畫採用 Prandtl-Reuss 之塑流法則和 Hill 的異向性降伏準則，結合有限變形理論，及 Updated Lagrangian Formulation 的觀念，建立一增量型彈塑性大變形的三維有限元素分析模式，用以模擬圓杯之深引伸成形製程。在解析的過程中是以沖頭位移為計算增量，並配合元素的降伏、工件與工具間的接觸或分離、最大應變及旋轉等增量的限制，來決定每一計算步驟的位移增量，並以庫侖摩擦定律處理接觸界面間具有滑動或黏滯狀態之摩擦變化。藉由三維有限元素法的數值模擬，分析異向性材料的圓杯引伸，以決定耳緣與材料異向性間的關係，及預測耳緣的輪廓，並可得到引伸過程之全部變形歷程、沖頭負荷與沖頭位移之關係、應力與應變之分佈、圓杯高度及圓杯厚度等。再配合圓杯的深引伸板金成形實驗，設計一組引伸沖模、圓柱沖頭及壓料板，於油壓成形機上實驗，並將有限元素分析所得之結果與實驗結果作比較，以驗證本計畫所發展的彈塑性三維有限元素分析程式之可靠性。

本計畫亦將平行處理的技術偶合入金屬板材深引伸耳緣成形之有限元素分析程式，利用區域分割法做為平行處理的計算方法，並使用 Compaq KAP Fortran/OpenMP 編譯軟體將原始程式平行化處理。本計畫將於深引伸製程執行平行處理程式與原始程式，並根據模擬結果，比較平行處理程式與原始程式之執行時間，以驗證平行處理技術確實可提升彈塑性三維有限元素分析程式之運算效能。

關鍵詞：深引伸，異向性，耳緣，有限元素，平行處理

Abstract

A methodology for formulating an elasto-plastic large deformation finite element model, which based on the Prandtl-Reuss flow rule, Hill's anisotropic yield criterion, and updated Lagrangian formulation, is developed to simulate the deep drawing process of cylindrical cup. In the analyzing process, the punch displacement is used to represent the simulation increment. The displacement increment of the calculation step is determined by the yield state of the element, contact or separation between the workpiece and tools, and the incremental confinement of the maximum strain and the rotation angle. The Coulomb friction law was introduced to treat the alternation of sliding or sticking state of friction at the contact interface. The cup drawing of anisotropic materials is analyzed by using the finite element method to determine the relation between earing behavior and material anisotropy, and predict the profile of earing. The data of deformation histories from deep drawing process can be obtained by using the three-dimensional finite element simulation. The simulation results include deformation diagrams in different forming stages, relationship between the punch load and the punch displacement, distribution of stress and strain, cup heights, and the variation of cup thickness and so on. A set of drawing die, cylindrical punch, and blank holder, are designed for experiments. The experiments are set on the hydraulic forming machine to simulate the deep drawing process of metal sheet. The simulation and experimental results are compared to verify the reliability about the development of elasto-plastic three-dimensional

finite element program in this project.

Moreover, this project combines the parallel processing technology with finite element program to analyze earing phenomenon in the deep drawing process of metal sheet. The domain decomposition method is applied to compute the parallel processing program. The parallel processing software of Compaq KAP Fortran/OpenMP is used to compile the source program. This project will execute the parallel processing program and the original source program in the deep drawing process. According to the simulation results, the execution time will compare between the parallel processing program and the original source program. The simulation results show that the parallel processing technology will increase the calculation performance of the elasto-plastic three-dimensional finite element program in this project.

Keywords : deep drawing, anisotropic, earing, finite element, parallel processing

目 錄

中文摘要	-----	
英文摘要	-----	
目 錄	-----	
圖表索引	-----	VII
一、緒論	-----	1
1.1 前言	-----	1
1.2 研究動機與目的	-----	1
1.3 文獻回顧	-----	2
1.4 論文之構成	-----	6
二、基本理論	-----	8
2.1 基本假設	-----	8
2.2 有限元素之應變與應變率	-----	8
2.3 有限變形之應力與應力率	-----	11
2.4 有限變形之 Total Lagrangian Formulation	-----	15
2.5 有限變形之 Updated Lagrangian Formulation	-----	18
2.6 材料之彈塑性構成關係式	-----	19
三、有限元素分析	-----	27
3.1 簡介	-----	27
3.2 虛速度原理的離散化	-----	29
3.3 退化殼元素(Degenerated Shell Element)之分析	-----	30
3.4 不同積分法則推導退化殼元素之剛性矩陣	-----	32
3.5 摩擦處理	-----	34
3.6 廣義 r_{\min} 法之增量步驟的計算	-----	37

四、圓杯引伸實驗與數值模擬分析	43
4.1 邊界條件	43
4.2 材料參數與實驗數據	43
4.3 數值模擬分析	44
4.4 數值分析與實驗結果之比較	46
4.4.1 沖頭負荷之比較	46
4.4.2 CPU 運算時間之比較	47
4.4.3 異向性材料之模擬分析	48
4.5 圓杯引伸成形之分析	48
4.5.1 圓杯引伸成形歷程之比較	49
4.5.2 耳緣成形之分析	49
4.5.3 厚度分佈之比較	50
4.5.4 應力分佈之比較	51
4.5.5 應變分佈之比較	52
五、金屬板材深引伸耳緣成形製程之分析	88
5.1 實驗設備	88
5.2 實驗原理與步驟	88
5.3 邊界條件	90
5.4 材料參數	91
5.5 數值模擬分析	91
5.6 數值分析與實驗結果之比較	92
5.6.1 工件之應力分佈	92
5.6.2 工件之應變分佈	93
5.6.3 工件之厚度分佈	93

5.6.4 沖頭負荷與衝程關係之比較 -----	94
5.6.5 深引伸耳緣成形製程之成形歷程 -----	94
六、平行處理之分析 -----	101
6.1 簡介 -----	101
6.2 數值分析-----	105
6.3 結果與討論-----	106
七、結論 -----	118
7.1 結論 -----	118
八、參考文獻 -----	120
九、符號索引 -----	125
十、誌謝 -----	130
十一、計畫成果自評 -----	131

圖表索引

圖 2-1	定義應力之連體座標	24
圖 2-2	Lagrange 應力	24
圖 2-3	Kirchhoff 應力	25
圖 2-4	Cauchy 應力	25
圖 2-5	平衡時之連體體積與曲面定義	26
圖 3-1	退化殼元素之座標	41
圖 3-2	殼元素之自由度	41
圖 3-3	接觸彈簧元素	42
圖 3-4	彈塑性分析中材料降伏之判定	42
圖 4-1	圓杯引伸成形之料片與模具系統邊界條件	54
圖 4-2	圓杯引伸成形之模具與料片幾何尺寸圖	55
圖 4-3	圓杯引伸成形之料片與模具系統立體圖	55
圖 4-4	圓杯引伸成形實驗的沖頭尺寸	56
圖 4-5	圓杯引伸成形實驗的下模尺寸	56
圖 4-6	圓杯引伸成形實驗的壓料板尺寸	57
圖 4-7	第一類型圓杯引伸成形模擬之沖頭網格分割	57
圖 4-8	第一類型圓杯引伸成形模擬之下模網格分割	58
圖 4-9	第一類型圓杯引伸成形模擬之壓料板網格分割	58
圖 4-10	第一類型模擬之整體圓形料片區隔成十二個區域	59
圖 4-11	第一類型圓杯引伸成形模擬之整體圓形料片網格分割	59
圖 4-12	第二類型模擬之整體圓形料片區隔成五個區域	60
圖 4-13	第二類型圓杯引伸成形模擬之整體圓形料片網格分割	60
圖 4-14	第三類型圓杯引伸成形模擬之沖頭網格分割	61

圖 4-15	第三類型圓杯引伸成形模擬之下模網格分割	61
圖 4-16	第三類型圓杯引伸成形模擬之壓料板網格分割	62
圖 4-17	第三類型模擬之四分之一圓形料片	62
圖 4-18	第三類型圓杯引伸成形模擬時四分之一圓形料片之網 格分割	63
圖 4-19	第一類型圓杯引伸成形模擬時二分之一圓形料片之網 格分割	63
圖 4-20	第一類型圓杯引伸成形模擬時四分之一圓形料片之網 格分割	64
圖 4-21	第一類型圓杯引伸成形模擬時二分之一圓形料片之邊 界條件	64
圖 4-22	第一類型圓杯引伸成形模擬時四分之一圓形料片之邊 界條件	65
圖 4-23	第一類型圓杯引伸整體圓形料片數值模擬與實驗之沖 頭負荷與衝程關係之比較	66
圖 4-24	第一類型圓杯引伸不同網格分割時數值模擬之沖頭負 荷與衝程關係之比較	66
圖 4-25	第二類型圓杯引伸整體圓形料片網格分割時數值模擬 與實驗之沖頭負荷與衝程關係之比較	67
圖 4-26	第三類型圓杯引伸成形模擬時四分之一圓形料片網格 分割之邊界條件	68
圖 4-27	第三類型圓杯引伸四分之一圓形料片數值模擬與實驗 之沖頭負荷與衝程關係之比較	68
圖 4-28	圓杯引伸成形模擬 CPU 運算時間之比較	69

圖 4-29	圓杯引伸等向性及異向性四分之一圓形料片數值模擬 與實驗之沖頭負荷與衝程關係之比較	69
圖 4-30	圓杯引伸成形模擬時工件之變形歷程	70
圖 4-31	等向性與異向性四分之一圓形料片凸緣輪廓之比較	75
圖 4-32	等向性與異向性四分之一圓形料片耳緣輪廓之比較	75
圖 4-33	異向性四分之一圓形料片數值模擬與實驗厚度分佈之 比較	76
圖 4-34	等向性與異向性四分之一圓形料片數值模擬厚度分佈 之比較	76
圖 4-35	等向性二分之一與四分之一圓形料片數值模擬厚度分 佈之比較	77
圖 4-36	等向性二分之一圓形料片最終變形圖	77
圖 4-37	圓杯引伸成形模擬時工件之應力分佈	78
圖 4-38	圓杯引伸成形模擬時工件之應變分佈	83
圖 5-1	實驗設備整體系統配置圖	95
圖 5-2	深引伸耳緣成形之模具幾何尺寸	96
圖 5-3	深引伸耳緣成形製程之料片邊界條件	96
圖 5-4	深引伸耳緣成形數值分析之最大主應力分佈圖	97
圖 5-5	深引伸耳緣成形數值分析之最大主應變分佈圖	97
圖 5-6	衝程達 60.0mm 時之工件厚度分佈圖	98
圖 5-7	深引伸耳緣成形數值分析與實驗之沖頭負荷與位移關係 之比較	99
圖 5-8	深引伸成形模擬時工件之成形歷程圖	100

圖 6-1	深引伸耳緣成形平行處理前後之數值分析與實驗的沖頭 負荷與位移關係之比較 -----	110
圖 6-2	深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則之數值 分析的沖頭負荷與位移關係之比較 -----	110
圖 6-3	深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則之數值 分析沿軋軋方向厚度分佈之比較 -----	111
圖 6-4	深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則之數值 分析於軋軋方向夾 45 度角之厚度分佈之比較 -----	111
圖 6-5	深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則之數值 分析垂直軋軋方向厚度分佈之比較 -----	112
圖 6-6	深引伸耳緣成形最大主應力分佈圖 -----	113
圖 6-7	深引伸耳緣成形最大主應力等值線分佈圖 -----	113
圖 6-8	深引伸耳緣成形最大主應變分佈圖 -----	114
圖 6-9	深引伸耳緣成形最大主應變等值線分佈圖 -----	114
圖 6-10	擷取成形工件之數位影像與數值分析結果套疊比較 -----	115
圖 6-11	深引伸耳緣成形平行處理前後使用選擇減化積分法則之 數值分析所需 CPU 時間之比較 -----	115
圖 6-12	深引伸耳緣成形平行處理前後使用全積分法則之數值 分析所需 CPU 時間之比較 -----	116
圖 6-13	深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同元素數量之數值 分析所需 CPU 時間之比較 -----	116

表 4-1	第一、二類型模具與料片有限元素網格分割之相關數據 --	65
表 4-2	第三類型模具與料片有限元素網格分割之相關數據 -----	67
表 6-1	AlphaServer DS20E 6/667 UNIX Packaged System 規格說明 -----	109
表 6-2	深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則於元素 數量為 740 個時之數值分析所需 CPU 時間之比較 -----	117
表 6-3	深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則於元素 數量為 340 個時之數值分析所需 CPU 時間之比較 -----	117

照片 5-1	實驗模具圖	-----	95
照片 5-2	深引伸耳緣成形之工件	-----	98

一、緒論

1.1 前言

製造工程技術的發展與研究在於建立工件的最佳生產製程，而板金成形技術為製造產業中重要的加工技術之一。為提高產品之市場競爭力、降低成本、提升產品品質，並以最短的時間對產品進行開發與設計成為目前的趨勢，而利用電腦輔助工程預估工件成形過程中可能發生的缺陷，對於產品開發與製造上有很大的助益，因此電腦輔助工程分析已逐漸為工業界及研發單位所重視。

一般板金成形中的彎曲、拉伸及深引伸等製程為工業界常用之基本加工法。本計畫所探討之圓杯引伸成形係屬於深引伸成形加工法之一，首先將圓形料片置於沖模上，而後將壓料板夾持住料片，再以沖頭將料片引伸入沖模，直至整個圓杯完全流入沖模為止。而圓杯引伸成形之異向性分析是先將模具與料片之外形經由電腦輔助設計軟體製作網格分割，再轉入三維有限元素分析程式進行數值模擬，可於製造前預測成形後的最終幾何外形及成形缺陷，如耳緣、表面皺摺或破裂等現象，以作為實際加工時的參考依據。此電腦輔助工程分析方法可減少以往由設計至產品量產階段之模具與料片修改的試誤程序，使模具與料片在設計之初即得以改善未來製程上所可能發生的缺失。

1.2 研究動機與目的

板金於成形製程中會受到許多因素的影響，如材料的非線性行為、材料的異向性、模具的幾何外形、材料與模具間的潤滑情形、加

工速率及加工溫度等，每一因素都對製程及成品產生不可忽視的影響，在此複雜因素的影響下，過去常用試誤法來取得較佳製程以累積經驗。由於電腦軟體及硬體之迅速發展，使得計算效能大幅提升，因此本計畫即利用工作站來進行圓杯引伸成形製程之數值分析，並與實驗結果相比較，以提升所發展三維有限元素分析程式的可靠度，進而分析不同外形之模具與料片的成形製程，以節省產品開發的時間及成本。

本計畫採用 Prandtl-Reuss 塑流法則和 Hill 的異向性降伏條件，結合有限變形理論及 Updated Lagrangian Formulation (ULF)的觀念建立一增量型彈塑性大變形三維有限元素分析模式，並應用退化殼元素 (degenerated shell element)所推導之形狀函數偶合入剛性矩陣中，組成有限元素之分析程式，並以廣義 r_{min} 法則處理板金成形時，元素之降伏、元素之彈塑性變化、元素之除荷、最大容許應變增量、最大容許旋轉增量、工件與模具間邊界節點之接觸或分離等問題，以決定每一增量步驟之實際沖頭衝程的大小。本計畫首先模擬等向性材料之圓杯引伸成形製程，而後考慮異向性參數的加入，模擬異向性金屬料片之圓杯深引伸耳緣成形製程。在三維模式下，模擬金屬料片成形時沖頭負荷與衝程關係、CPU 運算時間、成形歷程、耳緣成形、厚度分佈，以及各變形歷程之應力與應變分佈等，以建立金屬板材深引伸耳緣成形製程之完整分析架構。此外，為了提升運算效率，本計畫亦將平行處理技術偶合入分析程式中，使得程式的計算效能得以提升。

1.3 文獻回顧

本計畫之增量理論採用 Prandtl-Reuss 所提出總應變增量為彈性

與塑性應變增量所組成之塑流法則，其理論基礎建立於 Levy-Mises 增量理論上，Levy-Mises 提出塑性變形時應變增量與應力偏量成比例之假定，其差別為前者考慮彈性變形部分，而後者不考慮並且只為前者之特例故無法求得回彈及殘留應力問題。在降伏條件之判斷方面，von Mises 降伏條件為 Hill[1]降伏條件之特例，前者考慮在等向性材料，而後者由於異向性參數的加入考慮在異向性材料。對於塑性加工領域而言，大部分情況是幾何與材料非線性同時並存，在發生塑性變形時物體的尺寸及形狀產生很大的變化，計算時為避免累計誤差與獲得更精確之值，必須在每個增量過程中考慮元素的位移和旋轉，其理論即為有限變形理論。

與本計畫相關之文獻有 Yamada Yoshimura 與 Sakurai[2]依據 von Mises 降伏準則與 Prandtl-Reuss 塑流法則，推導出等向性材料之彈塑性應力—應變關係矩陣，並以 r_{min} 法控制元素由彈性進入塑性狀態時，其應力狀態能達到降伏面上。Wang[3]計算沖頭拉伸引伸金屬圓形料片之大塑性變形，並使用塑性增量理論分析半球狀沖頭拉伸圓形料片時之應力與應變分佈情形。Lin、Daniel 與 Jonas[4]分析異向性材料在引伸時耳緣輪廓和材料異向性之關係，其所受之影響因素分別為徑向與圓周方向之應變率和圓周方向之正交應力，兩因素在耳緣成形上產生重要的作用。Makinouchi Nakamachi 與 Nakagawa[5]討論 CAE 系統結合汽車車體沖壓模具之設計，CAE 系統可藉由電腦模擬預測成形缺陷並且節省模具設計的時間和成本，並介紹兩彈塑性有限元素程式，分別為 ITAS 和 ROBUST，使用 ITAS 模擬二維固體元素彎曲變形，而使用 ROBUST 之薄膜原理模擬三維金屬板金成形過程。Makinouchi 與 Kawka[6]研究有限元素分析鍛模(Stamping)模具之設

計，藉由數值模擬來預測與估計板金成形過程中的缺陷以替代傳統的試誤法，其理論背景與數值分析是由三維有限元素分析程式完成。Kawka 與 Makinouchi[7]提出退化殼元素的構想在靜態顯函有限元素程式中執行，主要探討各種不同積分法則之比較，分別為完全積分（FI）、減化積分（RI）、選擇減化積分（SRI）、假設應變場（ASF）與穩定矩陣（SM）法則等。Santos 與 Makinouchi[8]採用有限元素分析不同形狀三維模具之複雜幾何外形與處理模具接觸之方法，不同的模具被參數化建立幾何外形，並經由有限元素之網格分割以元素和節點數據化之方式描述；而接觸分析則採用直接法，當節點由自由狀態改變為接觸狀態時視為幾何條件，即檢查節點是否穿透模具；而當節點從接觸狀態改變為自由狀態時則視為靜態條件，即檢查節點與模具間接觸力之法線分量的改變。Nakagawa、Makinouchi、Wei 與 Shimizu[9]發展一種新的方法，係將原先有限元素模擬之三維金屬板金成形過程的輸出結果，由電腦繪圖的處理改以雷射實體平版印刷系統（Laser stereolithography system）處理，由投射器將雷射光投射至樹脂上產生實體物件，分析成形過程中可能產生的問題。經由 NUMISHEET 組織委員會所公佈標準檢查研究程序下，Danckert[10]進行實驗，以公佈之程序在相同引伸過程、材料性質及潤滑條件下所獲得之相關實驗數據，與在同模式下之各研究組織所進行之實驗數據作比較，以確立標準檢查研究程序之正確性。Jung、Song 與 Yang[11]將料片夾持力考慮成薄板厚度的函數並且分佈在每個節點上，在考慮料片平面異向性之條件下改善收斂與穩定性，並且可以預測耳緣之發生。Kawka 與 Makinouchi[12]採用退化固體元素與 Hill 的二次異向性降伏準則偶合有限元素程式，模擬金屬板金成形過程，並以圓杯深引伸實驗驗證。

Makinouchi、Teodosiu 與 Nakagawa[13]調查汽車製造業者和鋼鐵板金供應廠商，在金屬板金成形模擬方面相關科技的使用，表列歐洲、日本和美國企業所使用的軟體和有限元素程式的評價，基於這些資料建議未來研究領域的方向，如回彈的計算、最佳化之自動化製程，材料性質與摩擦效應對數值模擬結果的影響等。Nikishkov、Kawka、Makinouchi、Yagawa 與 Yoshimura[14]發展平行運算在金屬板金成形之有限元素程式中，其採用的區域分解法（DDM）演算與直接解法提供令人滿意的平行運算效率，減少計算之處理程序。Zaky、Nassr 與 El-Sebaie[15]探討在異向性圓杯深引伸成形時最佳化料片，藉由料片的修改以降低耳緣的發生。Manabe、Yang 與 Yoshihara[16]發展一個新的適應料片夾持力（BHF）控制系統，在圓杯深引伸製程中改進產品的精確性和成形速率，在控制演算方面包含人工智慧（AI）過程的參數判別與基本的塑性分析模式。Mackerle[17]將 1996 至 2002 年間，有關 FEM 和 BEM 的平行處理文章做一整理，並依照其理論、應用及軟硬體環境等三部份來做介紹。Bubak 等[18]使用經過平行處理後的程式來計算軸對稱的鍛造製程，並探討處理器的個數與節點的數量對於執行時間的影響。Kopp 等[19]發展一套 CAOT(Computer Aided Optimization Tool)設計流程，並應用平行處理的技術模擬板金成形製程。Kim 等[20]利用平行處理發展一套三維剛性 - 黏彈性有限元素分析程式，除了利用區域分割後及前調式共軛梯度法求解外，亦提出修正區塊之 Jacobi 先決條件法求解，並模擬端壓製程來比較這三種解法間的差異性。Fung 等[21]提供一種可應用於單一程式複合資料模式之平行化程式，藉此改善程式裡調節排程數量的速率。

1.4 論文之構成

本計畫共分為七章，其概要內容分別敘述如下：

第一章為緒論，敘述將電腦輔助工程分析應用在金屬板金成形製程上，得預測成形過程中可能發生的缺陷，並對產品的品質、設計與開發有所助益，另說明本計畫之目的與相關之理論基礎，及相關領域之文獻回顧，而後描述本文的架構。

第二章為基本理論，首先介紹與本計畫有關之基本假設，其次介紹有限變形之應變、應變率、應力與應力率，另描述變形前狀態以空間固定座標為參考基準之 TLF 虛功原理方程式的推導過程，進而延伸到變形後以埋入座標為參考基準之 ULF 方程式，應用 ULF 的觀念，推導各種應力與應力率之關係，經由 Prandtl-Reuss 塑流法則與 Hill 之降伏條件推導偶合應變率之彈塑性應力—應變關係矩陣。

第三章為有限元素分析，首先以虛功原理配合第二章基本理論求得 ULF 之統制方程式，而後推導退化殼元素之形狀函數偶合入積分法則到所推導之剛性矩陣中，並結合摩擦修正矩陣，最後以廣義 r_{\min} 法處理元素最大容許應變增量及旋轉增量之判斷、彈塑性狀態之元素降伏判斷，及工件節點與模具接觸或分離之判斷等。

第四章與第五章分別為不同材料之圓杯深引伸成形實驗與數值模擬分析，首先說明有限元素分析之邊界條件設定，其次說明相關之材料參數和實驗數據，並將圓杯深引伸成形之數值分析與實驗結果作比較。

第六章將平行處理技術加入分析程式中，並探討平行處理前後之沖頭負荷、應力與應變分佈、厚度分佈及 CPU 運算時間。

第七章為結論，乃針對第四章至第六章的結果與討論做出結論，

並對金屬板材深引伸耳緣成形製程之分析所完成的工作，及未來之研究發展提出建議。

二、基本理論

2.1 基本假設

本計畫所考慮之材料於彈塑性變形時，其基本假設條件如下：

- (1) 材料為均質性 (homogeneous) 及平面異向性 (planar anisotropic)。
- (2) 材料於加工時不考慮溫度效應。
- (3) 材料於彈性區域內滿足線性彈性虎克定律 (Hook's Law)。
- (4) 材料遵循 Hill 異向性降伏準則，且於塑性變形後，依循 Prandtl-Reuss 之流動法則。
- (5) 材料於塑性變形時滿足等向性之應變硬化法則。
- (6) 材料之總應變率可分為彈性與塑性應變率兩部份。
- (7) 沖頭、沖模與壓料板皆視為剛體。

2.2 有限變形之應變與應變率

在處理有限變形之彈塑性問題時，基於不同的座標系統 (變形前和變形後的座標) 所描述之物理量將有所差異，故在本節及下節中討論各種不同的應變、應變率、應力與應力率之間的關係，並分別以張量和矩陣的形式表示。

(1) Green 應變 (E_{ij})

假設物體內任一點在變形前的座標系統為 X, Y, Z ，而變形後的座標系統為埋入座標系統 (convected coordinate system) x, y, z ，則

Green 應變以張量形式表示為

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial x_k}{\partial X_i} \frac{\partial x_k}{\partial X_j} - \delta_{ij} \right) \quad (2.1a)$$

或以矩陣形式表示為

$$[E] = \frac{1}{2} ([J][J]^T - [I]) \quad (2.1b)$$

其中 δ_{ij} 為 Kronecker delta, $[I]$ 為單位矩陣, $[J]$ 為 Jacobi 矩陣,

定義為

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} & \frac{\partial y}{\partial X} & \frac{\partial z}{\partial X} \\ \frac{\partial x}{\partial Y} & \frac{\partial y}{\partial Y} & \frac{\partial z}{\partial Y} \\ \frac{\partial x}{\partial Z} & \frac{\partial y}{\partial Z} & \frac{\partial z}{\partial Z} \end{bmatrix}$$

$[J]^T$ 則為 $[J]$ 之轉置矩陣 (transpose matrix)。

(2) Green 應變率 (\dot{E}_{ij})

Green 應變率為 Green 應變對時間的導數, 故 (2.1a) 式微分可得應變率

$$\dot{E}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{x}_k}{\partial X_i} \frac{\partial x_k}{\partial X_j} + \frac{\partial x_k}{\partial X_i} \frac{\partial \dot{x}_k}{\partial X_j} \right) \quad (2.2a)$$

或

$$[\dot{E}] = \frac{1}{2} ([\dot{J}][J]^T + [J][\dot{J}]^T) \quad (2.2b)$$

Green 應變率是以變形前 X, Y, Z 座標為基準, 而 Green 應變與變形歷程無關, 僅與初始和最終狀態有關, 此為 TLF (Total Lagrangian formulation) 所採用的應變率。

其中 $[\dot{J}]$ 應用連鎖律可得

$$\begin{aligned}
\dot{[J]} &= \begin{bmatrix} \dot{\frac{\partial x}{\partial X}} & \dot{\frac{\partial y}{\partial X}} & \dot{\frac{\partial z}{\partial X}} \\ \dot{\frac{\partial x}{\partial Y}} & \dot{\frac{\partial y}{\partial Y}} & \dot{\frac{\partial z}{\partial Y}} \\ \dot{\frac{\partial x}{\partial Z}} & \dot{\frac{\partial y}{\partial Z}} & \dot{\frac{\partial z}{\partial Z}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} & \frac{\partial y}{\partial X} & \frac{\partial z}{\partial X} \\ \frac{\partial x}{\partial Y} & \frac{\partial y}{\partial Y} & \frac{\partial z}{\partial Y} \\ \frac{\partial x}{\partial Z} & \frac{\partial y}{\partial Z} & \frac{\partial z}{\partial Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\frac{\partial x}{\partial x}} & \dot{\frac{\partial y}{\partial x}} & \dot{\frac{\partial z}{\partial x}} \\ \dot{\frac{\partial x}{\partial y}} & \dot{\frac{\partial y}{\partial y}} & \dot{\frac{\partial z}{\partial y}} \\ \dot{\frac{\partial x}{\partial z}} & \dot{\frac{\partial y}{\partial z}} & \dot{\frac{\partial z}{\partial z}} \end{bmatrix} \\
&= [J][L]
\end{aligned} \tag{2.3}$$

[L] 係以變形後埋入座標 x, y, z 為基準而定義的物理量

($L_{ij} = \partial v_j / \partial x_i$)，稱為速度梯度矩陣 (velocity gradient matrix)

又 $\dot{[J]}^T = [L]^T [J]^T$ 故 (2.2b) 式可以改寫成

$$\dot{[E]} = \frac{1}{2} ([J][L][J]^T + [J][L]^T[J]^T) = [J][\dot{\varepsilon}][J]^T \tag{2.4}$$

(3) Cauchy 應變率 ($\dot{\varepsilon}_{ij}$)

Cauchy 應變率是根據元素不斷變形而改變的埋入座標 x, y, z 而定義的量，也就是以瞬時變形狀態為基準，其積分值隨變形歷程之不同而有不同的形式或數值，此為 ULF (Updated Lagrangian formulation) 所採用的應變率。

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \text{ 或 } [\dot{\varepsilon}] = \frac{1}{2} ([L]^T + [L]) \tag{2.5}$$

變形前之微量體積 dV_0 與變形後之微量體積 dV 之關係為

$$\frac{dV}{dV_0} = \left| \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \right| = \det[J] = |J| \quad (2.6)$$

其中 $|J|$ 為 $[J]$ 的行列式值。且由質量不變定律可得

$$|J| = \frac{\rho_0}{\rho} \quad (2.7)$$

其中 ρ_0 與 ρ 表示單元體變形前後的密度。

2.3 有限變形之應力與應力率

在微小變形時，物體變形前與變形後的應力值幾乎相等，通常不特別加以區別，但在處理有限變形之彈塑問題時，應力則須予以明確的定義，一般常使用之應力有 Lagrange 應力 Kirchhoff 應力和 Cauchy 應力三種。本節對此三種應力之定義加以說明，並推導在 ULF 下應力率之間的關係。如圖 2-1 所示，左側為變形前之狀態，右側為變形後之狀態。

(1) Lagrange 應力 (s_{ij})

$$dF_{0i}^{(L)} = s_{ji} n_{0j} dS_0 = dF_i ; \{dF\} = [s]^T \{dS_0\} \quad (2.8)$$

其中 s_{ji} 為 Lagrange 應力張量，具有非對稱形式，係以變形前之面積 dS_0 為基準，並將變形後曲面上的作用力 dF ，分解到變形前固定座標 X, Y, Z 方向上而定義之應力，如圖 2.2 所示， n_{0j} 為 dS_0 之單位法線向量之分量。

(2) Kirchhoff 應力 (t_{ij})

$$dF_{0i}^{(K)} = t_{ji} n_{0j} dS_0 = \frac{\partial X_i}{\partial x_\alpha} dF_\alpha; \{dF\} = [J]^T [t]^T \{dS_0\} \quad (2.9)$$

其中 t_{ji} 為 Kirchhoff 應力張量，係以變形前之面積 dS_0 為基準，並將變形後曲面上的作用力 dF ，分解到變形後埋入座標 x, y, z 方向上而定義之應力，如圖 2.3 所示。

(3) Cauchy 應力 (σ_{ij})

$$dF_i = \sigma_{ji} n_j dS; \{dF\} = [\sigma]^T \{dS\} \quad (2.10)$$

其中 σ_{ji} 為 Cauchy 應力張量，係以變形後之面積 dS 為基準，並將變形後曲面上的作用力 dF ，分解到變形後埋入座標 x, y, z 方向上而定義之應力，如圖 2.4 所示，其為一對稱之應力張量即 $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ， n_j 為 dS 之單位法線向量之分量。

為了求得各種不同定義應力間之關係，對於變形前後面積之關係可由質量不變定律得知

$$n_i dS = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial X_j}{\partial x_i} n_{0j} dS_0 \quad (2.11)$$

ρ_0 和 ρ 表示單元體變形前後的密度。

由 (2.8) 式與 (2.10) 式可得 Lagrange 應力和 Cauchy 應力間之關係為

$$[s] = [t][J] = |J| [G]^T [\sigma] \quad (2.12)$$

同理，由 (2.9) 式與 (2.10) Kirchhoff 應力和 Cauchy 應力間之關係為

$$[t] = [s][G] = |J| [G]^T [\sigma][G] \quad (2.13)$$

其中 $[G] = [J]^{-1}$ ，即 $[J][G] = [I]$ ，整理上列關係式後，可獲得各種應力間之關係為

$$[s] = [t][J] = |J| [G]^T [\sigma] \quad (2.14)$$

(2.14) 式對時間的導數，可得到各種應力的變化率

$$\dot{[s]} = \dot{[t]}[J] + [t]\dot{[J]} \quad (2.15)$$

$$\dot{[s]} = \dot{J} \left| [G]^T [\sigma] + |J| [\dot{G}]^T [\sigma] + |J| [G]^T \dot{[\sigma]} \right. \quad (2.16)$$

在 ULF 的場合裡，因係以每一時刻下物理狀態和幾何形狀為基準，故以下的關係式成立。

$$[J] = [G] = [I]$$

$$\dot{[J]} = [L] = [J][L]$$

$$[\dot{G}] = -[L]$$

$$[E] = [\varepsilon]$$

$$[s] = [\sigma] = [t]$$

$$|J| = 1$$

$$|\dot{J}| = -\frac{\dot{\rho}}{\rho}$$

將上列各式代入 (2.15) 式及 (2.16) 式中，得到

$$\dot{[s]} = \dot{[t]} + [\sigma][L] \quad (2.17)$$

$$\dot{[s]} = \dot{[\sigma]} - \frac{\dot{\rho}}{\rho}[\sigma] - [L]^T[\sigma] \quad (2.18)$$

(2.17) 式的 $\dot{[t]}$ 為 Kirchhoff 應力的埋入微分 (convected rate), 係以埋入座標 x, y, z 變形後所產生的新方向來定義, 亦即觀察者隨物體一起變形與轉動所看到的應力變化率。(2.18) 的 $\dot{[\sigma]}$ 為 Cauchy 應力率, 係以埋入座標 x, y, z , 變形後曲面上的作用力、變形後之面積及時間之關係來定義, 在物體兩鄰近變形階段, 觀察者在前一變形階段埋入座標系, 所看到後一變形階段的應力變化率, 亦可稱為 Cauchy 應力的固有微分 (intrinsic rate)。另外定義一種應力變化率, 稱為應力的 Jaumann 微分, 即觀察者隨著物體轉動, 但不隨著變形而觀察所得到的應力變化率。設時間 t 時, 埋入座標 x, y, z 的 Cauchy 應力為 $[\sigma]$, 轉動座標系的 Cauchy 應力為 $[\sigma_\omega]$, 兩應力間如使用一座標轉換矩陣 $[T]$, 則得下式成立

$$[\sigma_\omega] = [T]^T[\sigma][T] \quad (2.19)$$

微分 (2.19) 式, 則得 Cauchy 應力的 Jaumann 微分 $\overset{\circ}{[\sigma]}$

$$\overset{\circ}{[\sigma]} = \dot{[\sigma_\omega]} = \dot{[T]}^T[\sigma][T] + [T]^T\dot{[\sigma]}[T] + [T]^T[\sigma]\dot{[T]} \quad (2.20)$$

在 ULF 時, $[T]^T = [T] = [I]$, $[\sigma_\omega] = [\sigma]$ 其中 $\dot{[T]}$ 之具體形式為

$$\dot{[T]} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\omega}_z & \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z & 0 & -\dot{\omega}_x \\ -\dot{\omega}_y & \dot{\omega}_x & 0 \end{bmatrix} = \dot{[\omega]} = \dot{[\varepsilon]} - [L] \quad (2.21)$$

其中

$$\dot{\omega}_k = -\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.22)$$

$[\dot{\omega}]$ 稱為轉動矩陣。將 (2.21) 式代入 (2.20) 式，可得

$$[\dot{\sigma}] = [\dot{\sigma}] + [\sigma][\dot{\omega}] + [\dot{\omega}]^T[\sigma] \quad (2.23)$$

結合 (2.23) 式與 (2.18) 式，可得

$$\begin{aligned} [s] &= [\dot{\sigma}] - [\varepsilon]^T[\sigma] - [\sigma][\dot{\omega}] - \frac{\dot{\rho}}{\rho}[\sigma] \\ &= [\dot{\sigma}] - [\varepsilon]^T[\sigma] - [\sigma][\dot{\varepsilon}] + [\sigma][L] - \frac{\dot{\rho}}{\rho}[\sigma] \end{aligned} \quad (2.24)$$

2.4 有限變形之 Total Lagrangian Formulation

如圖 2.5 所示，一物體在時間為 t_0 之變形前平衡狀態，由座標系統 X_i 表示，且其體積為 V_0 ，表面積為 S_0 ，微小體積為 dV_0 ，微小表面積為 dS_0 ， n_0 為 dS_0 之單位法線向量。在時間為 t 之變形後平衡狀態，由座標系統 x_i 表示，其體積為 V ，表面積為 S ，微小體積為 dV ，微小表面積為 dS ， n 為 dS 之單位法線向量。若考慮作用在變形後 dS 面上之微小表面積力 dF ，與 dV 體積上之微小體積力 dF_b ，則單位表面力 f 及單位體積力 b ，則可由下列公式表示

$$dF_i = f_i dS \quad (2.25)$$

$$dF_{bi} = b_i dV \quad (2.26)$$

如以變形前之座標系統為準，則單位面積之表面力 f_0 與單位體積之體積力 b_0 ，則可由下列公式表示

$$dF_i = f_{0i} dS_0 \quad (2.27)$$

$$dF_{bi} = b_{0i} dV_0 \quad (2.28)$$

考慮表面力 F 與體積力 F_b 間之平衡方程式，則

$$F_i + F_{bi} = 0 \quad (2.29)$$

積分 (2.26) 式及 (2.28) 式，可得

$$F_{bi} = \int_V b_i dV = \int_{V_0} b_{0i} dV_0 \quad (2.30)$$

而由 (2.27) 式兩側積分得

$$F_i = \int_{S_0} s_{ji} n_{0j} dS_0 \quad (2.31)$$

利用 Gauss 散度定理，(2.31) 等號右側可寫為

$$\int_{S_0} s_{ji} n_{0j} dS_0 = \int_{V_0} \frac{\partial s_{ji}}{\partial X_j} dV_0 \quad (2.32)$$

將 (2.30) 式與 (2.32) 式代入 (2.29) 式，可得

$$\int_{V_0} \left(\frac{\partial s_{ji}}{\partial X_j} + b_{0i} \right) dV_0 = 0 \quad (2.33)$$

由於 dV_0 可為任意範圍，故上式得知

$$\frac{\partial s_{ji}}{\partial X_j} + b_{0i} = 0 \quad (2.34)$$

其邊界條件為

$$f_{0i} = s_{ji} n_{0j} \quad \text{on } S_{0t} \quad (2.35)$$

(2.34) 式即為以變形前座標為基準所推導出之平衡方程式，而對時間微分後可得

$$\frac{\partial \dot{s}_{ji}}{\partial X_j} + \dot{b}_{0i} = 0 \quad (2.36)$$

(2.36) 式其邊界條件分別為

$$\dot{f}_{0i} = \dot{s}_{ji} n_{0j} \quad \text{on } S_{0t} \quad (2.37)$$

$$v_i = \dot{u}_i \quad \text{on } S_{0u} \quad (2.38)$$

在 (2.35) (2.37) 和 (2.38) 式中， S_{0t} 表示具有表面力之曲面， S_{0u} 為具有已知速度之曲面， f_{0i} 為單位表面積之表面力，而 \dot{f}_{0i} 為其表面力變化率， v_i 為速度， u_i 為位移。

將上述理論偶合入有限元素法時，須由虛功原理推導。假設在物體之表面 S_0 上給予一假想之虛速度 δv_i ，則表面力 f_{0i} 所產生的虛功率

$\delta \dot{W}$ 為

$$\delta \dot{W} = \int_{S_0} f_{0i} \delta v_i dS_0 = \int_{S_{0t}} f_{0i} \delta v_i dS_0 \quad (2.39)$$

對於 Lagrange 應力，考慮邊界條件 (2.37) 式，可知 Lagrange 應力率 \dot{s}_{ji} 的虛功原理也是成立的，故可得

$$\int_{S_0} \dot{f}_{0i} \delta v_i dS_0 = \int_{S_0} \dot{s}_{ji} n_{0j} \delta v_i dS_0 \quad (2.40)$$

應用 Gauss 散度定理，則

$$\begin{aligned}
\int_{S_0} \dot{s}_{ji} n_{0j} \delta v_i dS_0 &= \int_{V_0} \frac{\partial(\dot{s}_{ji} \delta v_i)}{\partial X_j} dV_0 \\
&= \int_{V_0} \frac{\partial \dot{s}_{ji}}{\partial X_j} \delta v_i dV_0 + \int_{V_0} \dot{s}_{ji} \frac{\partial(\delta v_i)}{\partial X_j} dV_0
\end{aligned} \tag{2.41}$$

結合 (2.36) (2.40) 與 (2.41) 三式，整理得到虛功原理方程式為

$$\int_{V_0} \dot{s}_{ji} \delta L_{ij} dV_0 = \int_{S_0} \dot{f}_{0i} \delta v_i dS_0 + \int_{V_0} \dot{b}_{0i} \delta v_i dV_0 \tag{2.42}$$

其中

$$\delta L_{ij} = \frac{\partial(\delta v_i)}{\partial X_j}$$

由於

(2.42) 式係基於變形前之座標系統下推導而得，故稱為 Total Lagrangian Formulation (TLF)。

2.5 有限變形之 Updated Lagrangian Formulation

上節所述之 TLF 理論係以 t_0 時刻為變形前之座標 X_i 為基準所建立之虛功原理方程式。本節則討論每一變形後時刻 t ，以變形後之座標 x_i 為基準而加以考慮之情形。因此前節所述之座標 X_j 以 x_j 取代， V_0 及 S_0 分別以 V 及 S 置換，而 \dot{f}_{0i} 與 \dot{b}_{0i} 則以 \dot{f}_i 與 \dot{b}_i 取代，即可得 Updated Lagrangian Formulation (ULF) 虛功原理方程式如下：

$$\int_V \dot{s}_{ji} \delta L_{ij} dV = \int_S \dot{f}_i \delta v_i dS + \int_V \dot{b}_i \delta v_i dV \tag{2.43}$$

由於 ULF 係以 t 時刻之變形後狀態為參考狀態，並於微小 dt 之時刻後，再更新其變形狀態為參考狀態。因此，對於邊界之描述與處理較

為簡易，而不像 TLF 必須時時刻刻參考其初始狀態，故 ULF 為多數研究人員所採用。本文亦以 (2.43) 式為基礎，來建立有限元素法之統制方程式。在 ULF 時， $[t] = [\sigma]$ ，可知

$$\dot{[t]} = \dot{[t]} - [\sigma][L] + [\varepsilon]^T[\sigma] + [\sigma][\varepsilon] \quad (2.44)$$

代入 $\dot{[t]} = \dot{[s]} - [\sigma][L]$ 之關係，得到

$$\dot{[s]} = \dot{[t]} - [\varepsilon]^T[\sigma] - [\sigma][\varepsilon] + [\sigma][L] \quad (2.45)$$

或

$$\dot{s}_{ij} = \dot{t}_{ij} - \sigma_{kj} \dot{\varepsilon}_{ik} - \sigma_{ik} \dot{\varepsilon}_{kj} + \sigma_{ik} L_{jk}$$

結合 $\dot{t}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}$ 之關係，與 $t_{ij} = t_{ji}$ ， $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ 及 $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ 的對稱特性，可導出下式

$$\int_V (\dot{\sigma}_{ij} - 2\sigma_{ik} \dot{\varepsilon}_{kj}) \delta \varepsilon_{ij} dV + \int_V \sigma_{jk} L_{ik} \delta L_{ij} dV = \int_S \dot{f}_i \delta v_i dS + \int_V \dot{b}_i \delta v_i dV \quad (2.46)$$

其中 $\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - \omega_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} \omega_{kj}$ 。

2.6 材料之彈塑性構成關係式

在考慮彈性負荷、塑性除荷或必須考慮殘留應力以及除荷工件之最後形狀時，彈性變形行為之因素必須加以考慮。塑性變形的特性之一是受變形歷程影響，一般在解析材料之塑性變形時，皆是採用各瞬間之應變增量求其與應力之關係之應變增量理論。

利用材料構成關係式，可以決定應力與應變及應變率間之關係。

在虎克定律中，應力 σ_{ij} 與彈性應變 ε_{mn}^e 滿足下式之關係：

$$\sigma_{ij} = C_{ijmn}^e \varepsilon_{mn}^e \quad (2.47)$$

其中 C_{ijmn}^e 為彈性張量

$$C_{ijmn}^e = \bar{\lambda} \delta_{ij} \delta_{mn} + \bar{\mu} (\delta_{im} \delta_{jn} + \delta_{in} \delta_{jm}) \quad (2.48)$$

其中 $\bar{\lambda}$ 與 $\bar{\mu}$ 為 Lamé's 常數。

在考慮物體承受彈塑性變形時，材料之總應變率 $\dot{\varepsilon}_{mn}$ 可分成彈性應變率 $\dot{\varepsilon}_{mn}^e$ 與塑性應變率 $\dot{\varepsilon}_{mn}^p$ ，即

$$\dot{\varepsilon}_{mn} = \dot{\varepsilon}_{mn}^e + \dot{\varepsilon}_{mn}^p \quad (2.49)$$

則 (2.47) 式的變化率為

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijmn}^e \dot{\varepsilon}_{mn}^e \quad (2.50)$$

其中 $\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - \omega_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} \omega_{kj}$ ， $\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \dot{\varepsilon}_{ij}^e - \omega_{ik} \varepsilon_{kj}^e + \varepsilon_{ik}^e \omega_{kj}$ 。顯然的，只要 $\dot{\varepsilon}_{mn}^p$ 能決定，則構成方程式即可確定。在獨立的塑性應變硬化率的降伏條件為

$$f(\sigma_{ij}, \bar{\varepsilon}^p) = \bar{\sigma}(\sigma_{ij}) - Y(\bar{\varepsilon}^p) = 0 \quad (2.51)$$

其中 $\bar{\sigma}(\sigma_{ij})$ 為 Hill 的二次降伏函數，

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^2 = & [F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 \\ & + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2] \end{aligned} \quad (2.52)$$

其中 $\bar{\sigma}$ 稱為等效應力，其目的是將塑性變形問題中的三維應力狀態，換算為對降伏狀態或應變硬化等效的單向應力狀態， F, G, H, L, M, N 為異向性參數，塑性負荷的廣義流動法則可定義為

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.53)$$

其中 Λ 為一大於零的 plastic multiplier。

Y 為 Swift 等向性應變硬化法則，可表示為

$$Y = C(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n \quad (2.54)$$

其中

$$\bar{\varepsilon}^p = \int \dot{\varepsilon}^p dt \quad (2.55)$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{1}{\bar{\sigma}} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\Lambda}{\bar{\sigma}} \sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \Lambda \quad (2.56)$$

ε_0 為初應變， $\bar{\varepsilon}^p$ 與 $\dot{\varepsilon}^p$ 分別為等效塑性應變及等效塑性應變率。降伏條件的微分式可寫為

$$\dot{f} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{dY}{d\bar{\varepsilon}^p} \dot{\varepsilon}^p = 0 \quad (2.57)$$

配合應變硬化係數，即

$$H' = \frac{dY}{d\bar{\varepsilon}^p} \quad (2.58)$$

可得 $\Lambda = (\dot{\sigma}_{ij} / H') \partial f / \partial \sigma_{ij}$ ，由 (2.49) 式與 (2.50) 式可得

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijmn}^e (\dot{\varepsilon}_{mn} - \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}}) \quad (2.59)$$

其中 Λ 可表示為

$$\Lambda = \frac{C_{ijmn}^e \dot{\varepsilon}_{mn} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}}{C_{ijmn}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} + \frac{\partial Y}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \frac{\sigma_{ij}}{\bar{\sigma}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}} \quad (2.60)$$

而且將上式代入 (2.59) 式，即可得到彈塑性率構成關係式

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijmn}^{ep} \dot{\varepsilon}_{mn} \quad (2.61)$$

其中

$$C_{ijmn}^{ep} = C_{ijmn}^e - \frac{C_{ijkl}^e C_{uvmn}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{uv}}}{C_{kluv}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{uv}} + \frac{\partial Y}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \frac{\sigma_{uv}}{\bar{\sigma}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{uv}}} \quad (2.62)$$

C_{ijmn}^{ep} 為彈塑性張量，很顯然的，在彈塑性變形之下， C_{ijmn}^{ep} 值較 C_{ijmn}^e 值

為小。 C_{ijmn}^{ep} 的矩陣形式 $[C^{ep}]$ ，經整理可得

$$[C^{ep}] = [C^e] - \frac{1}{S} \begin{bmatrix} S_1^2 & S_1 S_2 & S_1 S_3 & S_1 S_4 & S_1 S_5 & S_1 S_6 \\ & S_2^2 & S_2 S_3 & S_2 S_4 & S_2 S_5 & S_2 S_6 \\ & & S_3^2 & S_3 S_4 & S_3 S_5 & S_3 S_6 \\ & & & S_4^2 & S_4 S_5 & S_4 S_6 \\ & & & & S_5^2 & S_5 S_6 \\ \text{symm.} & & & & & S_6^2 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

式中

$$S = \frac{4}{9} \bar{\sigma}^2 H' + S_1 \sigma'_{xx} + S_2 \sigma'_{yy} + S_3 \sigma'_{zz} + 2S_4 \sigma'_{yz} + 2S_5 \sigma'_{zx} + 2S_6 \sigma'_{xy} \quad (2.64)$$

$$S_1 = 2G\sigma'_{xx}, S_2 = 2G\sigma'_{yy}, S_3 = 2G\sigma'_{zz} \quad (2.65)$$

$$S_4 = 2G\sigma'_{yz}, S_5 = 2G\sigma'_{zx}, S_6 = 2G\sigma'_{xy} \quad (2.66)$$

及

$$\begin{aligned}
 \sigma'_{xx} &= \frac{H(\sigma_{xx}-\sigma_{yy})+G(\sigma_{xx}-\sigma_{zz})}{F+G+H}, & \sigma'_{yz} &= \frac{L\sigma_{yz}}{F+G+H} \\
 \sigma'_{yy} &= \frac{F(\sigma_{yy}-\sigma_{zz})+H(\sigma_{yy}-\sigma_{xx})}{F+G+H}, & \sigma'_{zx} &= \frac{M\sigma_{zx}}{F+G+H} \\
 \sigma'_{zz} &= \frac{G(\sigma_{zz}-\sigma_{xx})+F(\sigma_{zz}-\sigma_{yy})}{F+G+H}, & \sigma'_{xy} &= \frac{N\sigma_{xy}}{F+G+H}
 \end{aligned} \tag{2.67}$$

其中 $[C^e]$ 為微小應變下之線性彈性應力與應變關係矩陣，可表示如下

$$[C^e] = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{2.68}$$

symm.

若材料為等向性時，彈塑性率構成關係式 (2.61) 可改寫為

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left[\delta_{ik}\delta_{jl} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij}\delta_{kl} - \frac{3\alpha(\frac{E}{1+\nu})\sigma'_{ij}\sigma'_{kl}}{2\bar{\sigma}^2(\frac{2}{3}H' + \frac{E}{1+\nu})} \right] \dot{\varepsilon}_{kl} \tag{2.69}$$

其中 $\alpha=1$ 時，為塑性狀態； $\alpha=0$ 時，為彈性或除荷狀態。

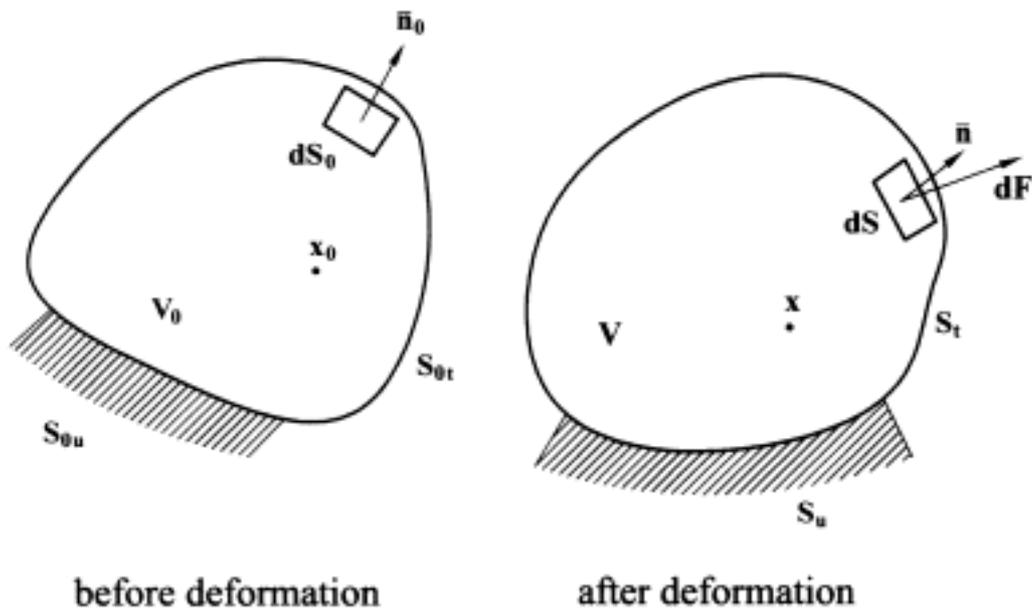


圖 2-1 定義應力之連體座標

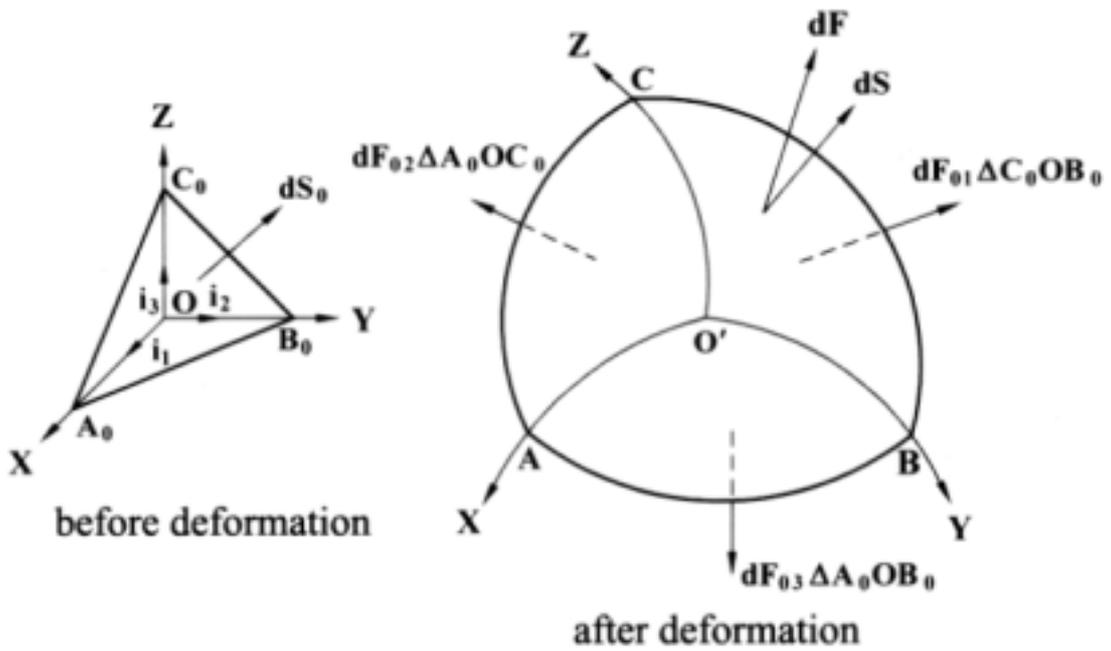


圖 2-2 Lagrange 應力

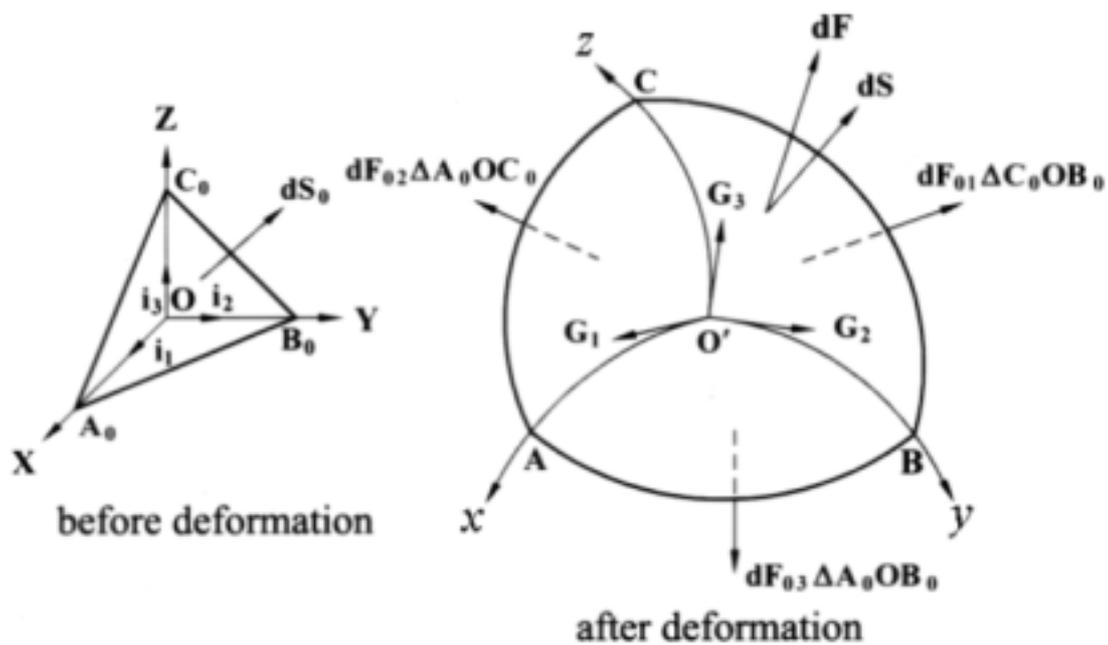


圖 2-3 Kirchhoff 應力

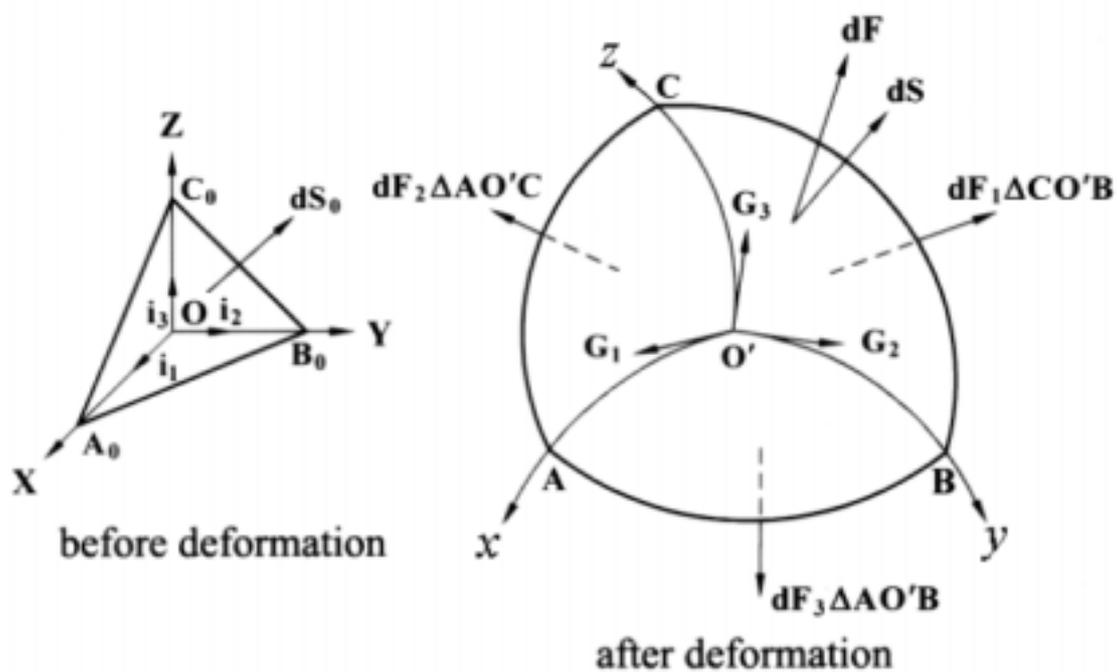


圖 2-4 Cauchy 應力

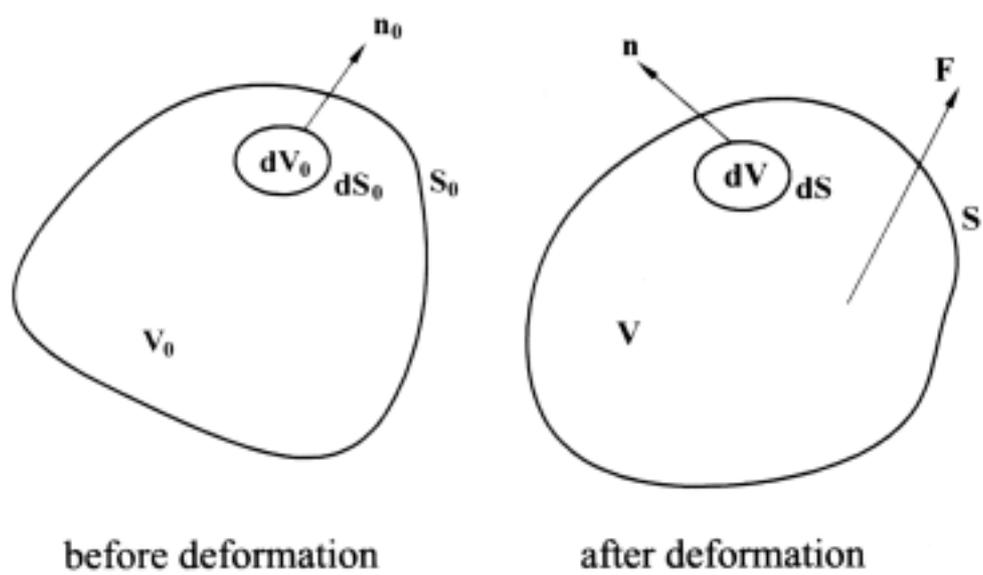


圖 2-5 平衡時之連體體積與曲面定義

三、有限元素分析

3.1 簡介

在金屬板金成形理論解析的過程中，有限元素法已成為最普遍採用的方法，由於板金是由無限個質點所組成的連續體，因此將其分割成有限個元素亦稱離散化 (Dispersed)，並假設這些元素間僅在節點上相互連接與傳遞力，建立起節點上作用力與位移之間的矩陣關係式，並進行計算，以求出各節點處變形和應力的近似解。

應用前述之大變形應力及應力率關係、有限變形之 update Lagrangian formulation 和材料之構成關係式，可逐步推導得到適用於各種金屬加工製程之統制方程式。

本計畫係以 Cauchy 應力之 Jaumann 微分作為構成關係式的應力率，則 updated Lagrangian 形式的虛速度原理，若省略體積力之作用可表示如下

$$\int_{V^E} (\overset{\circ}{\sigma}_{ij} - 2\sigma_{ik} \overset{\circ}{\varepsilon}_{kj}) \delta \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij} dV + \int_{V^E} \sigma_{jk} L_{ik} \delta L_{ij} dV = \int_{S_f} \overset{\circ}{f}_i \delta v_i dS \quad (3.1)$$

有限元素法常用之關係式為

$$\{v\} = [N] \{\overset{\circ}{d}\} \quad (3.2)$$

$$\{\overset{\circ}{\varepsilon}\} = [B] \{\overset{\circ}{d}\} \quad (3.3)$$

$$\{L\} = [E] \{\overset{\circ}{d}\} \quad (3.4)$$

其中， $[N]$ 為形狀函數 (shape function)， $\{\overset{\circ}{d}\}$ 為節點速度 (nodal velocity)， $[B]$ 為應變率-速度關係矩陣 (strain rate-velocity matrix)， $[E]$ 為速度梯度-速度關係矩陣 (velocity gradient-velocity matrix)。

由於虛速度原理之方程式與材料之構成關係式之變化率為線性方程式，故可以增量方式表示之。經過標準的有限元素離散化步驟，可得大變形的剛性統制方程式如下：

$$[K]\{\Delta u\} = \{\Delta F\} \quad (3.5)$$

其中

$$[K] = \sum_{\langle E \rangle} \int_{V^{\langle E \rangle}} [B]^T ([C^{ep}] - [Q])[B] dV + \sum_{\langle E \rangle} \int_{V^{\langle E \rangle}} [E]^T [Z][E] dV \quad (3.6)$$

$$\{\Delta F\} = \left(\sum_{\langle E \rangle} \int_{S^{\langle E \rangle}} [N]^T \{f\} dS \right) \dot{\Delta t} \quad (3.7)$$

一般將 $[K]$ 稱為整體之彈塑性剛性矩陣， $\{\Delta u\}$ 為節點位移增量， $\{\Delta F\}$ 為節點力的增量， $[Q]$ 與 $[Z]$ 為應力修正矩陣，以下式表示之

$$[Q] = \begin{bmatrix} 2\sigma_{xx} & 0 & 0 & \sigma_{xy} & 0 & \sigma_{xz} \\ & 2\sigma_{yy} & 0 & \sigma_{xy} & \sigma_{zy} & 0 \\ & & 2\sigma_{zz} & 0 & \sigma_{zy} & \sigma_{xz} \\ & & & \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) & \frac{1}{2}\sigma_{zx} & \frac{1}{2}\sigma_{zy} \\ & & & & \frac{1}{2}(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) & \frac{1}{2}\sigma_{xy} \\ \text{symm.} & & & & & \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \sigma_{yy} & 0 & 0 & 0 & \sigma_{xy} & \sigma_{yz} & 0 & 0 \\ & & \sigma_{zz} & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{xz} & \sigma_{yz} \\ & & & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \sigma_{zz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & \sigma_{xx} & \sigma_{xz} & 0 & 0 \\ & & & & & & \sigma_{zz} & 0 & 0 \\ & & & & & & & \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \text{symm.} & & & & & & & & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

將剛性統制方程式之解析步驟，略述如下：

(1) 利用 (3.5) 式及已知條件，求出節點位移增量 $\{\Delta u\}$ 。

(2) 將 $\{\Delta u\}$ 代入 (3.3) 式，求得各元素的應變率 $[\dot{\varepsilon}]$ 。

(3) 把 $[\dot{\varepsilon}]$ 代入 (2.61) 式，則可得應力率 $[\dot{\sigma}]$ 。

(4) 應用 (2.23) 式，將 $\{\dot{\sigma}\}$ 轉換成以空間固定座標為基準的應力增量 $\{\Delta\sigma\}$ 。

(5) 求在此 (i) 增量時的真應力 (cauchy) 應力 $\{\sigma^{(i)}\}$ ，即

$$\{\sigma^{(i)}\} = \{\sigma^{(i-1)}\} + \{\Delta\sigma\} \quad (3.10)$$

本章主要推導元素剛性矩陣 $[K]^E$ 過程，虛速度原理的離散化，以及形狀函數的使用與退化殼元素之分析。

3.2 虛速度原理的離散化

將 (3.1) 式虛速度原理方程式等號左邊，以 Q^E 表示如下：

$$\begin{aligned} Q^E &= \int_{V^E} (\dot{\sigma}_{ij} - 2\sigma_{ik} \dot{\varepsilon}_{ij}) \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \int_{V^E} \sigma_{jk} L_{ik} \delta L_{ij} dV \\ &= \int_{V^E} (C_{ijkl}^{ep} L_{kl} \delta L_{ij} - 2\sigma_{ik} \dot{\varepsilon}_{ke} \delta_{ej} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} + \sigma_{jk} L_{ik} \delta L_{ij}) dV \quad (3.11) \\ &= \int_{V^E} (C_{ijkl}^{ep} + S_{ijkl}) L_{kl} \delta L_{ij} dV \end{aligned}$$

亦寫成

$$Q^E = \int_{V^E} D_{ijkl} L_{kl} \delta L_{ij} dV \quad (3.12)$$

其中

$$D_{ijkl} = C_{ijkl}^{ep} + S_{ijkl} \quad (3.13)$$

$$S_{ijkl} = \frac{1}{2} (\sigma_{jl} \delta_{ik} - \sigma_{ik} \delta_{jl} - \sigma_{il} \delta_{jk} - \sigma_{jk} \delta_{il}) \quad (3.14)$$

而 S_{ijkl} 具有下列特性：

$$S_{jikl} = \frac{1}{2} (\sigma_{il} \delta_{jk} - \sigma_{jk} \delta_{il} - \sigma_{jl} \delta_{ik} - \sigma_{ik} \delta_{jl}) \neq S_{ijkl} \quad (3.15)$$

$$S_{klj} = \frac{1}{2}(\sigma_{jl}\delta_{ik} - \sigma_{ik}\delta_{jl} - \sigma_{jk}\delta_{il} - \sigma_{il}\delta_{jk}) = S_{ijkl} \quad (3.16)$$

$$S_{ijn} = S_{nmij} = -\sigma_{ij} \quad (3.17)$$

利用 (3.7) 式，可得到下列關係式

$$D_{ijn} = D_{nmij} = 3k\delta_{ij} - \sigma_{ij} \quad (3.18)$$

$$D_{mnn} = 9k - \sigma_{kk} \quad (3.19)$$

其中 k 為應力係數。

對於連體的離散化而言，標準的形狀函數為 $N_\alpha(\xi_p)$ ，並透過此

函數將元素內部的速度 $v_i(\xi_p)$ 與虛速度 $\delta v_i(\xi_p)$ 表示如下：

$$v_i = \sum_{\alpha} N_{\alpha} v_i^{\alpha} \quad (3.20)$$

$$\delta v_i = \sum_{\alpha} N_{\alpha} \delta v_i^{\alpha} \quad (3.21)$$

v_i^{α} 及 δv_i^{α} 的附標部分表示，在元素第 α 個節點上其節點速度與節點虛速度的第 i 個分量。

3.3 退化殼元素 (Degenerated Shell Element) 之分析

以理想的退化殼元素為例，推導其形狀函數，由圖 3.1 可知，對殼而言， ζ 定義為薄層 (layers of lamina)，而 ξ 及 η 兩常數線定義為纖維 (fibers)，纖維一般而言未必與層相垂直。殼的運動是藉由使纖維不可伸張的磚形元素 (brick element) 運動而獲得。每一個殼節點相對兩個磚形節點透過不可伸張的纖維來連接。由於一個位移拘束條件加諸於其上，使得兩個磚形元素的六個平移自由度不再各自獨立，而僅需要三個平移與兩個旋轉座標如圖 3.2 所示。假設在殼變形的過程中

節點的纖維保持直線，則變形幾何可藉由中間曲面與節點纖維來描述。在此分析中是選擇由上頂與下底連體節點的平均節點位置所描述的中間曲面做為參考薄層曲面如圖 3.1。

節點纖維向量定義如下：

$$V_i^\alpha = x_i^{\alpha \text{ top}} - x_i^{\alpha \text{ bot}} \quad (3.22)$$

其中

$x_i^{\alpha \text{ top}}$ 為殼元素節點 α 之上頂連體節點的座標

$x_i^{\alpha \text{ bot}}$ 為殼元素節點 α 之下底連體節點的座標

上述所有的值是定義在局部座標座標系中。

殼元素的幾何關係定義如下：

$$x_i(\xi, \eta, \zeta) = N^\alpha(\xi, \eta) \left(x_i^\alpha + \frac{\zeta}{2} V_i^\alpha \right) \quad (3.23)$$

其中

$x_i^\alpha(\xi, \eta, \zeta)$ 為殼節點 α 的座標

$N^\alpha(\xi, \eta)$ 為相對於殼節點 α 的形狀函數

ζ 為中間曲面量起的距離

殼元素的運動被宣告為同參假設，也就是說將幾何上的速度變數取代座標變數，而用同樣的表示式於運動上。此位移場是由變形之後纖維節點向量不可伸張且保持直線，以及旋轉角 θ^α 很小時的拘束條件下所獲得。由上述假設可得殼元素速度為：

$$v_i(\xi, \eta, \zeta) = N^\alpha(\xi, \eta) v_i^\alpha + N^\alpha(\xi, \eta) \frac{\zeta}{2} h^\alpha \theta_i^\alpha \quad (3.24)$$

或

$$v_i(\xi, \eta, \zeta) = \bar{N}_{ri}^\alpha(\xi, \eta, \zeta) \bar{v}_r^\alpha \quad (3.25)$$

其中

$$\bar{N}_{ri}^\alpha(\xi, \eta, \zeta) = \begin{cases} N^\alpha(\xi, \eta) \delta_{ri} & , r = 1, 2, 3 \\ -N^\alpha(\xi, \eta) \zeta \frac{1}{2} h^\alpha \delta_{2i} & , r = 4 \\ N^\alpha(\xi, \eta) \zeta \frac{1}{2} h^\alpha \delta_{1i} & , r = 5 \end{cases} \quad (3.26)$$

$$\bar{v}_r^\alpha = \{v_1, v_2, v_3, \theta_1, \theta_2\} \quad (3.27)$$

h^α 為殼元素在節點 α 之厚度，附標範圍： i 由 1 到 3； α 由 1 到 4； r 由 1 到 5。

速度梯度張量的分量可表示如下：

$$L_{ij}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{\partial v_i(\xi, \eta, \zeta)}{\partial x_j} = \bar{N}_{ri,j}^\alpha(\xi, \eta, \zeta) \bar{v}_r^\alpha \quad (3.28)$$

3.4 不同積分法則推導退化殼元素之剛性矩陣

本計畫分別以完全積分、減化積分與選擇減化積分推導退化殼元素之剛性矩陣，首先使用完全積分法推導元素之剛性矩陣，對於總體座標的速度梯度 L_{ij} 及虛速度梯度 δL_{ij} 可表示如下：

$$L_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = v_{i,j} = \sum_{\alpha} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} v_i^\alpha = \sum_{\alpha} N_{\alpha,j} v_i^\alpha \quad (3.29)$$

$$\delta L_{ij} = \sum_{\alpha} N_{\alpha,j} \delta v_i^\alpha \quad (3.30)$$

其中 N_{α} 為形狀函數，將 (3.29) 與 (3.30) 式代入 (3.12) 式可得元素之剛性矩陣

$$\begin{aligned}
Q^E &= \int_{V^E} \delta \mathbf{L}_{ij} D_{ijkl} L_{kl} dV \\
&= \int_{V^E} \sum_{\alpha} N_{\alpha,j} \delta v_i^{\alpha} \sum_{\beta} D_{ijkl} N_{\beta,l} v_k^{\beta} dV \\
&= \sum_{\alpha} \delta v_i^{\alpha} \sum_{\beta} \left[\int_{V^E} N_{\alpha,j} D_{ijkl} N_{\beta,l} dV \right] v_k^{\beta} \\
&= \sum_{\alpha} \delta v_i^{\alpha} \sum_{\beta} [K^{\alpha\beta}]_{ik} v_k^{\beta}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

其中

$$[K^{\alpha\beta}]_{ik} = \int_{V^E} N_{\alpha,j} D_{ijkl} N_{\beta,l} dV \tag{3.32}$$

$\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4$ (NEL : 每個元素的節點數) , $i, j, k, l = 1, 2, 3$

對退化殼元素採用推導剛性矩陣 (3.32) 式相同程序，則連接點 α 及 β 的剛性矩陣將可獲得如下的形式：

$$K_{rs}^{\alpha\beta} = \int_V \bar{N}_{ri,j}^{\alpha}(\xi, \eta, \zeta) D_{ijkl} \bar{N}_{sk,l}^{\beta}(\xi, \eta, \zeta) dV \tag{3.33}$$

指標 r 及 s 的範圍由 1 到 5 ; i, j, k, l 由 1 到 3 ; α, β 由 1 到 4。以上是以完全積分法推導退化殼元素剛性矩陣。

由於對薄殼結構完全積分的解會因剪力或薄膜鎖定而造成過度剛性現象，因此減化積分與選擇減化積分等被提出。減化積分以四節點四邊形為例，剛性矩陣是以元素中心的單一積分點做運算如下所示：

$$K_{rs}^{\alpha\beta} = K_{rs}^{\alpha\beta}(0,0,0) = \int_V \bar{N}_{ri,j}^{\alpha}(0,0,0) D_{ijkl} \bar{N}_{sk,l}^{\beta}(0,0,0) dV \tag{3.34}$$

由於剛性矩陣之階數(rank)減少，會造成零能量的模態，故本計畫採用選擇減化積分，推導殼元素剛性矩陣，其保留剛性矩陣所需的階數，方程式如下所示：

$$K_{rs}^{\alpha\beta}(\xi, \eta, \zeta) = \int_V \tilde{N}_{ri,j}^{\alpha}(\xi, \eta, \zeta) D_{ijkl} \tilde{N}_{sk,l}^{\beta}(\xi, \eta, \zeta) dV \quad (3.35)$$

其中

$$\tilde{N}_{ri,j}^{\alpha}(\xi, \eta, \zeta) = \begin{cases} \bar{N}_{ri,j}^{\alpha}(0,0,0) & \text{for } i \text{ or } j = 3 \\ \bar{N}_{ri,j}^{\alpha}(\xi, \eta, \zeta) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.36)$$

由 (3.35) 式組成有限元素法 (3.5) 之基本型式

3.5 摩擦處理

本計畫在摩擦構成關係基本假設如下：

- (a) 在滑動時之摩擦（切線）應力與法線接觸應力成比例（庫侖摩擦定律）。
- (b) 發生移動時，摩擦切線應力與相對速度同向。
- (c) 摩擦之相對速度 v_t 可區分為兩部份， v_t^e 為可逆（彈性或黏滯部份）與 v_t^p 為不可逆（塑性或滑動部份），即 $v_t = v_t^e + v_t^p$ 。

假設在黏滯時接觸應力張量與相對速度間之關係如下：

$$\sigma_i^c = E_{ij} v_j^e \quad (3.37)$$

其中 σ_i^c 為 Cauchy 接觸應力張量的 Jaumann 微分，此處 σ_i^c 僅有三個在主對角線上之分量，即一個法線分量與兩個與接觸曲面相切的分量所組成，其餘分量皆為零。定義 E_{ij} 於黏滯時之摩擦構成關係如下：

$$E_{ij} = \begin{bmatrix} E_t & 0 & 0 \\ 0 & E_t & 0 \\ 0 & 0 & E_n \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

其中 E_t 為切線剛性， E_n 為法線剛性。此外，亦假設摩擦在接觸面之

切線方向為等向性關係。

當下式成立時，摩擦將由黏滯改為滑動狀態（庫侖摩擦定律）

$$F(\sigma_i) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \mu^2 \sigma_3^2 = 0, \quad \sigma_3 \leq 0 \quad (3.39)$$

其中 μ 為庫侖摩擦係數，而 (3.39) 式稱為降伏曲面或滑動曲面方程式，此現象近似塑性理論中從彈性到塑性之狀態改變。

依據黏滯與滑動的論點以獲得一般的材料構成關係，可將假設 (c) 之 (3.37) 式改寫如下：

$$\sigma_i^c = E_{ij}(v_j - v_j^p) \quad (3.40)$$

其中

$$v_i^p = \lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \quad (3.41)$$

G 為摩擦流動位能， λ 為正值的常係數

若 $F(\sigma_i) = 0$ 及 $\dot{F}(\sigma_i) = 0$ 則 $\lambda \geq 0$

若 $F(\sigma_i) < 0$ 則 $\lambda = 0$

G 函數的形式依據假設 (b) 並考慮 (3.41) 式可得知

$$G = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \quad (3.42)$$

經由結合 (3.37) 式與 (3.40) 式得知

$$\dot{F}(\sigma_i) = \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} \dot{\sigma}_i = \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} \sigma_i^c = \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} E_{ij} \left(v_j - \lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_j} \right) = 0 \quad (3.43)$$

解 (3.43) 式，可得係數 λ 如下：

$$\lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} E_{ij} v_j}{\frac{\partial G}{\partial \sigma_j} \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} E_{ij}} \quad (3.44)$$

將 (3.41) 式與 (3.44) 式代入 (3.40) 式可得

$$\sigma_i^c = \left(E_{ij} - \frac{E_{im} \frac{\partial G}{\partial \sigma_m} \frac{\partial F}{\partial \sigma_l} E_{lj}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_r} E_{rs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_s}} \right) v_j = (E_{ij} - P_{ij}) v_j \quad (3.45a)$$

或

$$[\sigma^c] = ([E] - [P]) \{v\} = [K^{fr}] \{v\} \quad (3.45b)$$

其中

$$P_{ij} = \frac{E_{im} \frac{\partial G}{\partial \sigma_m} \frac{\partial F}{\partial \sigma_l} E_{lj}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_r} E_{rs} \frac{\partial G}{\partial \sigma_s}}$$

$$[K^{fr}] = [E] - [P]$$

P_{ij} 為塑性構成剛性張量， $[K^{fr}]$ 為摩擦剛性矩陣，(3.45) 式經計算後

表示如下：

$$[\sigma_i^c] = \left\{ \begin{bmatrix} E_t & 0 & 0 \\ 0 & E_t & 0 \\ 0 & 0 & E_n \end{bmatrix} - \frac{1}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \begin{bmatrix} E_t \sigma_1^2 & E_t \sigma_1 \sigma_2 & -\mu^2 E_n \sigma_1 \sigma_3 \\ E_t \sigma_1 \sigma_2 & E_t \sigma_2^2 & -\mu^2 E_n \sigma_2 \sigma_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \{v_j\} \quad (3.45c)$$

在摩擦的邊界條件下，虛速度原理方程式可表示為

$$\int_{V^E} (\sigma_{ij}^c - 2\sigma_{ik} \dot{\varepsilon}_{kj}) \delta \varepsilon_{ij} dV + \int_{V^E} \sigma_{jk} L_{ik} \delta L_{ij} dV = \int_{S_f^E} \dot{f}_i \delta v_i dS \quad (3.46)$$

以下探討 (3.46) 式等號左邊，利用形狀函數的觀念 (3.46) 式可表示如下

$$\sum_{E=1}^n \int_{V^E} \{[K^{ep}] + [K^\sigma]\} v_i^\alpha dV = \sum_{E=1}^n \int_{S_f^E} \dot{f}_i^\alpha dS \quad (3.47)$$

其中 $[K] = [K^{ep}] + [K^\sigma]$ ， $[K]$ 、 $[K^{ep}]$ 與 $[K^\sigma]$ 分別為整體彈塑剛性矩陣、標準構成剛性矩陣與初始應力剛性矩陣， v_i^α 與 \dot{f}_i^α 的附標部份表示在元素第 α 節點之速度與表面力率的第 i 個分量。

處理摩擦的邊界條件使用到接觸彈簧 (spring) 元素之觀念如圖 3-3 所示，接觸元素的構成關係描述如 (3.45) 式。將 (3.45) 式與 (3.47) 式結合，並針對所有節點的彈簧元素積分，可表示如下：

$$[K] \{\Delta u\} = -[K^{fr}] (\{\Delta u\} - \{\Delta u^t\}) \quad (3.48)$$

其中 $\{\Delta u\}$ 與 $\{\Delta u^t\}$ 分別為節點位移向量與模具位移向量，將 (3.48) 式重新整理可得有限元素方程式之最後形式如下所示：

$$([K] + [K^{fr}]) \{\Delta u\} = [K^{fr}] \{\Delta u^t\} \quad (3.49)$$

而 $[K^{fr}]$ 摩擦剛性矩陣 (其矩陣大小為 3×3) 僅存在於與模具接觸時之節點自由度。

3.6 廣義 r_{\min} 法之增量步驟的計算

本計畫提出的彈塑性大變形有限元素分析模式為一增量型式，在每一次時間增量的過程中，板金成形是以前一增量開始之座標為參考基準，其採用 updated Lagrangian formulation 理論並結合廣義之 r_{\min} 方法來決定每一次計算步驟的增量值，以決定成形時每一增量的位移、應

變、應力、負荷與工件的變形狀態。Yamada 等所提之廣義之 r_{\min} 方法為在每一計算步驟時的增量，將由下列五種情況下 r 值中之最小者定為 r_{\min} 。

(1) 元素最大容許應變增量： r_{DEMAX}

為了控制元素於每次計算步驟中，實際最大主應變增量不致過大而保持線性要求，以免降低程式計算結果之精度，故計算 r_{DEMAX} 之值，以做為位移增量計算的考慮因素之一。 r_{DEMAX} 定義為設定之元素最大容許應變增量 α 與元素之最大主應變增量 $\Delta\varepsilon$ 的比值。即

$$r_{\text{DEMAX}} = \frac{\alpha}{\Delta\varepsilon} \quad (3.50)$$

其中 α 為設定值，本計畫採用 0.002 為元素最大容許應變增量。

(2) 元素最大容許旋轉增量： r_{DEMAX}

板金成形時，即使於一微小位移增量作用之情形下，對料片內某些元素所造成之旋轉增量 $\Delta\omega$ ，仍舊會有過大之傾向而影響計算的精度。因此， r_{DEMAX} 定義為設定之元素最大容許增量 β 與元素之最大旋轉增量 $\Delta\omega$ 之比值。即

$$r_{\text{DEMAX}} = \frac{\beta}{\Delta\omega} \quad (3.51)$$

其中 β 為設定值，本計畫採用 0.5° 為元素最大容許旋轉增量。

(3) 材料降伏之判定： r_{CUNL}

在物體產生塑性變形時，對於處於彈性狀態之元素，必須判定其

何時產生降伏以進入塑性變形狀態。在圖 3-4 中，P 點表示某元素處於彈性變形狀態時之應力 σ_{ij} ，因為由 σ_{ij} 計算的等效應力 $\bar{\sigma}$ 小於降伏應力 σ_Y ，所以 P 處於首次降伏曲面的內側。當材料產生塑性變形時，由所外加負荷產生 dF_{ij} 之量，可求得元素的應力增量為 $d\sigma_{ij}$ ，即圖中 \overline{PR} 所示。在應力路徑上，R 點的等效應力為 $\bar{\sigma} + d\bar{\sigma}$ ，當應力達到 Q 點時，元素將發生降伏。因此，設 $\overline{PQ}/\overline{PR} = r$ ， $\overline{PQ} = r d\sigma_{ij}$ ，在材料滿足 Hill 異向性的降伏條件下可解出 r 的正根，即為

$$r = \frac{B + (B^2 + 4AC)^{1/2}}{2A} \quad (3.52)$$

其中

$$A = \frac{1}{2} [F(d\sigma_{yy} - d\sigma_{zz})^2 + G(d\sigma_{zz} - d\sigma_{xx})^2 + H(d\sigma_{xx} - d\sigma_{yy})^2 + 2Ld\sigma_{yz}^2 + 2Md\sigma_{zx}^2 + 2Nd\sigma_{xy}^2] \quad (3.53)$$

$$B = A - \frac{1}{3}(F + G + H)(2\bar{\sigma}d\bar{\sigma} + d\bar{\sigma}^2) \quad (3.54)$$

$$C = \frac{1}{3}(F + G + H)(\sigma_Y^2 - \bar{\sigma}^2) \quad (3.55)$$

由 (3.44) 式求得物體內全部彈性元素的 r 值，並取其最小值為 r_{CUNL} 。該 r_{CUNL} 值即為最接近降伏曲面之元素到達降伏之比值，因此應力增量與 r_{CUNL} 的乘積，將使元素達到降伏。

(4) 自由節點與模具接觸： r_{TOOLCNT}

當板金被彎曲成形時，在板片上方及下方邊界之自由節點將逐漸與沖頭或下模接觸 r_{TOOLCNT} 值之計算即為確保自由節點恰落在

工具表面與其呈接觸狀態。

(5) 接觸節點與模具分離： $r_{\text{TOOLDISCNT}}$

對於與模具接觸之節點，在變形後有可能與模具分離，故利用節點法線力來決定節點與模具的分離，若節點法線方向力量總和 F_n ，在 t 時為 $F_n > 0$ ，但在 $t + \Delta t$ 時 $F_n = 0$ 。則

$$F_n + r_{\text{TOOLDISCNT}} (\Delta F_n) = 0 \quad (3.56)$$

故

$$r_{\text{TOOLDISCNT}} = \frac{-F_n}{\Delta F_n} \quad (3.57)$$

其中 ΔF_n 為法線方向力量增量，而 $r_{\text{TOOLDISCNT}}$ 恰可使接觸節點與模具分離。

在求得上述五項 r 值後，取其最小者為 r_{\min} 之值為

$$r_{\min} = \text{MIN}(r_{\text{DEMAX}}, r_{\text{DWMAX}}, r_{\text{CUNL}}, r_{\text{TOOLCNT}}, r_{\text{TOOLDISCNT}}) \quad (3.58)$$

經由所組成有限元素法之基本型式可得知

$$\{\Delta u\} = [K]^{-1} \{\Delta F\} \quad (3.59)$$

進而求得每一計算步驟之真正位移增量為 $r_{\min} \times \{\Delta u\}$ 、真正之應變增量

為 $r_{\min} \times \{\Delta \varepsilon\}$ 及真正之應力增量為 $r_{\min} \times \{\Delta \sigma\}$ 等。

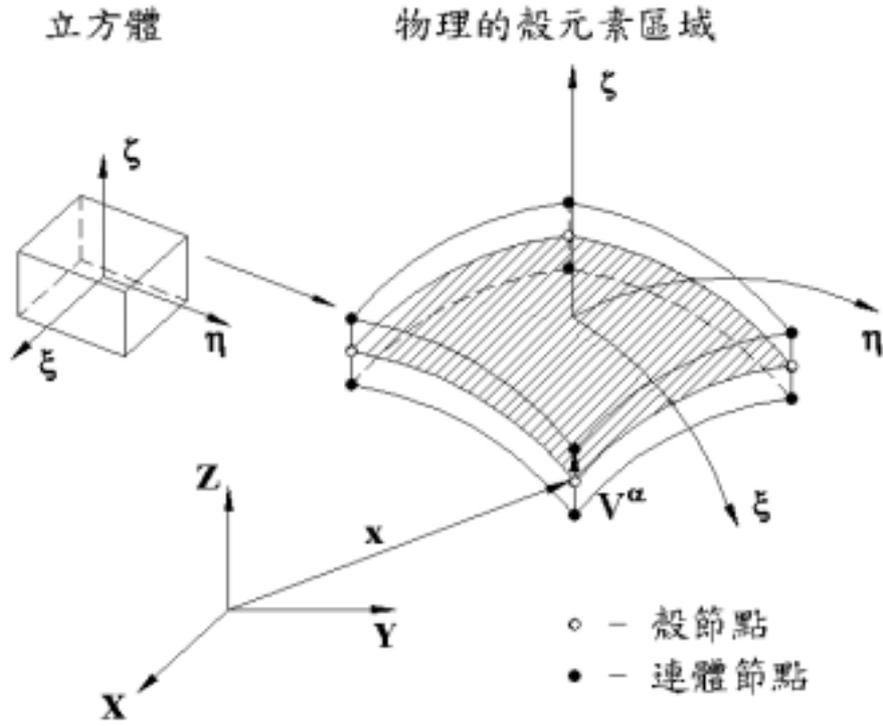


圖 3-1 退化殼元素之座標

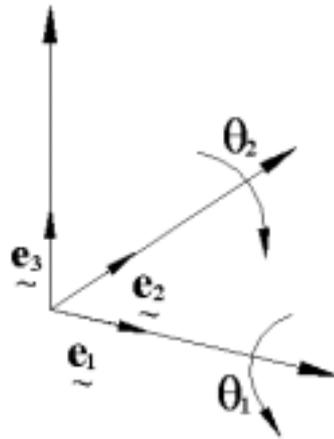


圖 3-2 殼元素之自由度

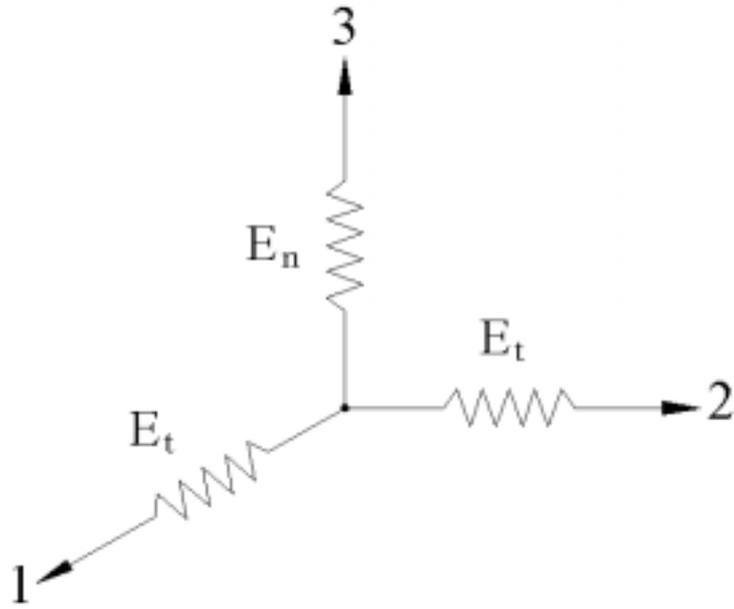


圖 3-3 接觸彈簧元素

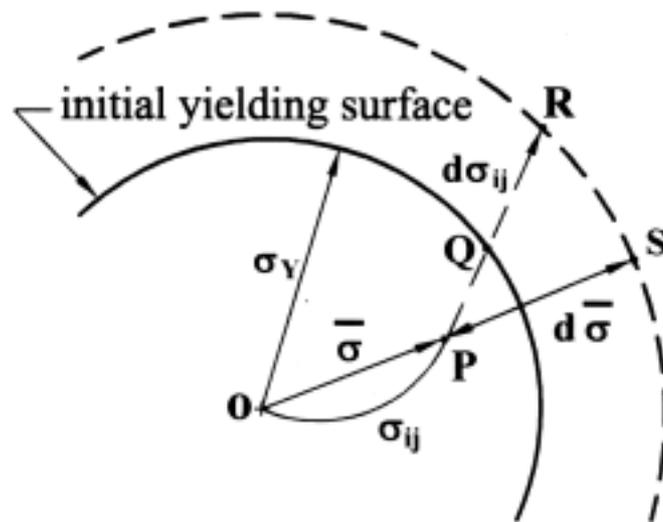


圖 3-4 彈塑性分析中材料降伏之判定

四、圓杯引伸實驗與數值模擬分析

4.1 邊界條件

圓杯引伸成形過程中，料片會與沖頭、壓料板及下模接觸。因此在接觸時，如何使得節點沿著沖頭、壓料板和下模表面移動，實為邊界條件處理上之重要課題，因此需瞭解成形過程中節點是否與模具接觸或分離，故可分為接觸節點與自由節點。圖 4-1(A)與(B)顯示圓杯引伸成形之料片與模具系統邊界條件，將模具視為剛體，與模具不接觸之節點視為自由節點採用空間固定座標 (X, Y, Z) ，而與模具接觸之節點則採用埋入座標 (ξ, η, ζ) ，而座標方向滿足右手定則故圖 4-1(A)與(B)中 Y 與 η 方向朝內。

由於各個節點之接觸狀況會隨圓杯引伸成形過程中料片的變形而有所變化，故在每一位移增量步驟計算時，均需對接觸之節點檢查其節點力之法線分量是否小於或等於零，若小於或等於零則下一位移增量步驟需將此節點之邊界條件更改為自由節點之邊界條件。原來為自由節點亦需檢查其幾何位置是否與模具接觸，若接觸則在下一位移增量步驟計算時，將此節點之邊界條件更改為接觸節點之邊界條件。以上所述之判斷方式是以廣義 r_{\min} 方法來處理。

4.2 材料參數與實驗數據

本計畫數值模擬分析時輸入之材料參數與所比較之沖頭負荷實驗數據是引用李經綸[27]之博士論文，圖 4-2 為圓杯引伸成形之模具與料片幾何尺寸圖，圖 4-3 為圓杯引伸成形之料片與模具系統立體

圖，圖右經旋轉一角度可顯示出料片之位置。其中圓杯引伸成形實驗之模具詳細尺寸，沖頭、下模與壓料板如圖 4-4、圖 4-5 與圖 4-6 所示，料片直徑為 140.0 mm，所選用的材料為中國鋼鐵股份有限公司所提供的 JIS G3141 SPCEN-SD (DDQ)極低碳深引伸鋼板，並用標準的拉伸試驗方法及最小平方法得到應力-應變特性曲線方程式。拉伸試驗所得的材料參數如下：

料片原始厚度： $t = 1.00 \text{ mm}$

應力-應變關係式： $\bar{\sigma} = 516.54(0.00639 + \bar{\varepsilon}_p)^{0.232} \text{ MPa}$

降伏應力： $\sigma_y = 160.00 \text{ MPa}$

楊氏係數： $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$

柏以松比： $\nu = 0.3$

Lankford 值： $r_0 = 2.39, r_{45} = 2.53, r_{90} = 3.34$

4.3 數值模擬分析

本計畫將引伸成形模擬時所建構的模具與料片區分為三種類型分別敘述如下：

第一類型：沖頭、下模與壓料板網格分割如圖 4-7、圖 4-8 與圖 4-9 所示，此外將圓形料片區隔 (partition) 成十二個區域如圖 4-10 所示，料片區隔的目的為進行網格分割時能產生四邊形元素，圖 4-11 顯示料片的網格分割。

第二類型：沖頭、下模與壓料板網格分割方式與第一類型相同，此外將圓形料片區隔成五個區域如圖 4-12 所示，圖 4-13 顯示料片的網格分割。

第三類型：增加模具與料片之節點與元素數目，圖 4-14、圖 4-15 與圖 4-16 顯示沖頭、下模與壓料板之網格分割，圖 4-17 顯示料片採用第一類型圓形料片的四分之一，圖 4-18 顯示四分之一圓形料片的網格分割。

在模具方面之有限元素網格分割是採用三角形元素，其目的是容易處理模具幾何形狀的網格分割，為避免網格分割時在模具表面同時產生三角形和四邊形元素，進而增加分析程式的複雜程度，故模具採用三角形元素，如圖 4-7 沖頭之網格分割圖左所示，若以四邊形元素分割，則 XY 平面上圓心區域部分將產生三角形元素，而模具如為方形沖頭，若以四邊形元素網格分割則在圓弧角交接處產生三角形元素。

由於本計畫所討論之三維圓杯引伸成形分析為幾何形狀對稱問題，除了探討第一類型圓形料片外，並分別解析其二分之一及四分之一圓形料片，如圖 4-19 及圖 4-20 所示，其有限元素解析是採用四邊形元素網格分割。此外圖 4-21 顯示二分之一圓形料片之邊界條件，邊界條件須設在節點上，並且在引伸成形時節點不能發生旋轉或位移的方向上給予拘束，圖中雙箭號為旋轉拘束，單箭號為位移拘束，在 X 軸上的節點為 X 和 Z 方向旋轉拘束，Y 方向為位移拘束。圖 4-22 顯示四分之一圓形料片之邊界條件，X 軸上節點的拘束條件與圖 4-21 所述相同，而 Y 軸上的節點為 Y 和 Z 方向旋轉拘束，X 方向為位移拘束，此外中心節點為 X 與 Y 旋轉和位移拘束，Z 方向為旋轉拘束。

經由數值模擬整體圓形料片後其沖頭負荷與衝程關係與實驗數據比較結果若為吻合，將可進一步採用二分之一與四分之一圓形料片進行模擬以節省 CPU 運算時間。上述所示之模具和料片的建構與元

素網格分割是由 IDEAS 分析軟體產生，並經由彈塑性大變形有限元素分析程式數值解析後，將所模擬出之沖頭負荷與衝程之結果與實驗數據做比較，並且可經由 IDEAS 軟體顯示出數值解析結果之變形、應力與應變圖。

4.4 數值分析與實驗結果之比較

本計畫首先進行等向性數值模擬分析，為驗證此三維彈塑性大變形有限元素分析程式可合理的模擬圓杯引伸成形製程，將數值模擬分析與實驗結果相比較，以建立有限元素分析程式的正確性和可靠性。數值模擬分析時料片直徑為 140.0 mm，摩擦係數 μ 為 0.05 之設定下，首先使用整體圓形料片進行模擬，再分別以二分之一及四分之一圓形料片進行模擬，表 4-1 為第一、二類型模具與料片有限元素網格分割之相關數據，其中第一類型整體、二分之一及四分之一圓形料片元素總數呈倍數關係。

4.4.1 沖頭負荷之比較

圖 4-23 顯示第一類型圓杯引伸整體圓形料片數值模擬與實驗之沖頭負荷與衝程關係之比較，數值分析曲線與實驗曲線趨勢相近直到衝程達 28.03 mm 時，數值分析曲線開始產生漂浮現象，其原因為引伸成形時當料片外緣開始脫離壓料板，整個圓杯直壁部位將流入下模穴時，由於料片、下模圓弧角與模穴內壁網格分割過大所造成，故所接觸之節點在數值解析時所產生的節點力無法順利收斂。圖 4-24 顯示第一類型圓杯引伸不同網格分割時數值模擬之沖頭負荷與衝程關係之比較，二分之一和四分之一圓形料片數值模擬之沖頭負荷分別在

衝程達 27.71 mm 與 25.56 mm 時開始產生漂浮現象。其中由於料片幾何形狀為倍數關係，故二分之一和四分之一圓形料片解析時，所計算出之沖頭負荷需分別乘以二倍和四倍。

為解決沖頭負荷無法順利收斂問題，可由下列兩種方式進行處理。第一種方式是採用第二類型之模具與料片進行數值模擬，圖 4-25 顯示第二類型圓杯引伸整體圓形料片網格分割時數值模擬與實驗之沖頭負荷與衝程關係之比較，當沖頭負荷在圓杯直壁部位將流入下模穴時順利下降。表 4-1 顯示第二類型整體圓形料片進行網格分割時，所獲得節點與元素總數雖小於第一類型整體圓形料片總數，但沖頭負荷仍可順利下降。第二種方式是採用第三類型之模具與料片增加節點與元素總數方式進行模擬，同時為節省 CPU 計算時間故採用四分之一圓形料片，表 4-2 為第三類型模具與料片有限元素網格分割之相關數據，圖 4-26 顯示第三類型四分之一圓形料片之邊界條件。圖 4-27 顯示第三類型圓杯引伸四分之一圓形料片數值模擬與實驗之沖頭負荷與衝程關係之比較，經由數值模擬後沖頭負荷與衝程關係之曲線在上述所示漂浮的情況可獲得改善，沖頭負荷並無產生漂浮之情況發生，故數值分析結果可合理的模擬實驗結果。

4.4.2 CPU 運算時間之比較

圖 4-28 顯示在 DEC Alpha 200 4/233 工作站執行圓杯引伸成形模擬時所需 CPU 運算時間，在沖頭衝程達 40.00 mm 時，第一類型整體圓形料片數值模擬所需時間最長為 35.81 hr、二分之一圓形料片需 7.86 hr、四分之一圓形料片所需時間最短為 1.13 hr，但缺點為沖頭負荷發散其原因為網格分割過少。第二類型整體圓形料片進行數值模擬

所需時間為 23.75 hr，第三類型四分之一圓形料片數值模擬需 7.67 hr。由上述所需 CPU 運算時間之探討，在沖頭負荷收斂與模擬運算時間最少之情形下，本計畫將以第三類型增加模具與料片之網格分割方式對四分之一圓形料片之數值模擬加以探討，進行異向性、變形歷程、耳緣成形、厚度分佈及應力與應變分佈之各項分析。

4.4.3 異向性材料之模擬分析

本節進行異向性數值模擬分析，採用第三類型之模具與料片進行模擬，經輸入 Lankford 值並且設定滾軋方向角度為 0 度時進行模擬。圖 4-29 顯示圓杯引伸等向性及異向性四分之一圓形料片數值模擬與實驗之沖頭負荷與衝程關係之比較，其中異向性數值模擬分析之沖頭負荷，大於等向性數值模擬分析之沖頭負荷，此外當沖頭向下運動料片尚在壓料板夾持之下時，異向性數值模擬分析之關係曲線與實驗曲線吻合，而在料片逐漸形成為圓杯狀脫離壓料板夾持後，異向性數值模擬分析負荷值與實驗負荷值相比有偏高的現象。

4.5 圓杯引伸成形之分析

在圓杯引伸成形時隨著沖頭衝程的增加而造成料片之流動，外緣部分逐漸減少而杯壁部份逐漸增加，故本節同時探討等向性與異向性四分之一圓形料片之引伸變形歷程，以及成形後之耳緣分析與厚度分佈，此外並討論變形歷程中料片之應力與應變分佈情形。在圓杯引伸數值模擬時，經由有限元素分析程式沖頭衝程的控制，可輸出上述之相關數據，其中模擬之沖頭衝程為 40 mm，以每隔 8 mm 分別輸出數據檔，再藉由 IDEAS 分析軟體的轉換可顯示料片之變形圖，應力與

應變分佈圖。

4.5.1 圓杯引伸成形歷程之比較

圖 4-30 顯示圓杯引伸成形模擬時工件之變形歷程，其中圖左為四分之一圓形料片上視圖，而圖右為四分之一圓形料片 Z 軸旋轉 45 度之正視圖，經圖 4-30(A)、圖 4-30(B)與圖 4-30(C)顯示沖頭衝程達 8、16 與 24mm 時等向性與異向性料片之變形圖，此時料片尚在壓料板夾持區域，等向性與異向性料片外形並無明顯不同。圖 4-30(D)顯示當沖頭衝程達 32 mm 時料片外緣脫離壓料板後，在下模圓弧角處時異向性料片耳緣逐漸形成。圖 4-30(E)顯示沖頭衝程達 40 mm 時料片全部流入下模穴直壁部後之圓杯最終成形，經由杯高邊緣處可得知等向性與異向性料片之比較結果，異向性料片有較明顯的耳緣和凹處 (Valley) 產生。

4.5.2 耳緣成形之分析

圖 4-31 顯示沖頭衝程達 8、16、24 與 32 mm 時，等向性與異向性四分之一圓形料片凸緣輪廓之比較，圖中顯示異向性凸緣輪廓隨著沖頭衝程的增加，凸緣上之耳緣在 X 與 Y 軸之方向上逐漸明顯，並且高於等向性凸緣輪廓。圖 4-32 顯示等向性與異向性四分之一圓形料片耳緣輪廓之比較，因杯壁全部流入下模穴內，杯高之求法為杯緣上的節點與中心節點 Z 方向相對位移之差，與中心節點處厚度二分之一的和即為圓杯底部至杯緣的高度。等向性料片之杯高平均分佈在 30.25 mm 區域，由於模擬四分之一圓形料片故異向性料片成形後有兩個二分之一耳和一個凹處，因此可判定 360 度圓形料片共有四個耳

和凹處，料片方向為 0 度時杯高為 31.2 mm，料片方向為 45 度時亦為凹處最低點杯高為 30.2 mm，而料片方向為 90 度時杯高為 31.0 mm。

4.5.3 厚度分佈之比較

圖 4-33 顯示圓杯引伸異向性數值模擬與實驗之料片厚度分佈之比較，圖中顯示厚度分佈區域為三個部份：A 區表示引伸杯底的平面部分，B 區表示為杯底圓弧角部份，而 C 區則為引伸杯直壁部份。由圖得知底部 A 區承受壓應力與拉應力，A 區前段所受之壓應力與拉應力在引伸過程中未超過降伏應力在彈性範圍內，故沖頭衝程達 40mm 時料片厚度沒有明顯改變仍為 1.00 mm，而接近圓弧角 B 區部分主要受到拉伸應力的影響故厚度減少。圓弧角 B 區部份，在圓弧角最底部由於拉伸應力較大，產生較大的集中應力，且圓周壓縮應力較小，故在此處厚度的減縮量較大，隨著圓弧上移應力集中現象逐漸減緩而圓周壓縮應力亦逐漸增加，故厚度也隨之增加，C 區料片厚度先增加後再減少產生第二個最小厚度值，這是因為直壁部位拉伸應力的引薄效應所造成，隨後再逐漸增厚。由數值模擬與實驗結果比較得知，0 度方向數值模擬厚度曲線與 0 度、45 度和 90 度方向所量測之厚度曲線相近，其原因為引伸實驗時料片受到拉伸引伸之影響，造成三方向之厚度曲線差異不大。料片在 45 度方向上因圓周壓縮應力影響厚度曲線大於 0 度與 90 度，最大厚度在杯緣部位，數值模擬最大厚度為 1.251mm 而實驗所量測之最大厚度為 1.075mm。此外，料片在 90 度方向時厚度曲線介於 0 度與 45 度厚度曲線之間。

圖 4-34 顯示等向性與異向性四分之一圓形料片數值模擬厚度分佈之比較，在 A 與 B 兩區域等向性與異向性料片厚度差異不大，而 C

區差異較大。C 區直壁部份，等向性料片方向為 0 與 45 度時厚度曲線重合並且越接近杯緣厚度越大，而方向為 90 度時厚度曲線大於 0 與 45 度之厚度曲線。

由於理論上等向性料片方向於 0 度、45 度與 90 度時厚度曲線應重合，故以第三類型二分之一圓形料片進行模擬分析，圖 4-35 顯示等向性二分之一與四分之一圓形料片厚度分佈之比較，二分之一圓形料片厚度分佈曲線在 0 度、45 度與 90 度方向分別與四分之一圓形料片厚度曲線重合，其中 90 度方向之厚度曲線仍大於 0 度與 45 度方向，其可能原因為所建構之模具轉換成數據檔後在座標方向上產生精度誤差所致。圖 4-36 顯示等向性二分之一圓形料片最終變形圖，在 90 度方向上圓杯外緣產生變化，右下圖顯示 90 度方向杯緣有下凹現象，而左圖杯壁外緣 90 度方向區域則有下凹與凸起之現象。

4.5.4 應力分佈之比較

圓杯引伸成形時料片在凸緣部位圓周方向產生壓縮應力，而徑向產生拉伸應力並且受到壓料板的壓應力，另外在沖頭與下模圓弧角接觸區域產生彎曲應力，直壁部份產生拉伸應力，而杯底受到沖頭端面的影響產生壓應力。圖 4-37 顯示圓杯引伸成形模擬時工件之應力分佈，圖形顯示等向性與異向性料片應力分佈情形。圖中色層區分標示上之應力數據單位為 MPa，經由料片降伏應力 $\sigma_y = 160.00$ MPa 之判斷，應力大於降伏應力之區域將產生塑性變形。

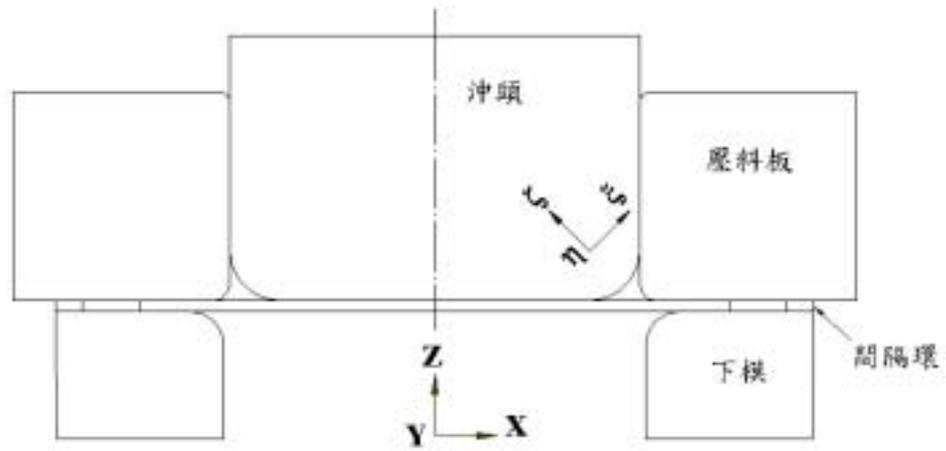
圖 4-37(A)顯示沖頭衝程達 8 mm 時，最大應力發生在料片與下模圓弧角接觸之區域，由異向性料片可得知 45 度方向有應力集中現象。圖 4-37(B)顯示沖頭衝程達 16 mm 時應力逐漸增大並且擴展至凸

緣區域，而異向性凸緣區域受到圓周方向壓縮應力影響應力向 45 度方向集中。圖 4-37(C)顯示沖頭衝程達 24 mm 時凸緣區域逐漸減小，由於受到沖頭向下運動產生拉伸應力的影響，等向性料片最大應力發生在料片與下模圓弧角接觸區域與直壁區域，異向性料片進一步指出最大應力發生在直壁區域，同時杯底之壓應力逐漸減小。圖 4-37(D)顯示沖頭衝程達 32 mm 料片脫離壓料板流入下模穴時，杯底之壓應力進一步減小並且範圍擴大，而異向性料片之最大應力分佈在杯壁之上半部，並且向 0 度與 90 度方向集中。圖 4-37(E)顯示沖頭衝程達 40 mm 時圓杯之最終外形，異向性料片之最大應力分佈在杯緣，並且向 0 度與 90 度方向集中，杯底的應力減至最小。

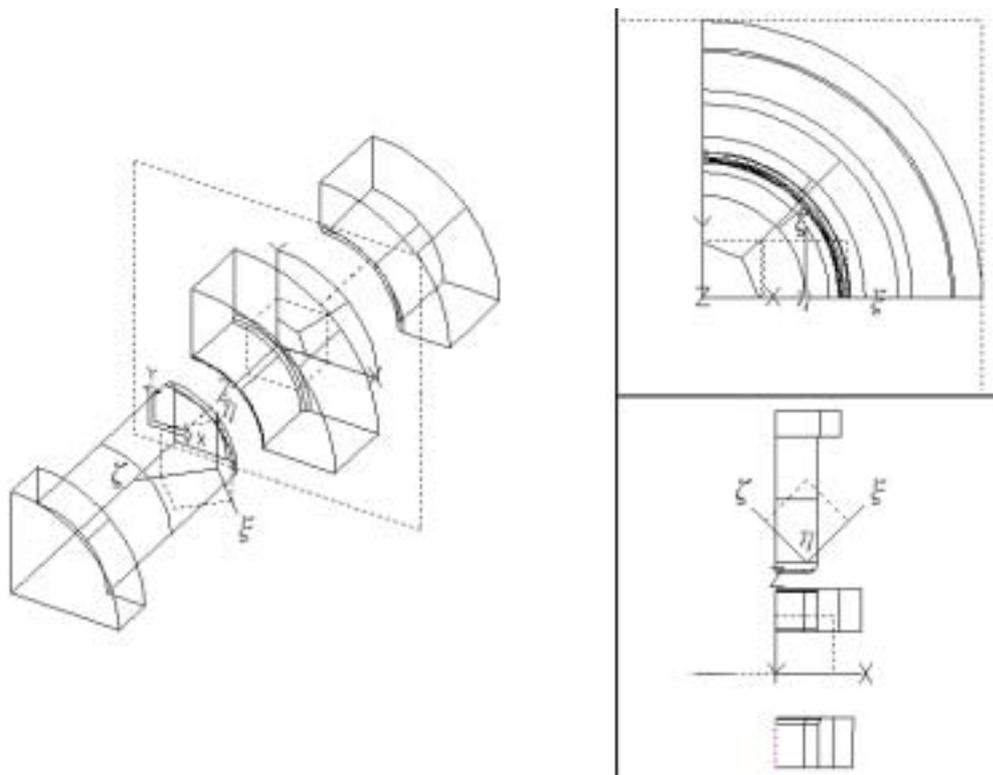
4.5.5 應變分佈之比較

圖 4-38 顯示圓杯引伸成形模擬時工件之應變分佈，圖 4-38(A)顯示沖頭衝程達 8 mm 時最大應變發生在料片與下模圓弧角接觸區域，等向性料片在該接觸區域最大應變分佈寬度較為均勻，而異向性料片最大應變分佈寬度在 0 度與 90 度方向較大而 45 度方向較小，這是由於料片同時受到拉伸、彎曲與周向應力的影響，兩處厚度引薄程度較大之緣故。圖 4-38(B)與 4-38(C)顯示料片在沖頭衝程達 16 與 24 mm 時，異向性料片在圖 A 所述之情況更加明顯。圖 4-38(D)顯示沖頭衝程達 32mm 時，料片流入下模穴時之應變情形，最大應變分佈在杯壁的上緣部分，等向性料片最大應變帶沿著杯壁邊緣上較均勻分佈，而異向性料片最大應變則有不連續現象。圖 4-38(E)顯示沖頭衝程達 40 mm 時料片之最終成形，異向性料片最大應變受到最大應力分佈在杯緣，並且向 0 度與 90 度方向集中之影響而產生引薄現象，故最大應

變分佈寬度在 45 度方向杯緣區域較大。



(A) 料片與模具系統之平面圖



(B) 料片與模具系統之三視圖

圖 4-1 圓杯引伸成形之料片與模具系統邊界條件

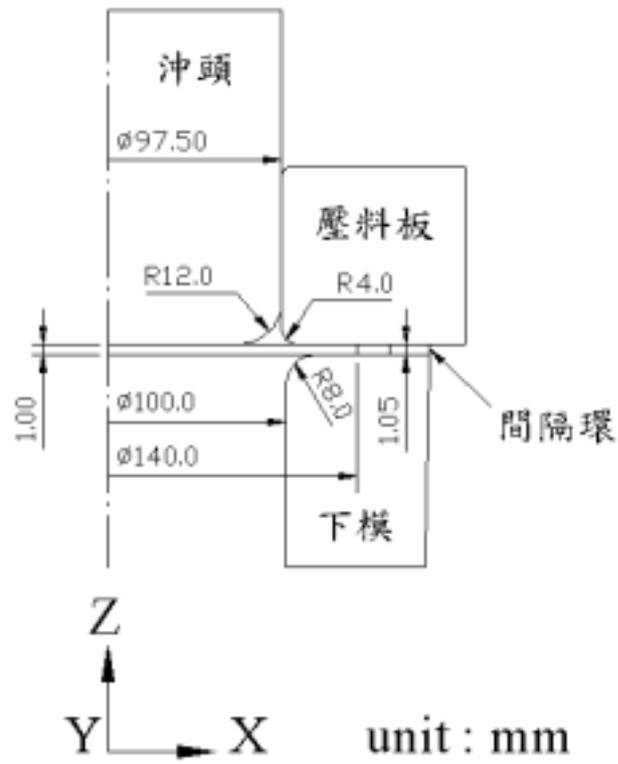


圖 4-2 圓杯引伸成形之模具與料片幾何尺寸圖

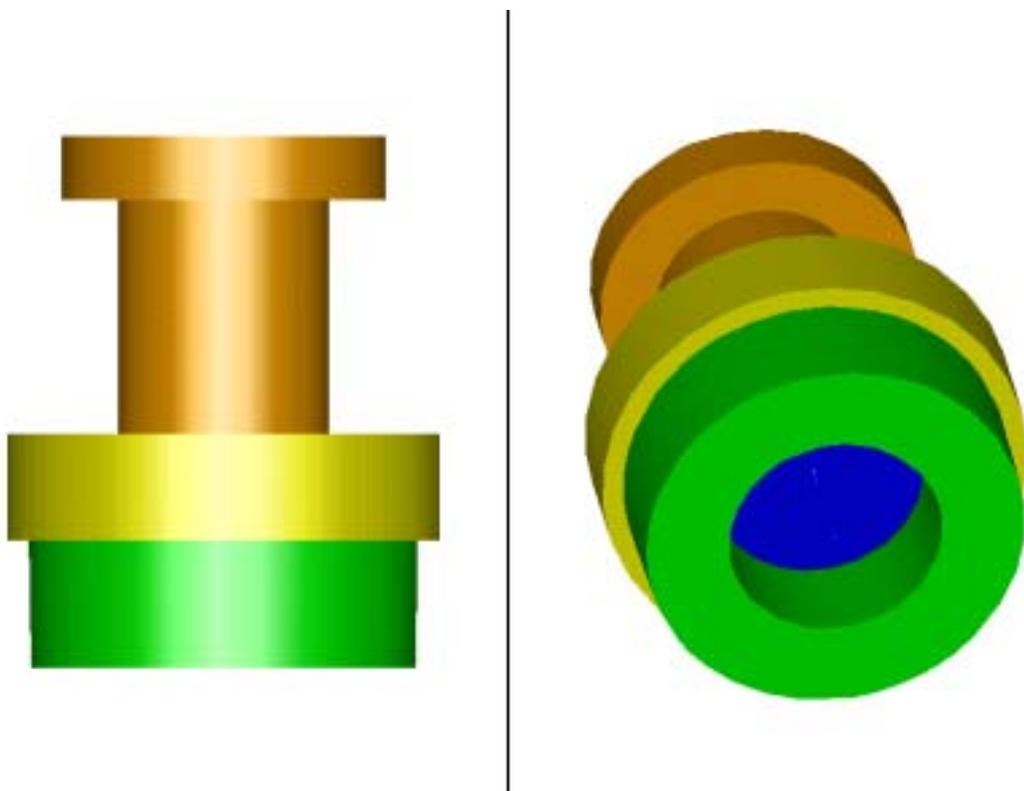


圖 4-3 圓杯引伸成形之料片與模具系統立體圖

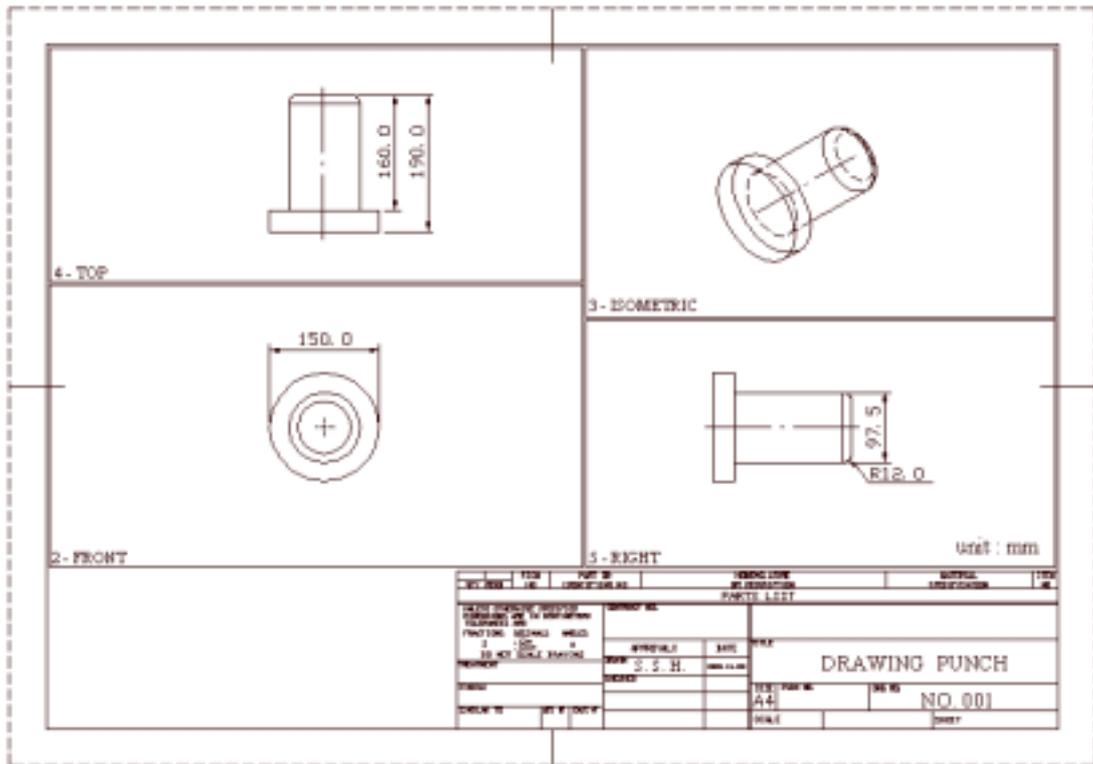


圖 4-4 圓杯引伸成形實驗的沖頭尺寸

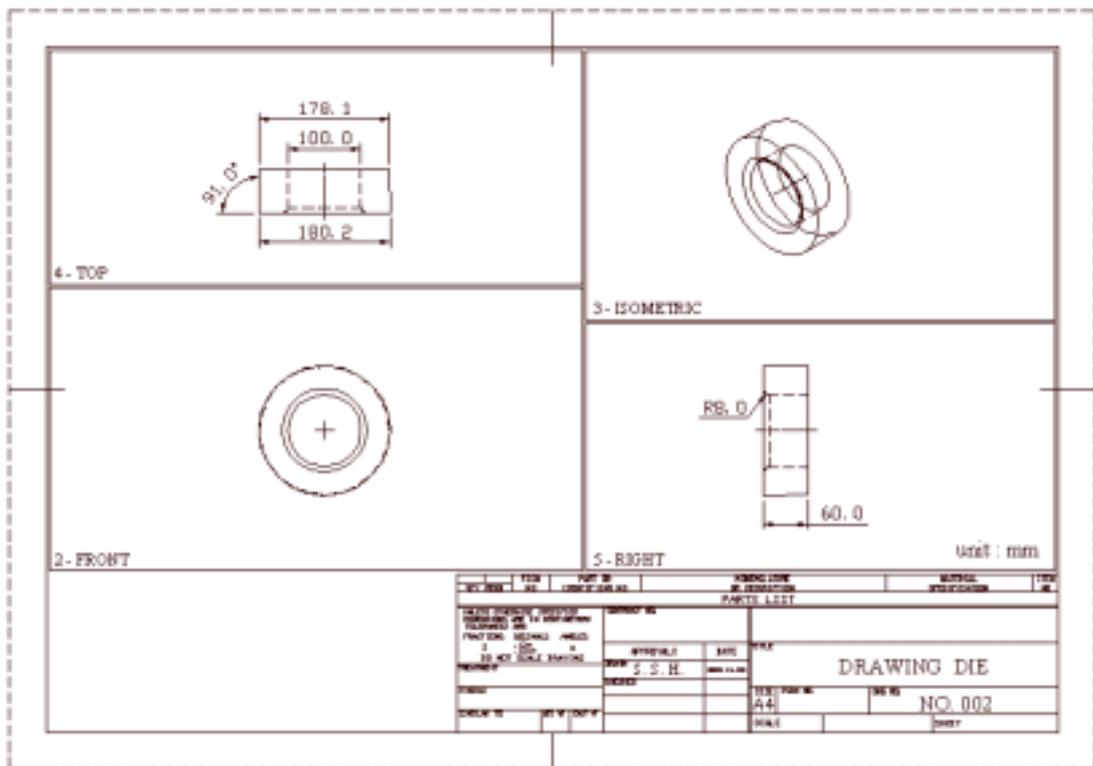


圖 4-5 圓杯引伸成形實驗的下模尺寸

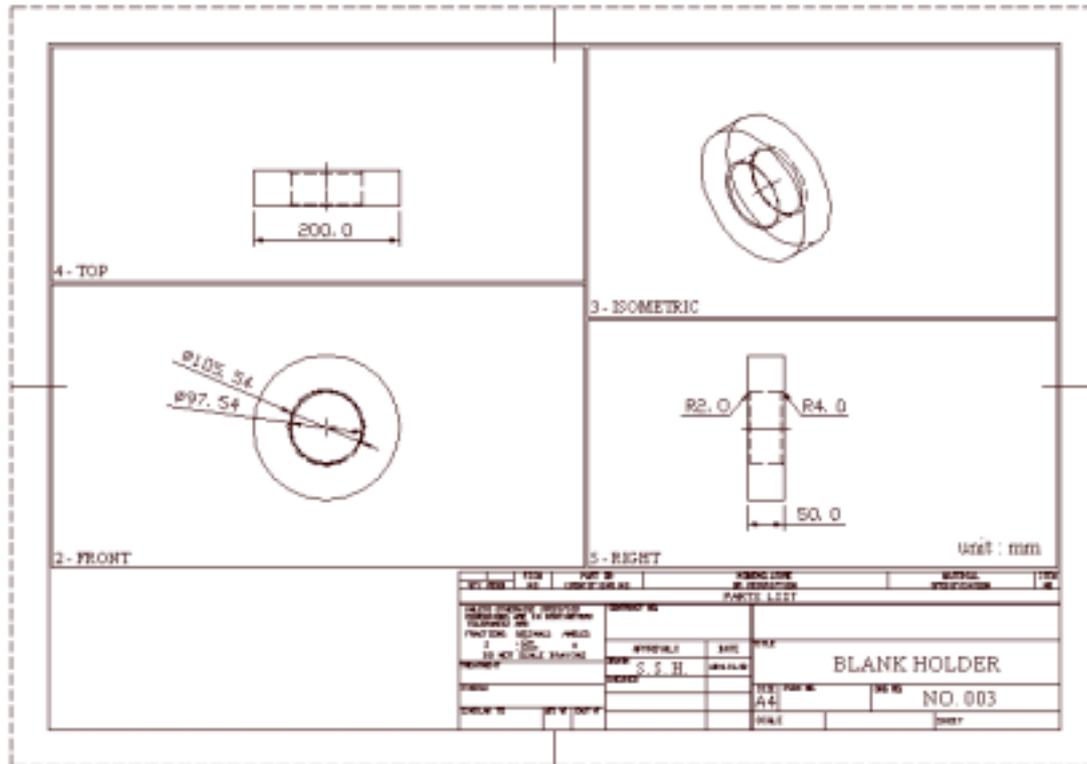


圖 4-6 圓杯引伸成形實驗的壓料板尺寸

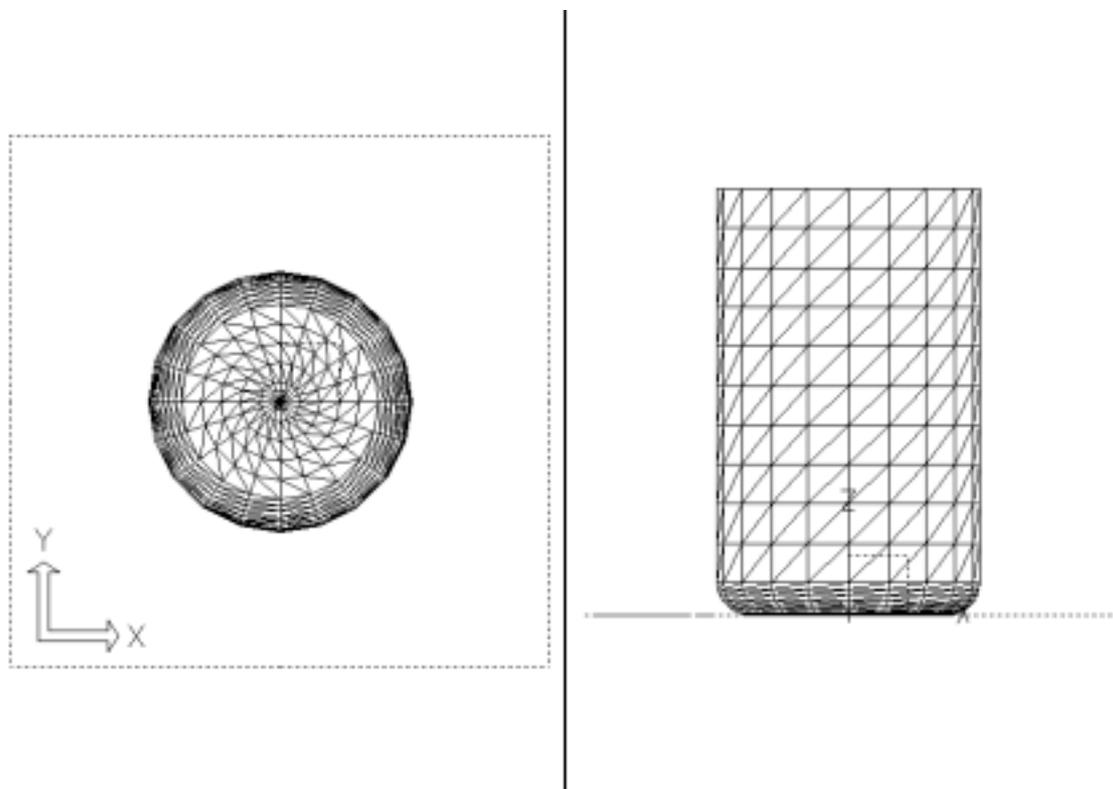


圖 4-7 第一類型圓杯引伸成形模擬之沖頭網格分割

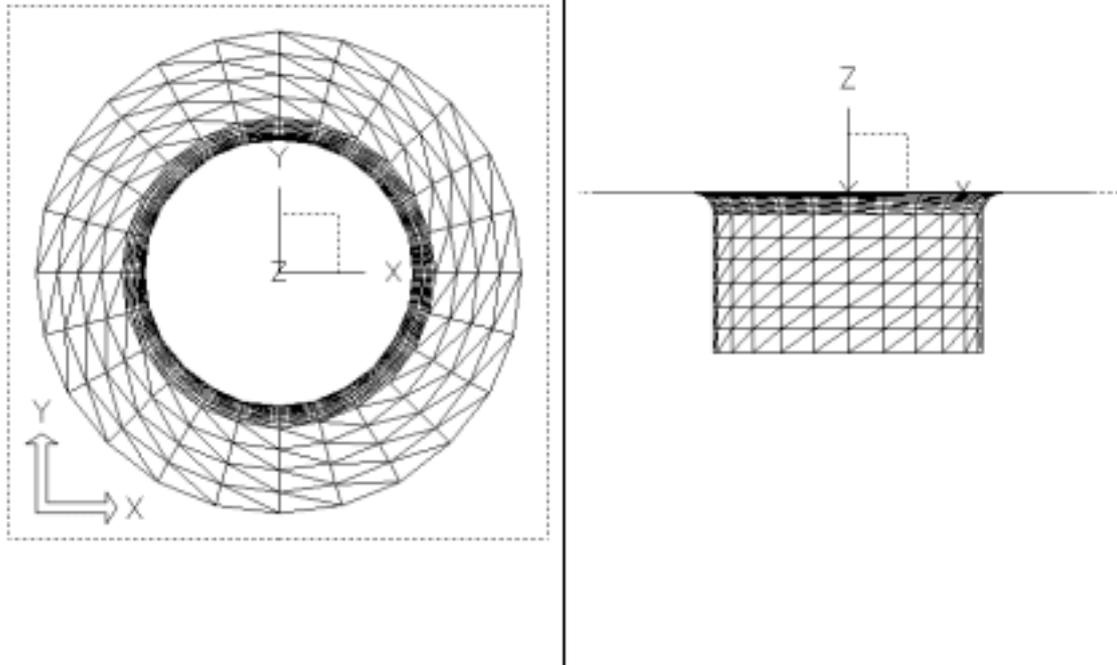


圖 4-8 第一類型圓杯引伸成形模擬之下模網格分割

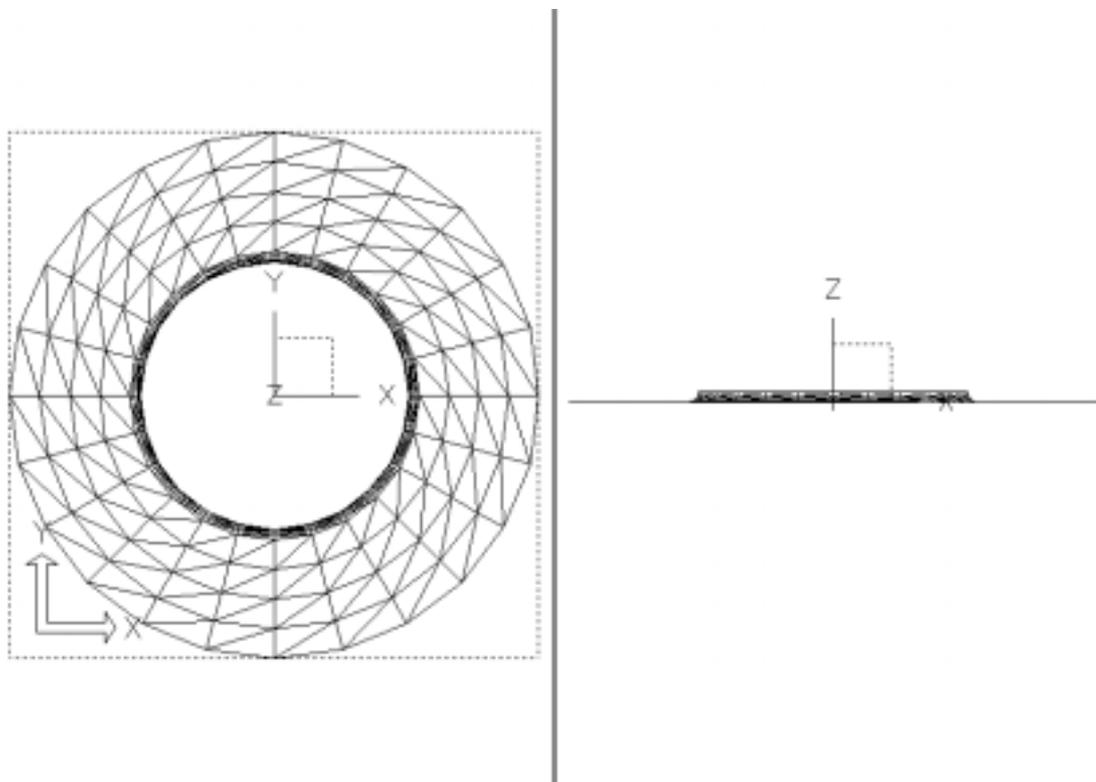


圖 4-9 第一類型圓杯引伸成形模擬之壓料板網格分割

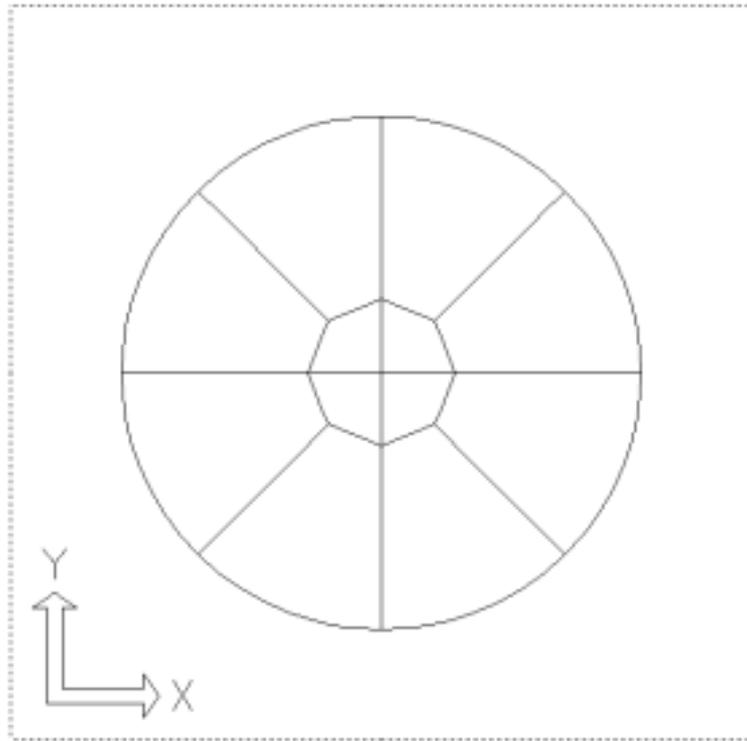


圖 4-10 第一類型模擬之整體圓形料片區隔成十二個區域

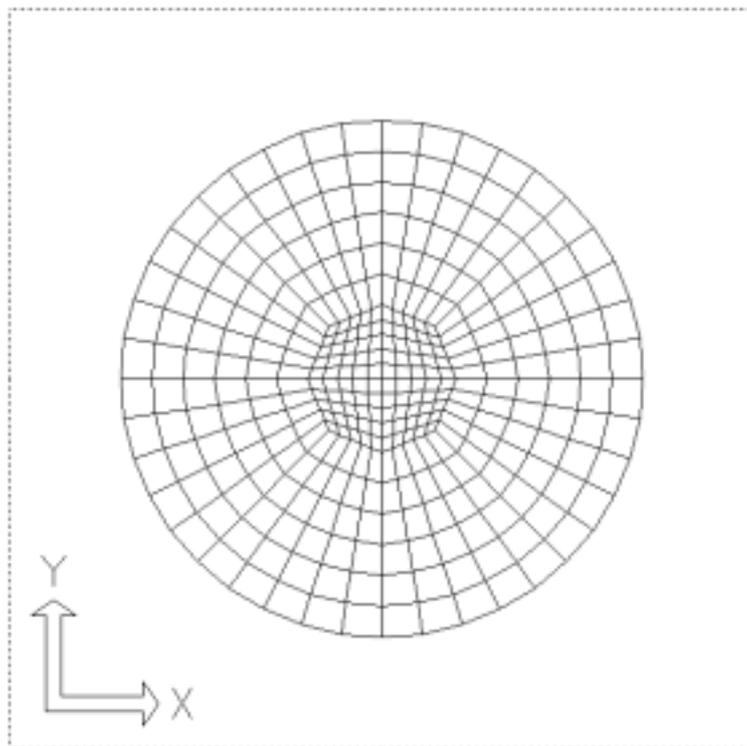


圖 4-11 第一類型圓杯引伸成形模擬之整體圓形料片網格分割

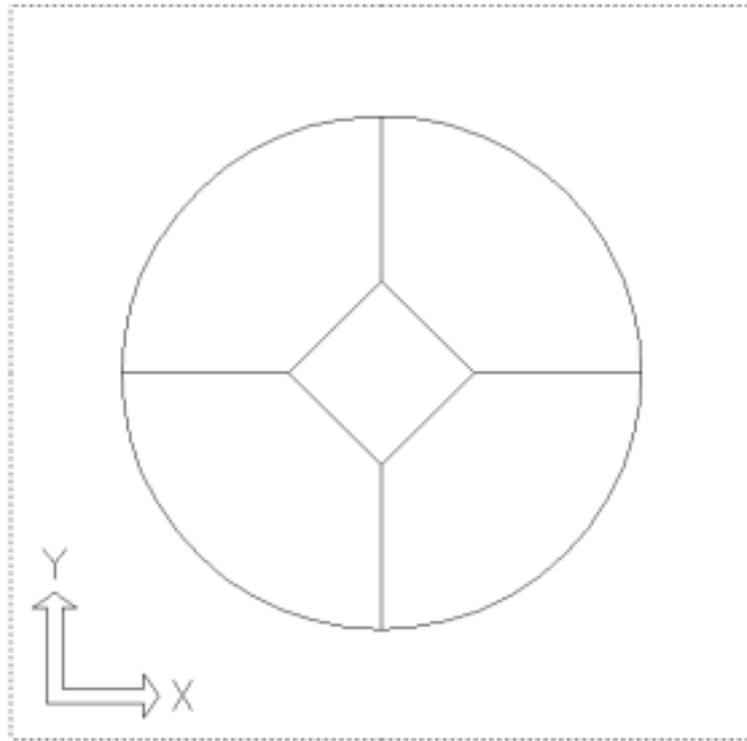


圖 4-12 第二類型模擬之整體圓形料片區隔成五個區域

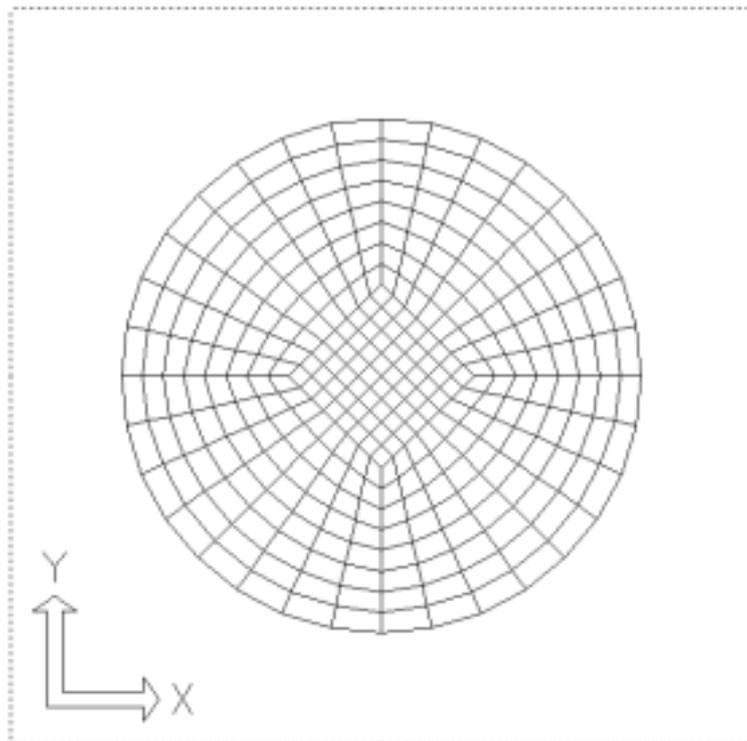


圖 4-13 第二類型圓杯引伸成形模擬之整體圓形料片網格分割

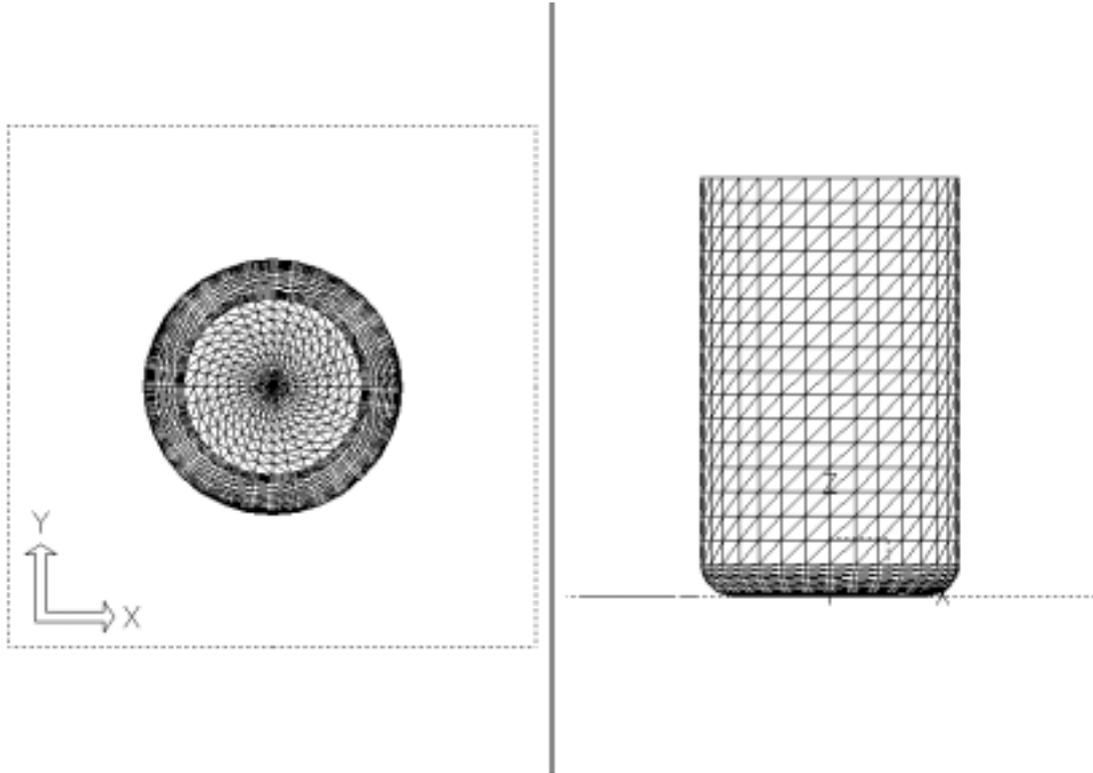


圖 4-14 第三類型圓杯引伸成形模擬之沖頭網格分割

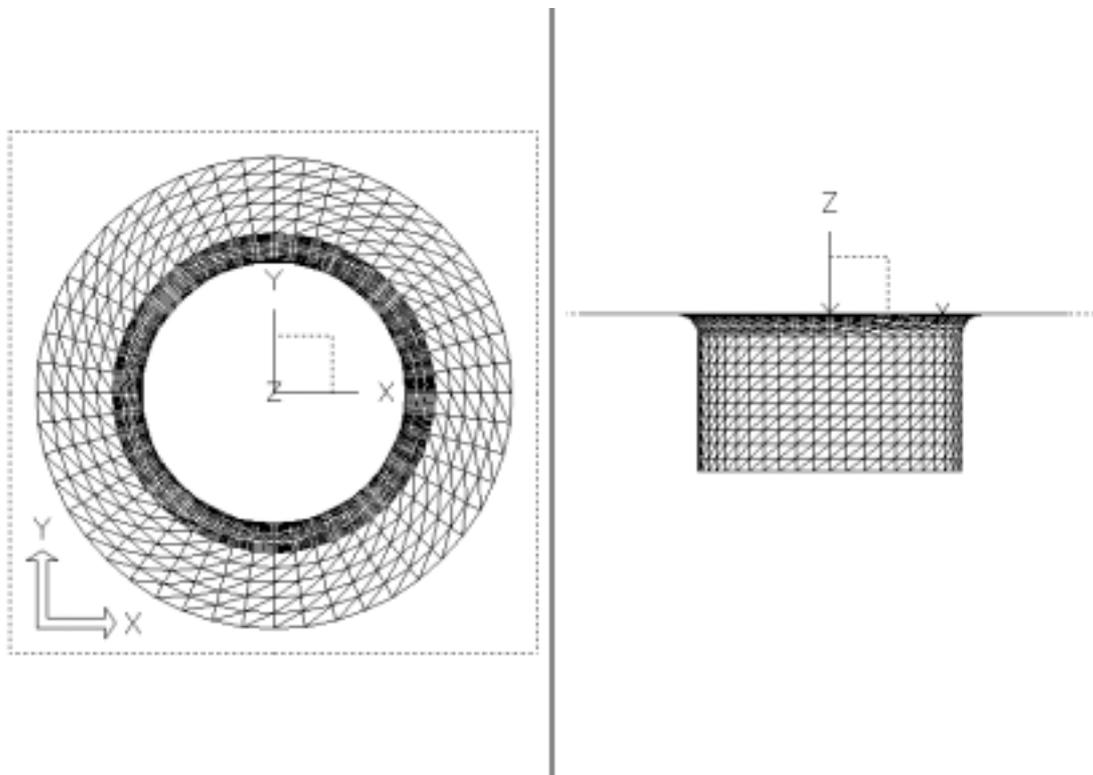


圖 4-15 第三類型圓杯引伸成形模擬之下模網格分割

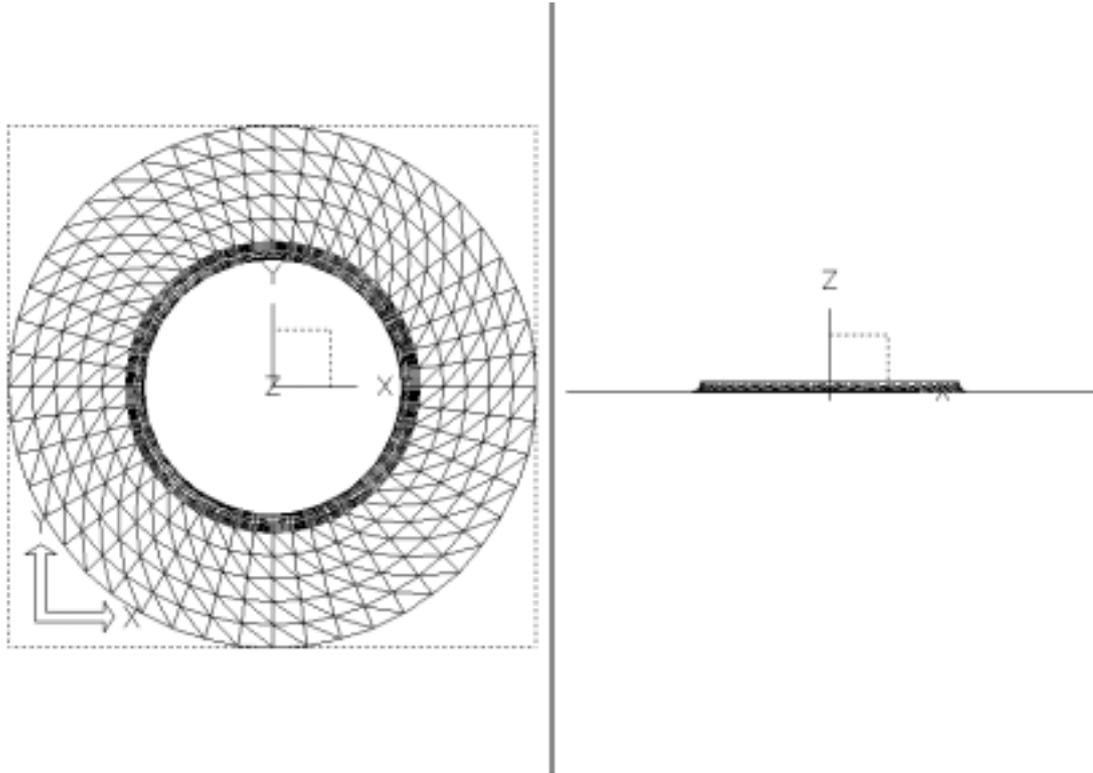


圖 4-16 第三類型圓杯引伸成形模擬之壓料板網格分割

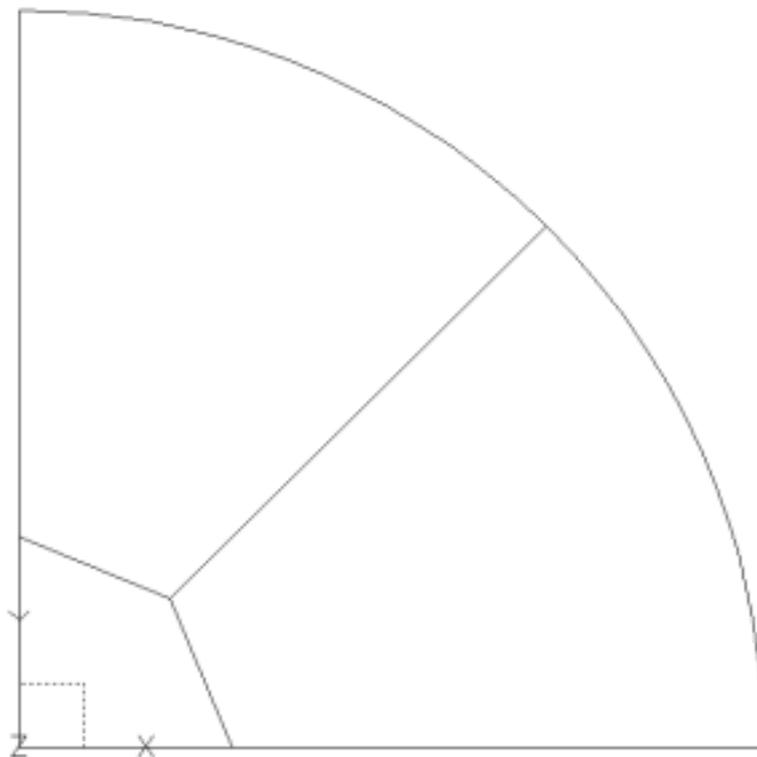


圖 4-17 第三類型模擬之四分之一圓形料片

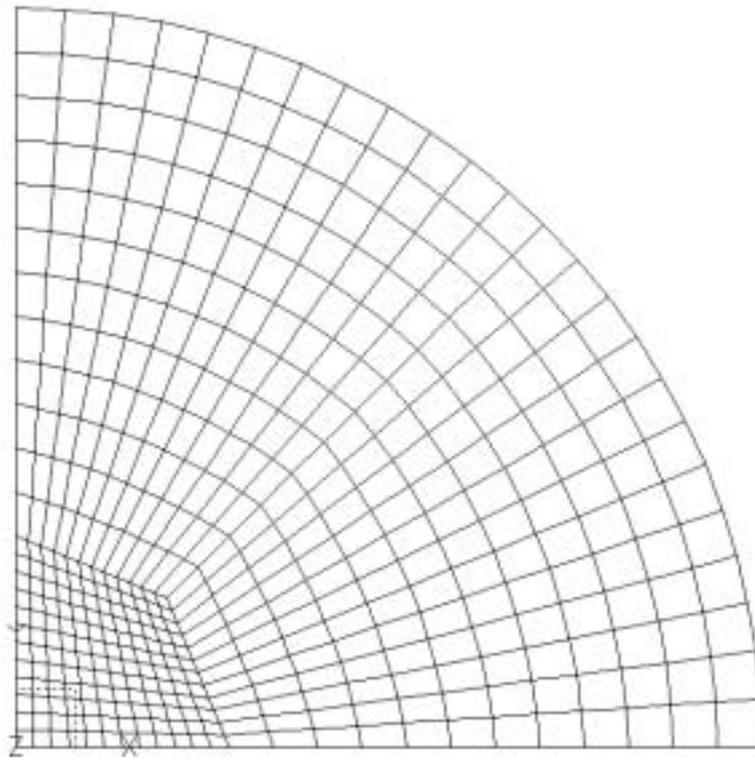


圖 4-18 第三類型圓杯引伸成形模擬時四分之一圓形料片之網格分割

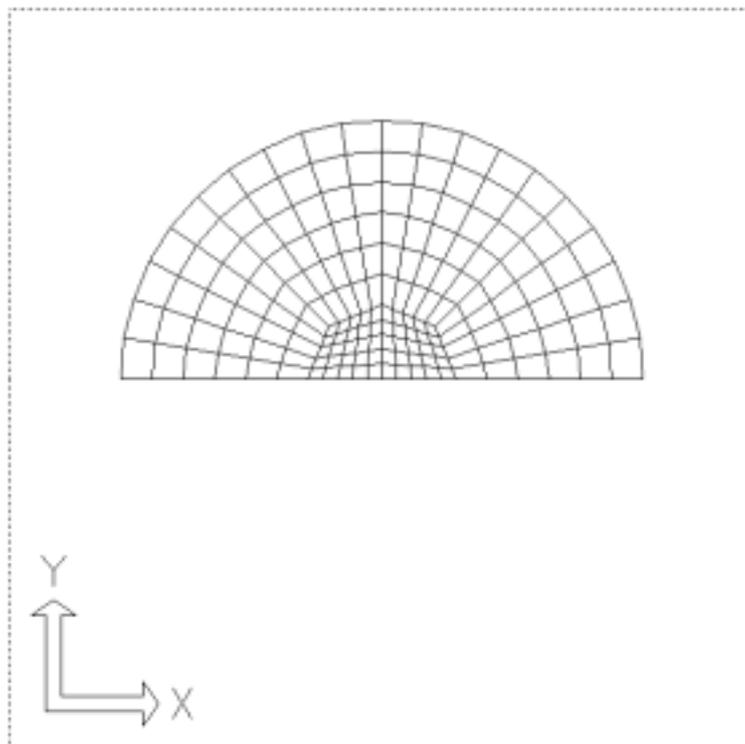


圖 4-19 第一類型圓杯引伸成形模擬時二分之一圓形料片之網格分割

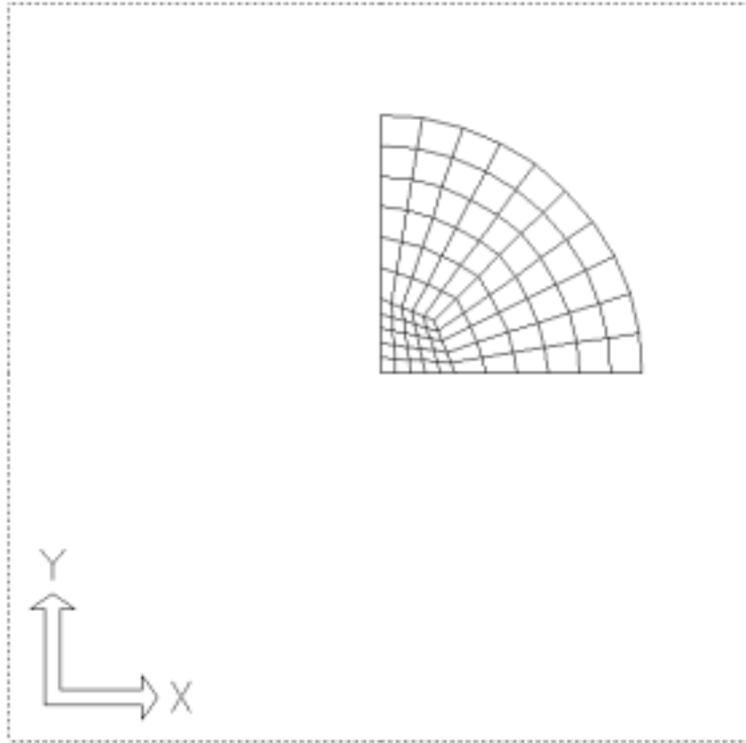


圖 4-20 第一類型圓杯引伸成形模擬時四分之一圓形料片之網格分割

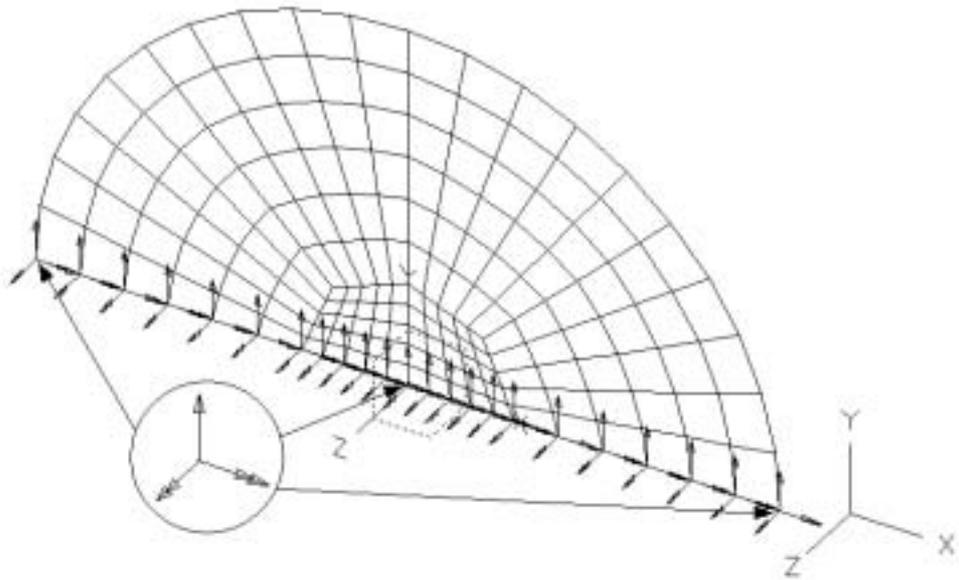


圖 4-21 第一類型圓杯引伸成形模擬時二分之一圓形料片之邊界條件

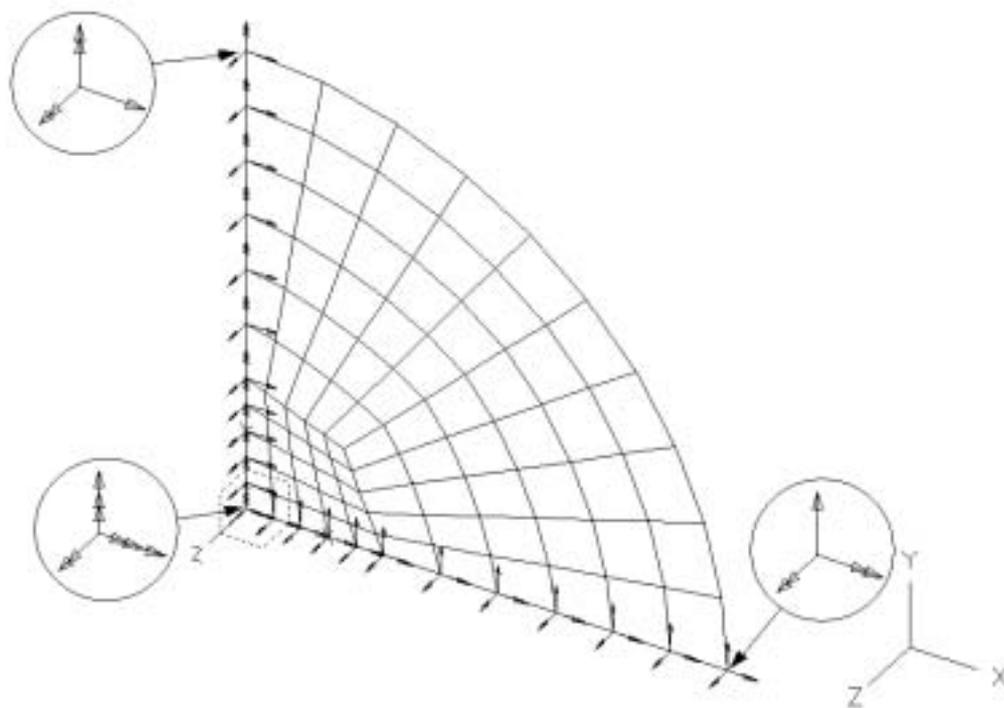


圖 4-22 第一類型圓杯引伸成形模擬時四分之一圓形料片之邊界條件

表 4-1 第一、二類型模具與料片有限元素網格分割之相關數據

模具與料片		元素形狀	節點總數	元素總數
第一、二 類型模具	沖頭	三角形	461	900
	下模		456	864
	壓料板		216	384
第一類型 料片	整體圓形料片	四邊形	361	340
	二分之一圓形料片		192	170
	四分之一圓形料片		102	85
第二類型 料片	整體圓形料片		337	320

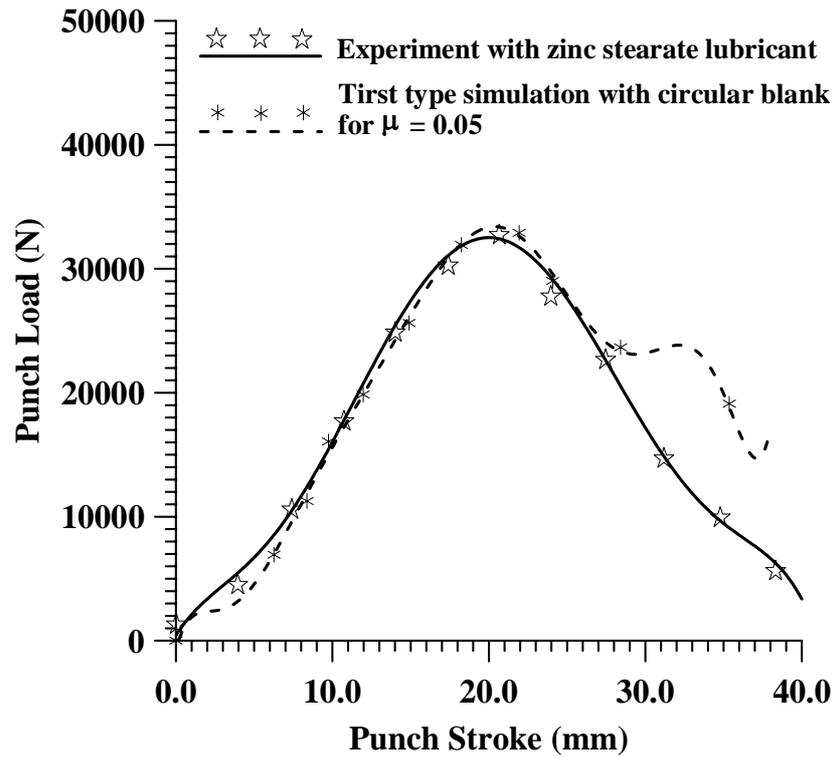


圖 4-23 第一類型圓杯引伸整體圓形料片數值模擬與實驗之沖頭負荷與衝程關係之比較

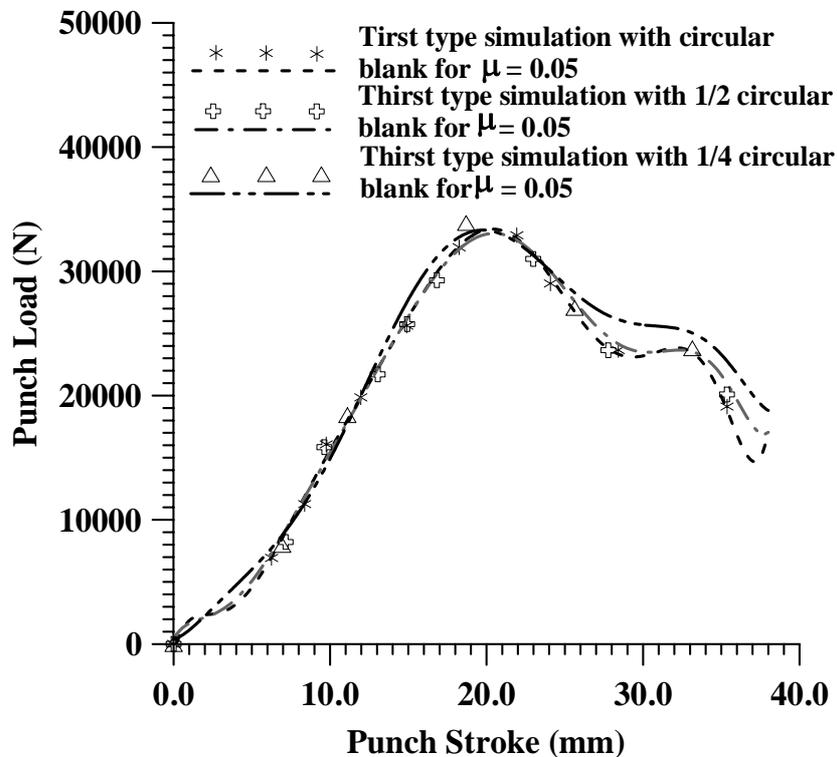


圖 4-24 第一類型圓杯引伸不同網格分割時數值模擬之沖頭負荷與衝程關係之比較

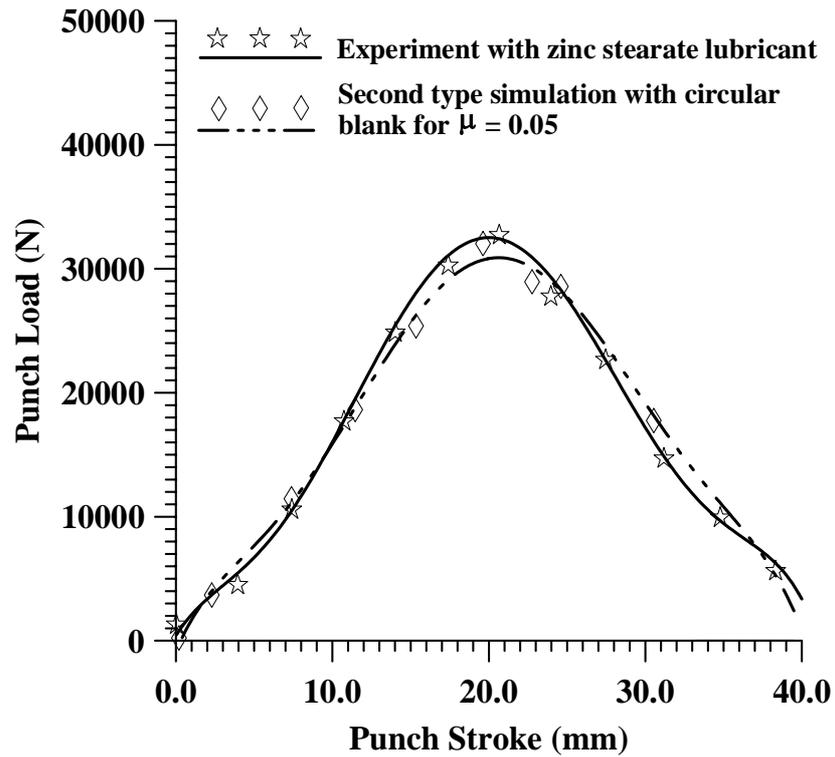


圖 4-25 第二類型圓杯引伸整體圓形料片網格分割時數值模擬與實驗之沖頭負荷與衝程關係之比較

表 4-2 第三類型模具與料片有限元素網格分割之相關數據

模具與料片		元素形狀	節點總數	元素總數
第三類型 模具	沖頭	三角形	1185	2336
	下模		1296	2496
	壓料板		624	1152
第三類型 料片	四分之一圓形料片	四邊形	469	432

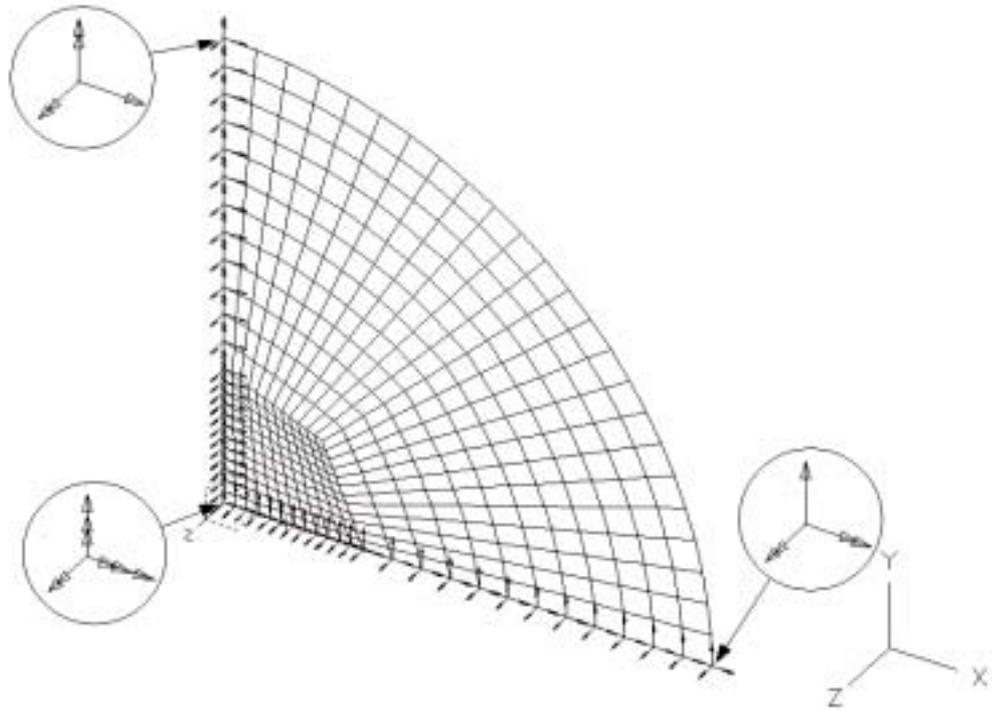


圖 4-26 第三類型圓杯引伸成形模擬時四分之一圓形料片網格分割之邊界條件

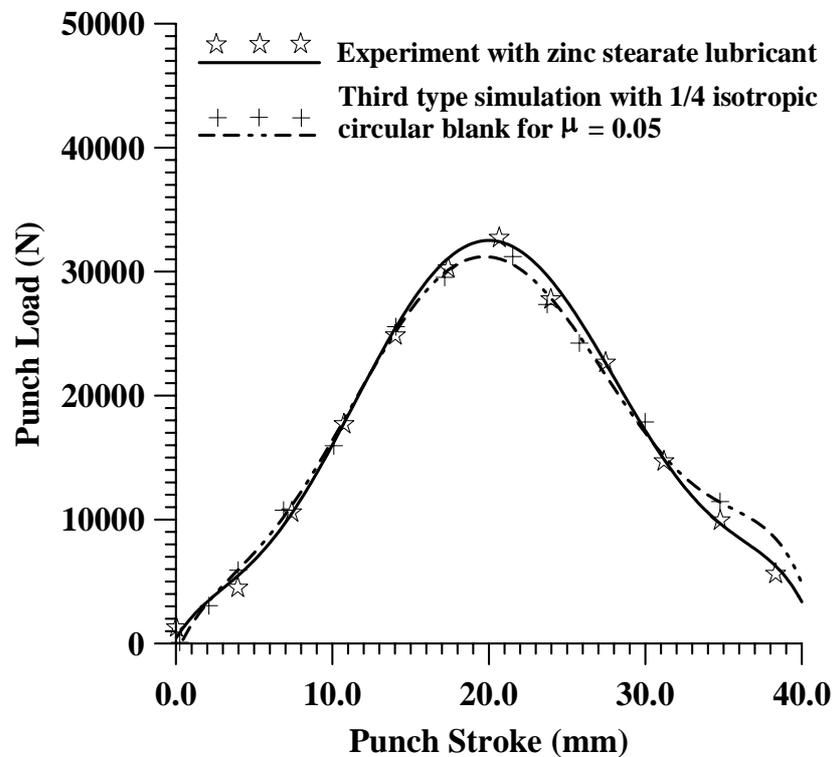


圖 4-27 第三類型圓杯引伸四分之一圓形料片數值模擬與實驗之沖頭負荷與衝程關係之比較

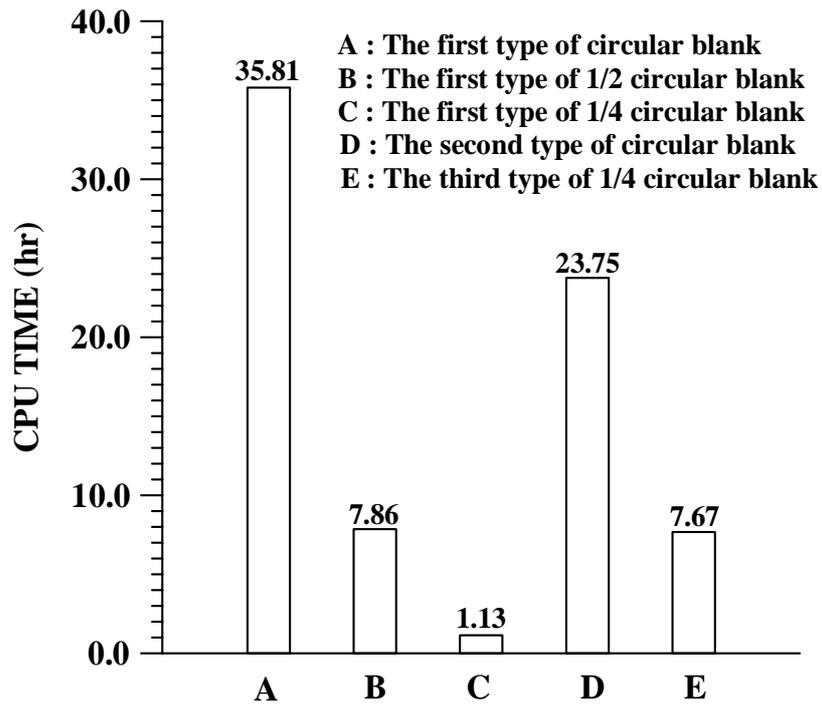


圖 4-28 圓杯引伸成形模擬 CPU 運算時間之比較

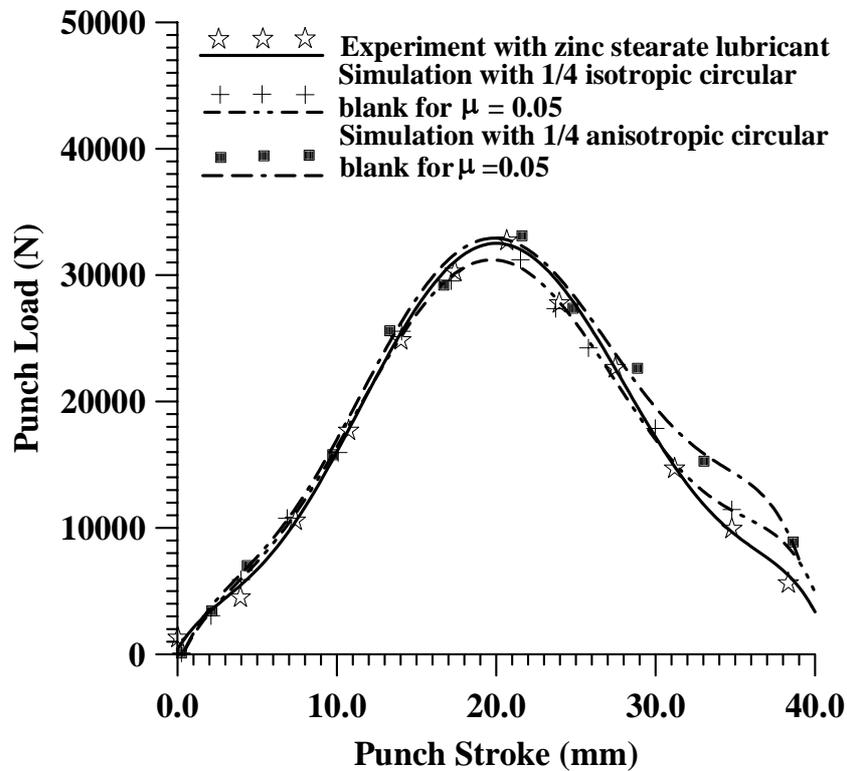
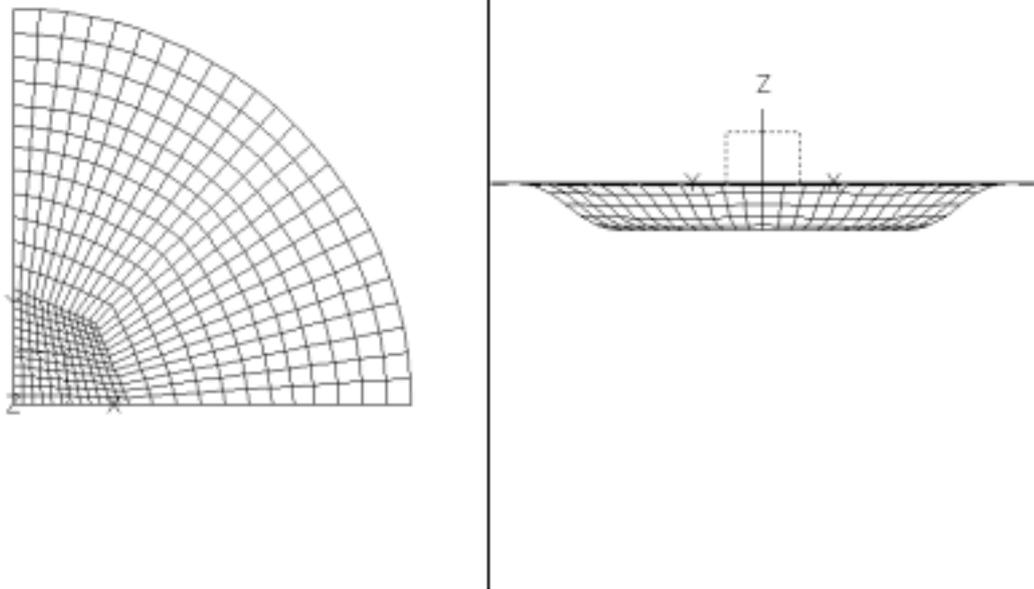
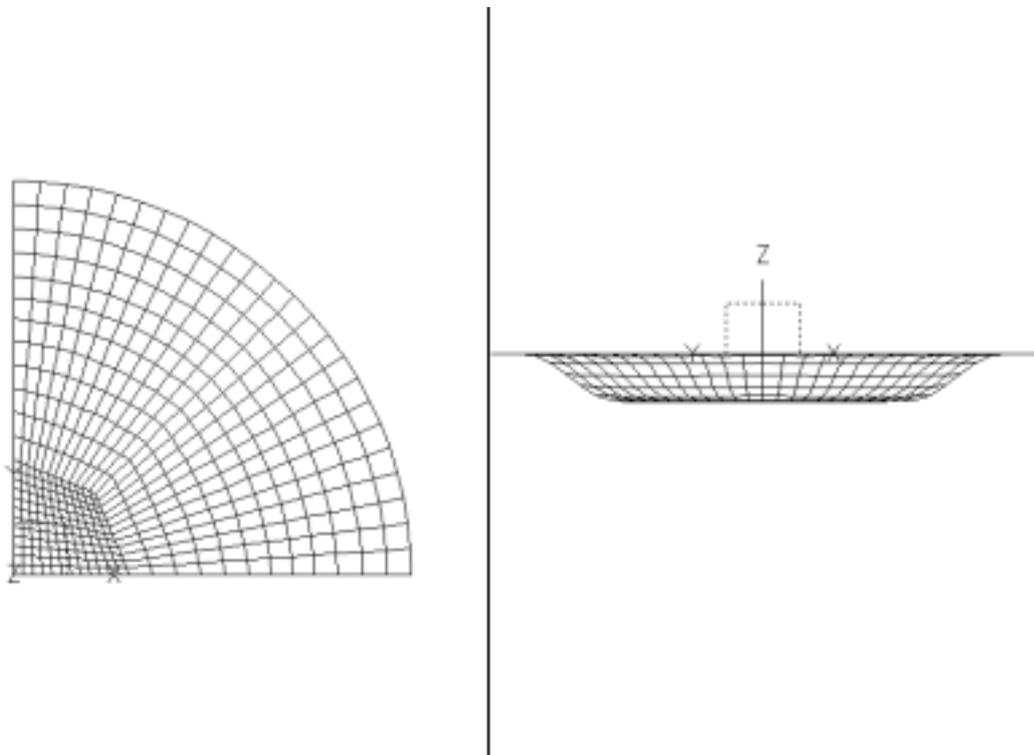


圖 4-29 圓杯引伸等向性及異向性四分之一圓形料片數值模擬與實驗之沖頭負荷與衝程關係之比較

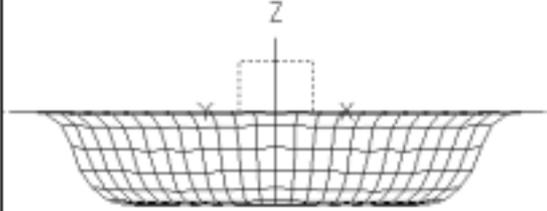
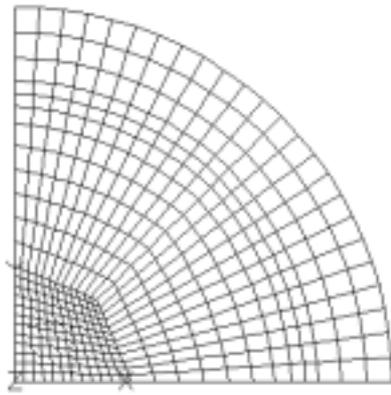


(A-1) 沖頭衝程達 8 mm 之等向性料片引伸變形

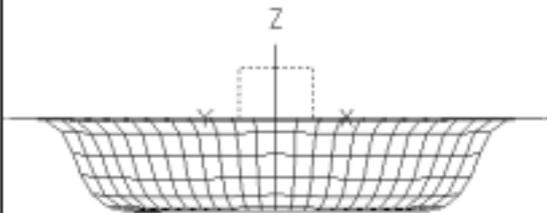
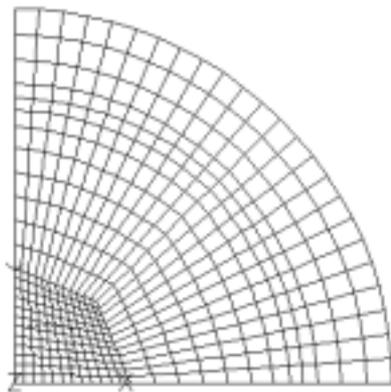


(A-2) 沖頭衝程達 8 mm 之異向性料片引伸變形

圖 4-30 圓杯引伸成形模擬時工件之變形歷程

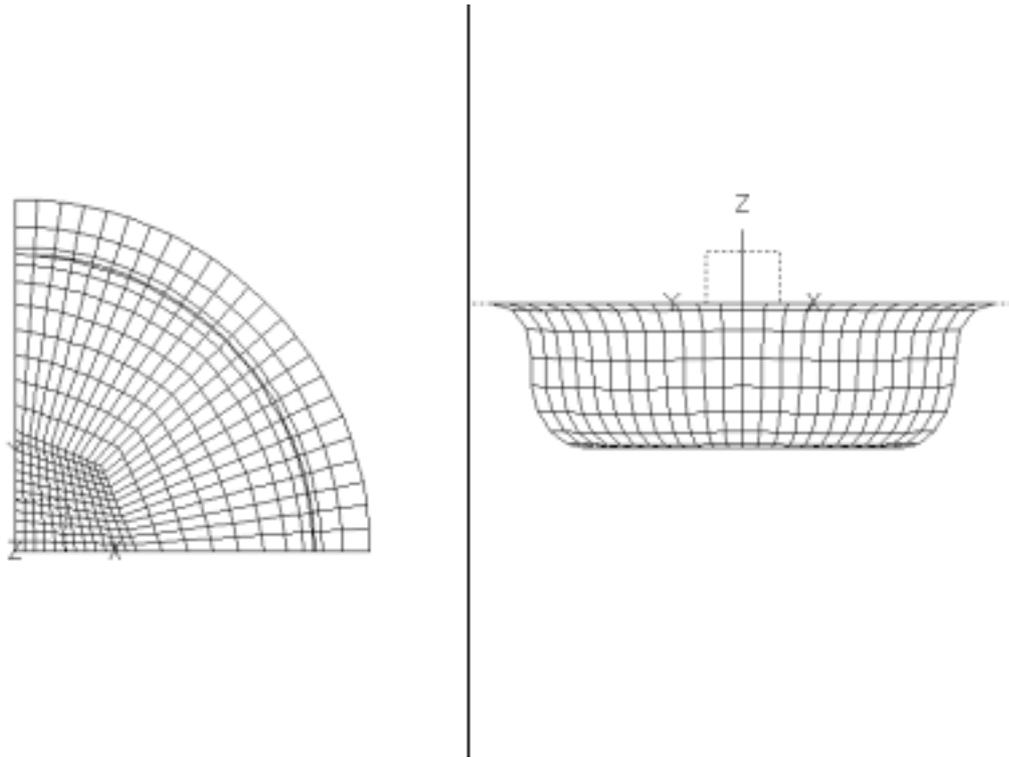


(B-1) 沖頭衝程達 16 mm 之等向性料片引伸變形

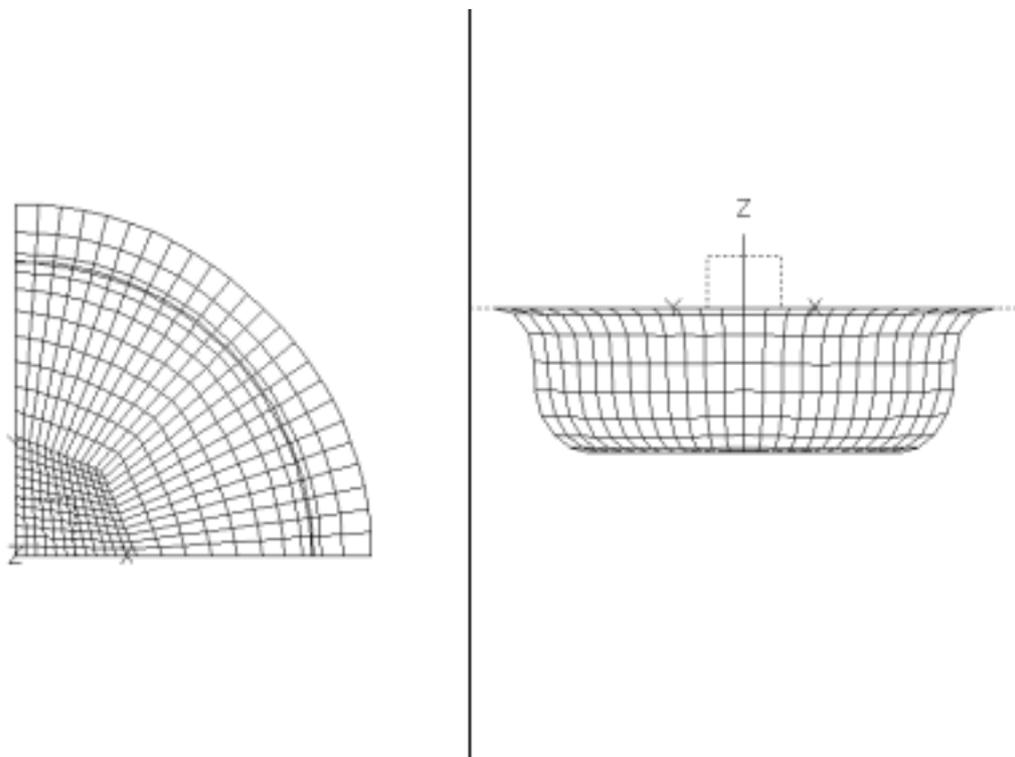


(B-2) 沖頭衝程達 16 mm 之異向性料片引伸變形

圖 4-30 圓杯引伸成形模擬時工件之變形歷程 (續)

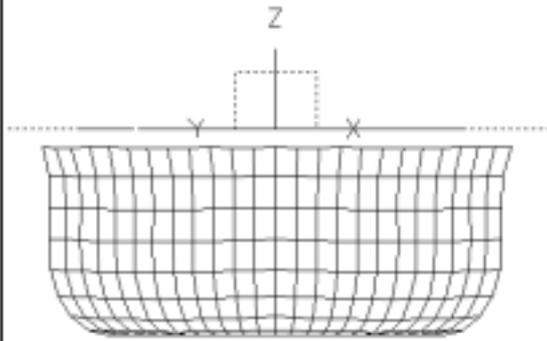
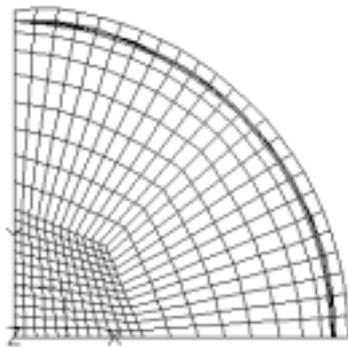


(C-1) 沖頭衝程達 24 mm 之等向性料片引伸變形

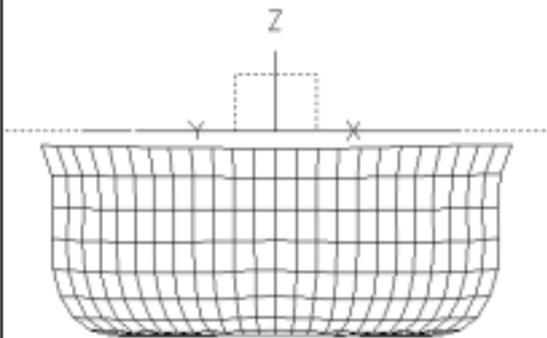
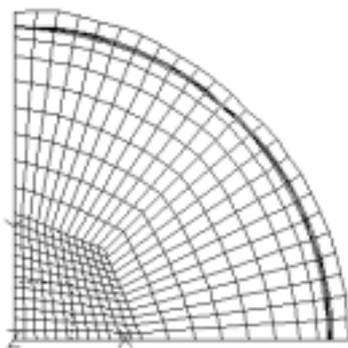


(C-2) 沖頭衝程達 24 mm 之異向性料片引伸變形

圖 4-30 圓杯引伸成形模擬時工件之變形歷程 (續)

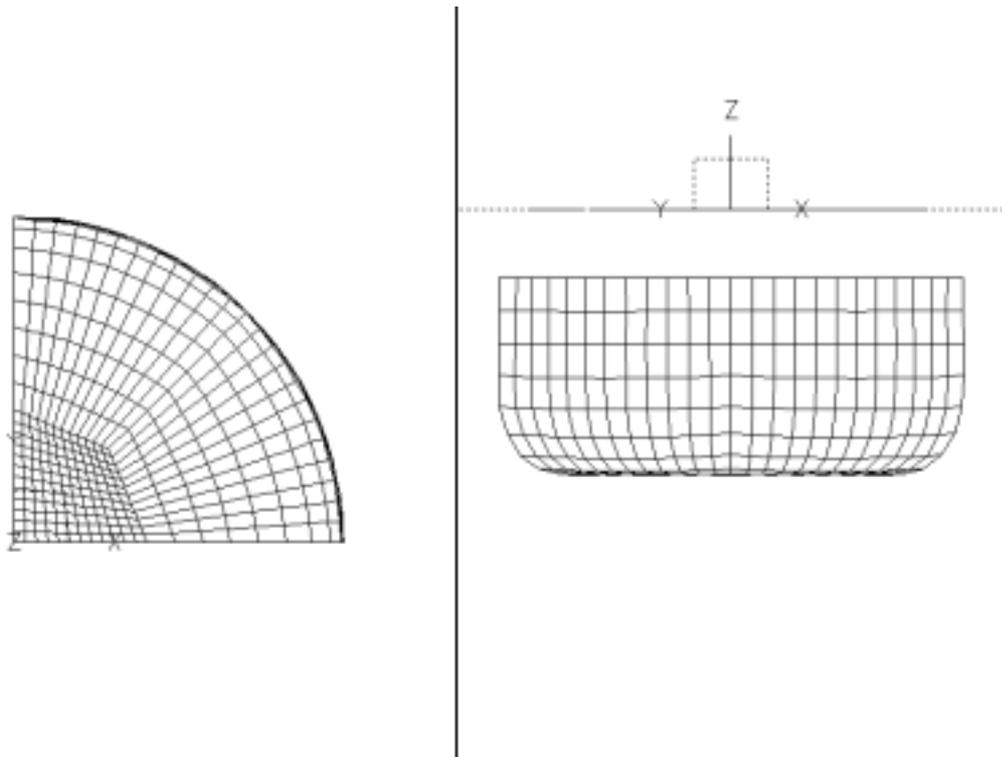


(D-1) 沖頭衝程達 32 mm 之等向性料片引伸變形

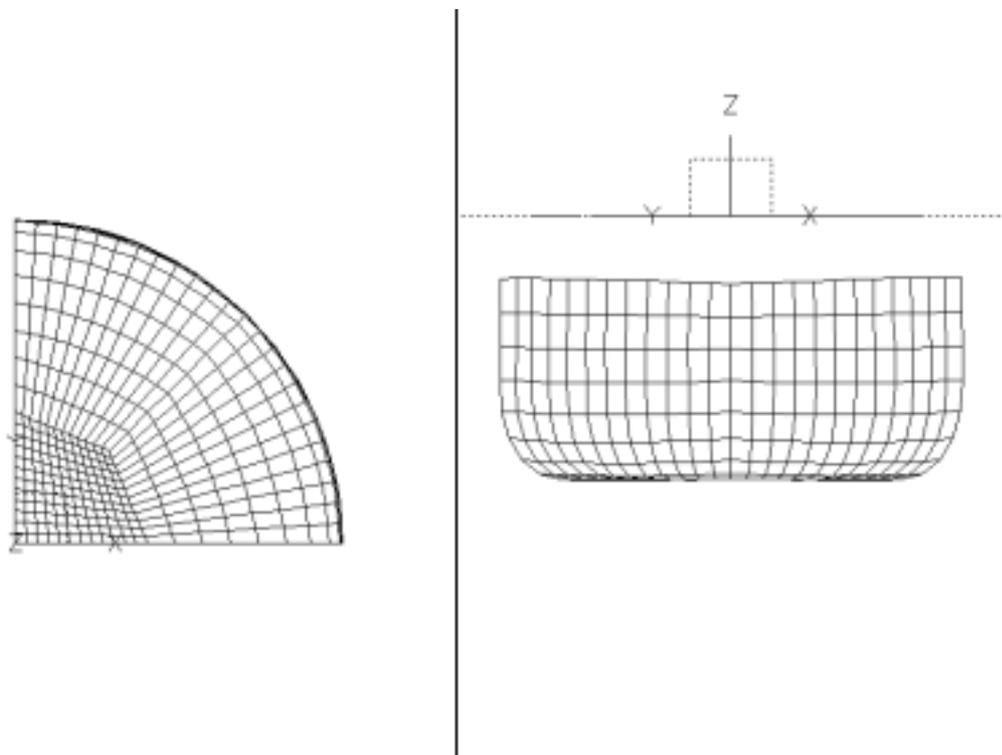


(D-2) 沖頭衝程達 32 mm 之異向性料片引伸變形

圖 4-30 圓杯引伸成形模擬時工件之變形歷程 (續)



(E-1) 沖頭衝程達 40 mm 之等向性料片引伸變形



(E-2) 沖頭衝程達 40 mm 之異向性料片引伸變形

圖 4-30 圓杯引伸成形模擬時工件之變形歷程 (續)

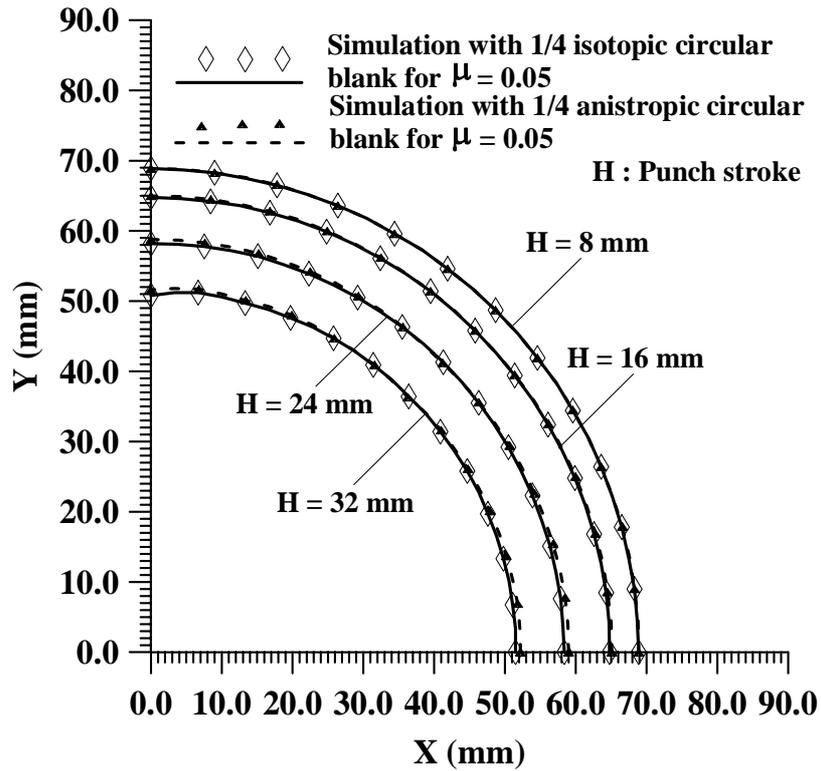


圖 4-31 等向性與異向性四分之一圓形料片凸緣輪廓之比較

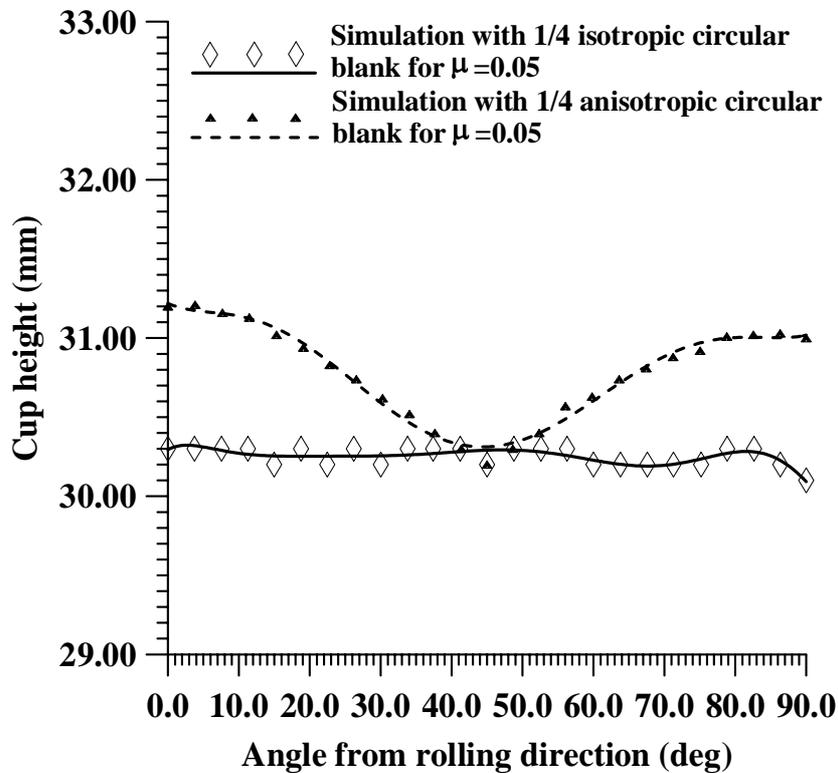


圖 4-32 等向性與異向性四分之一圓形料片耳緣輪廓之比較

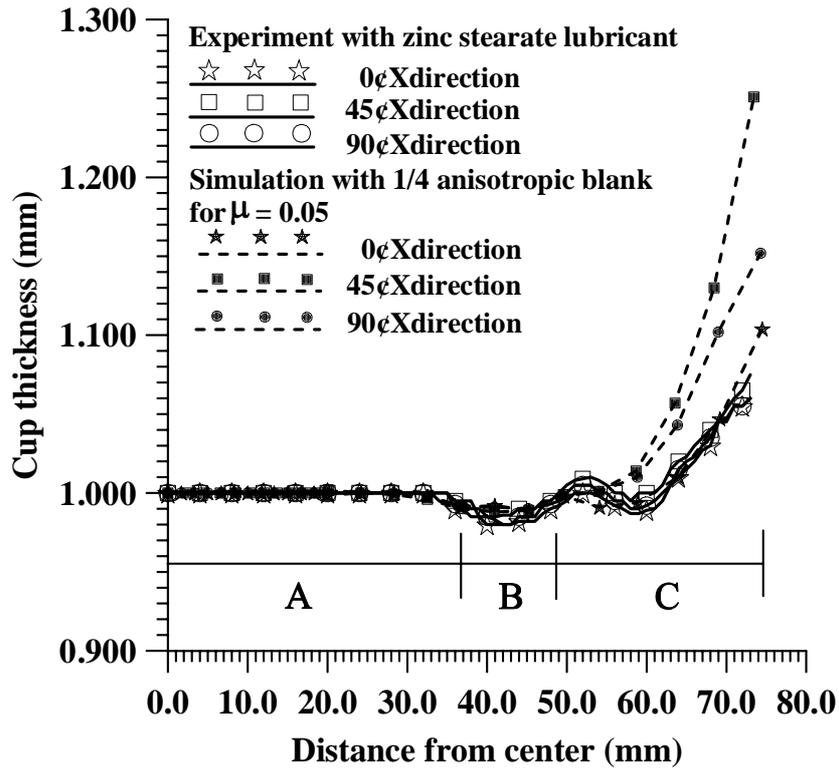


圖 4-33 異向性四分之一圓形料片數值模擬與實驗厚度分佈之比較

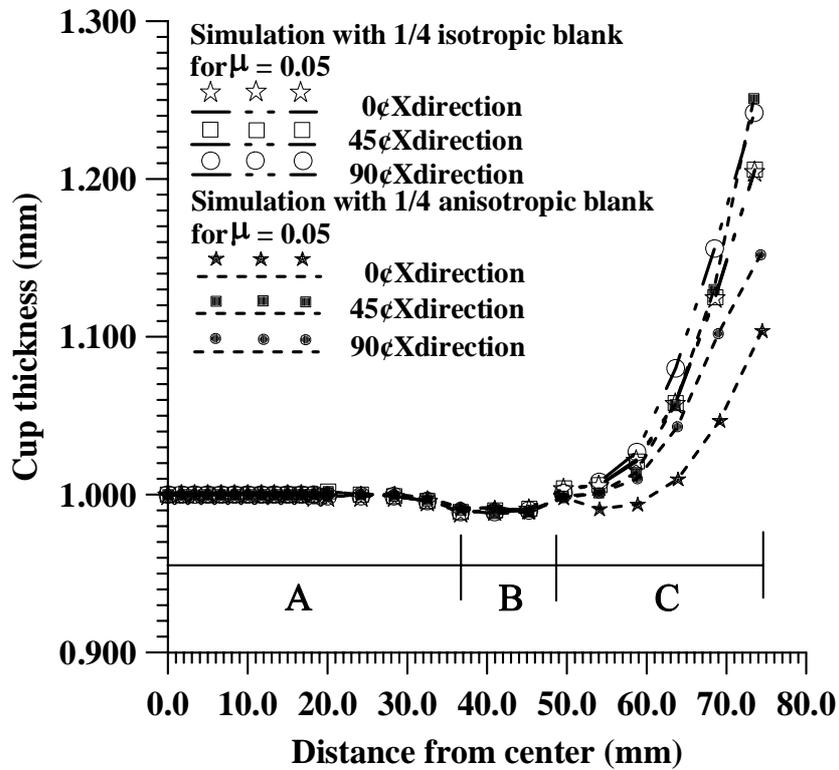


圖 4-34 等向性與異向性四分之一圓形料片數值模擬厚度分佈之比較

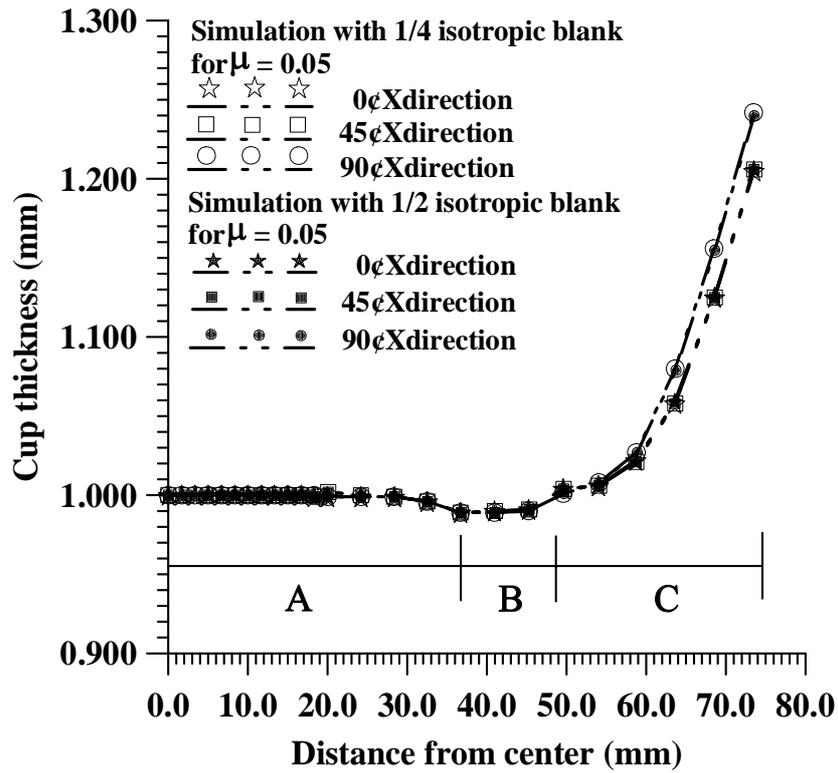


圖 4-35 等向性二分之一與四分之一圓形料片數值模擬厚度分佈之比較

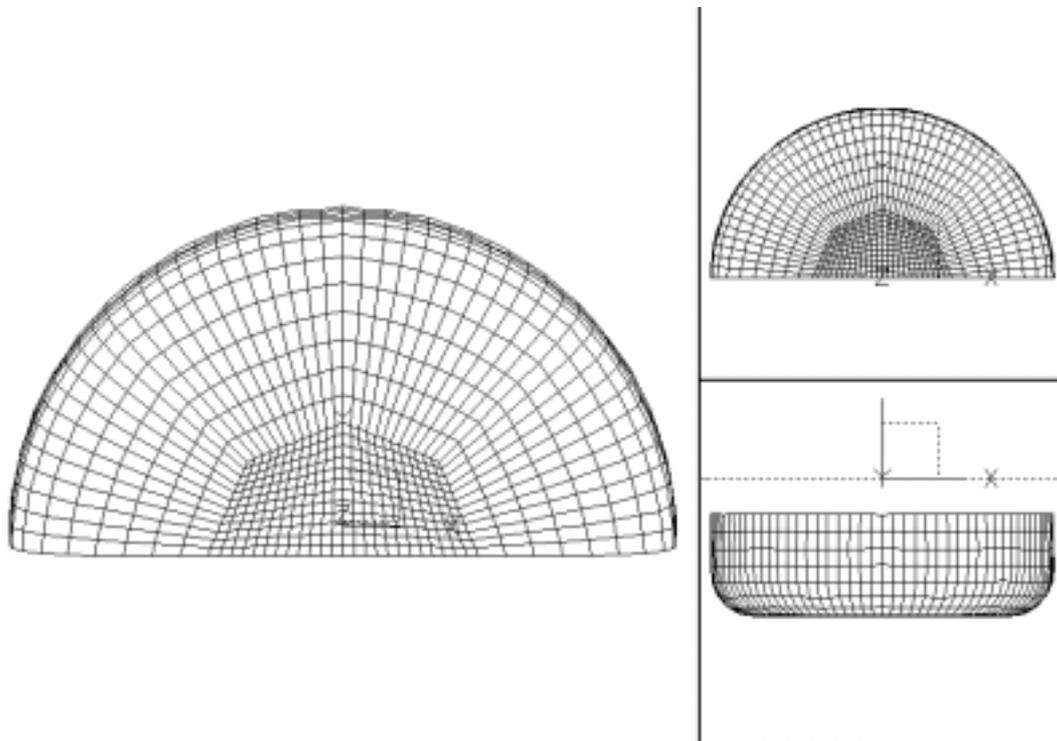
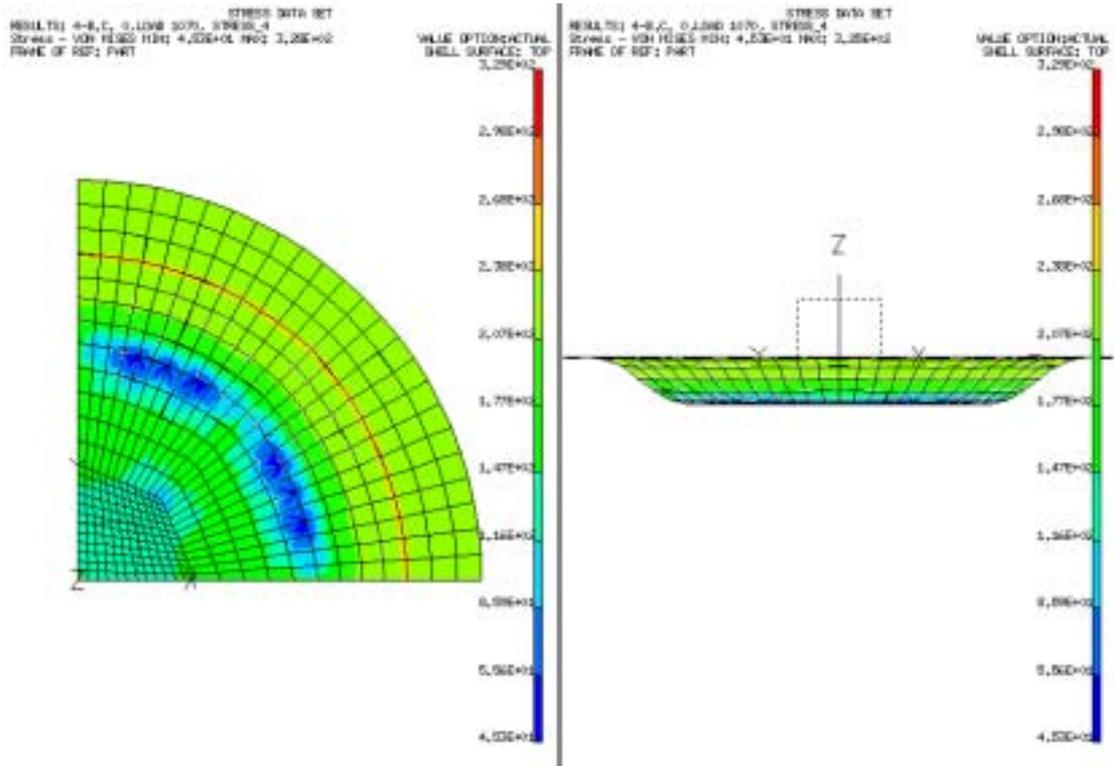
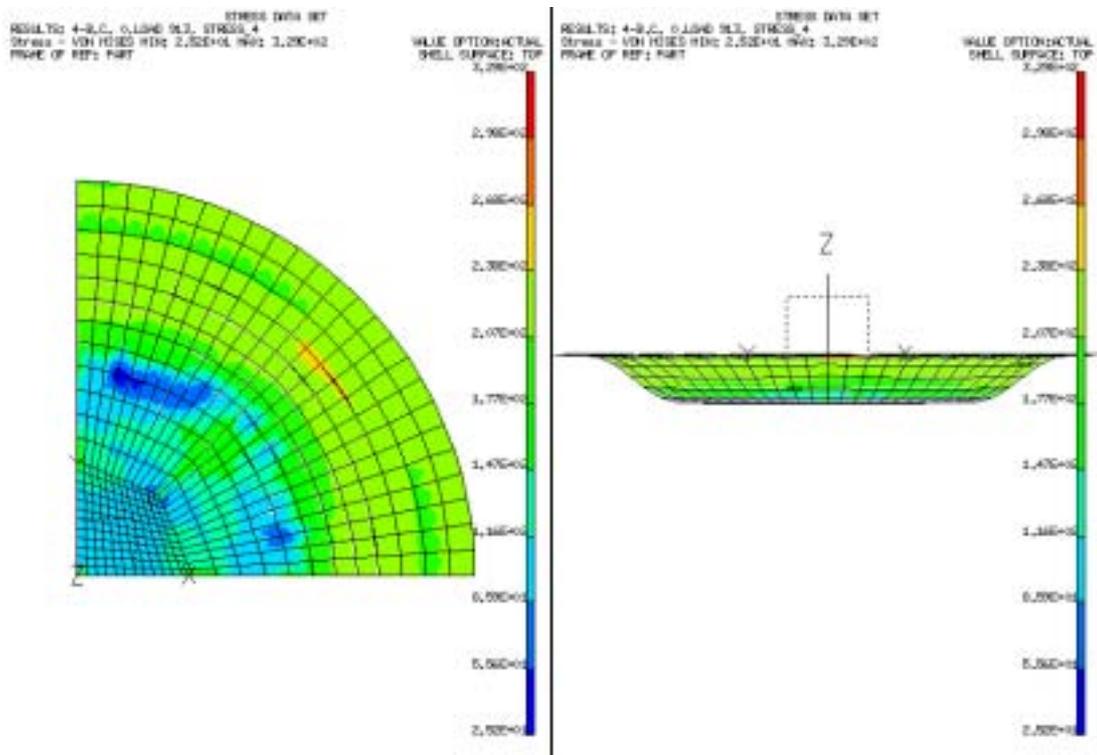


圖 4-36 等向性二分之一圓形料片最終變形圖

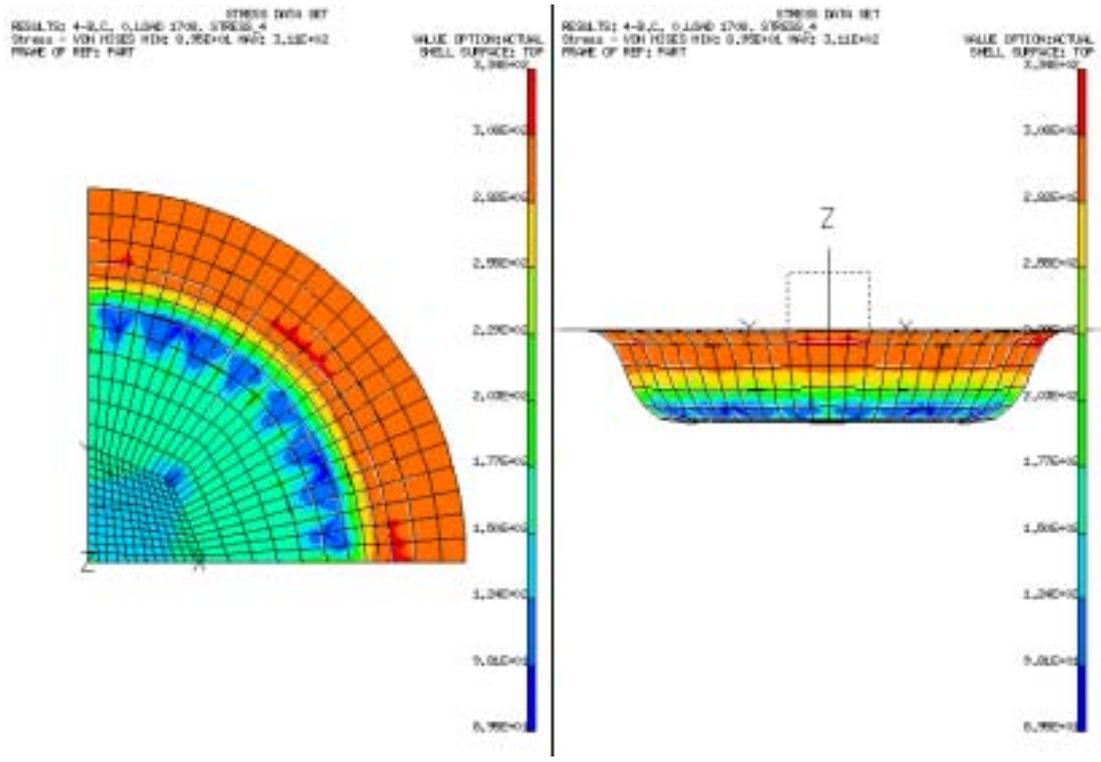


(A-1) 沖頭衝程達 8 mm 時等向性料片之應力分佈

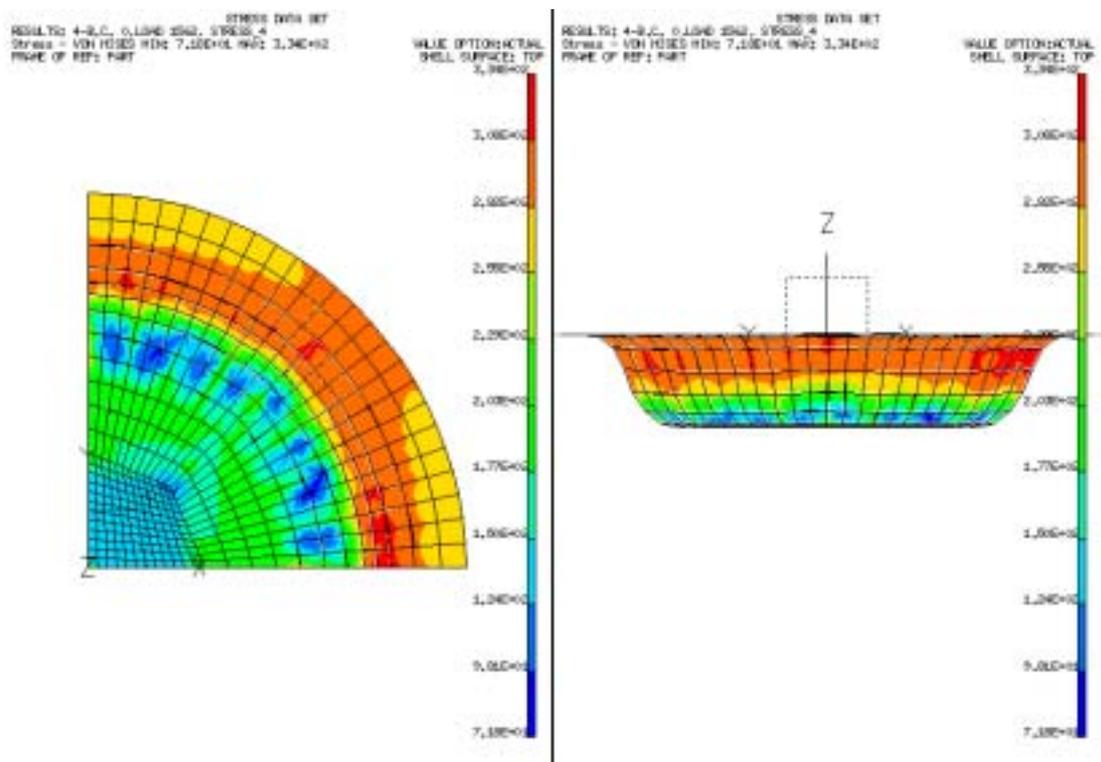


(A-2) 沖頭衝程達 8 mm 時異向性料片之應力分佈

圖 4-37 圓杯引伸成形模擬時工件之應力分佈

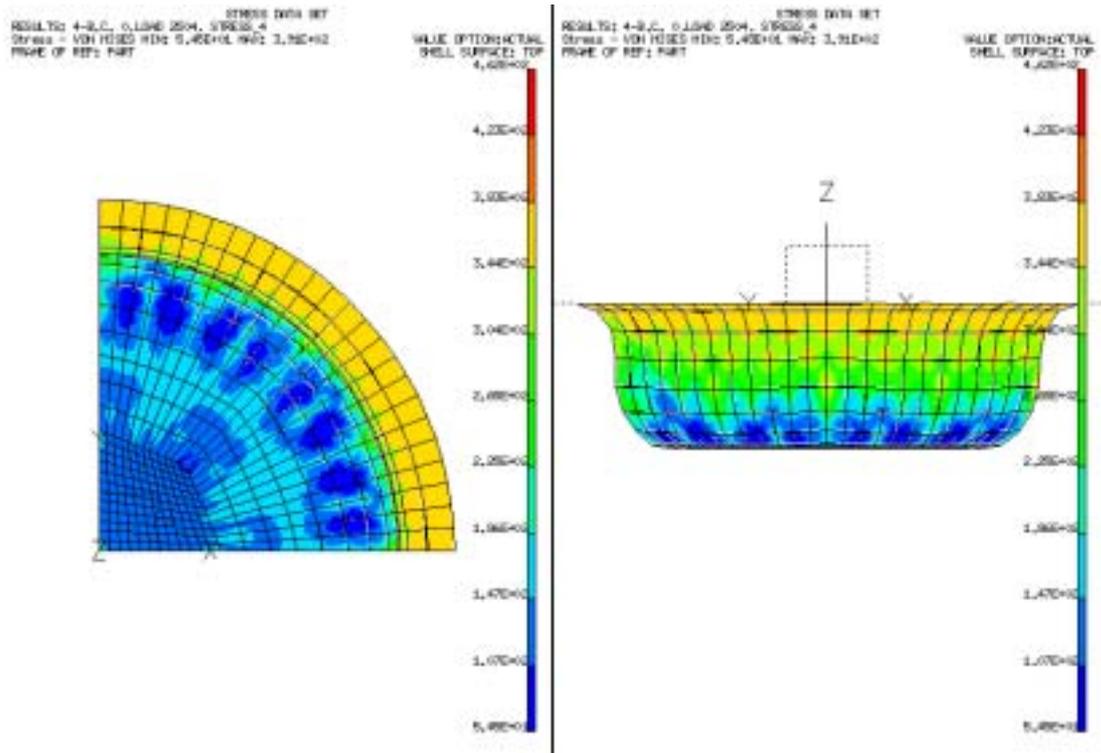


(B-1) 沖頭衝程達 16 mm 時等向性料片之應力分佈

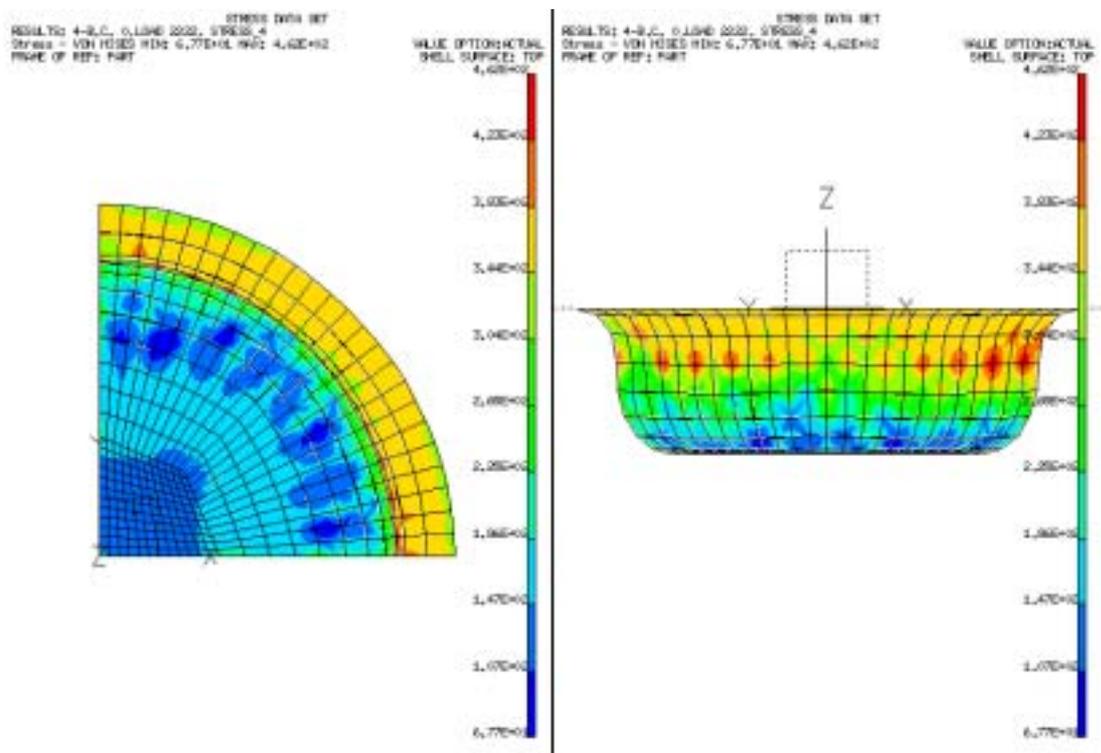


(B-2) 沖頭衝程達 16 mm 時異向性料片之應力分佈

圖 4-37 圓杯引伸成形模擬時工件之應力分佈 (續)

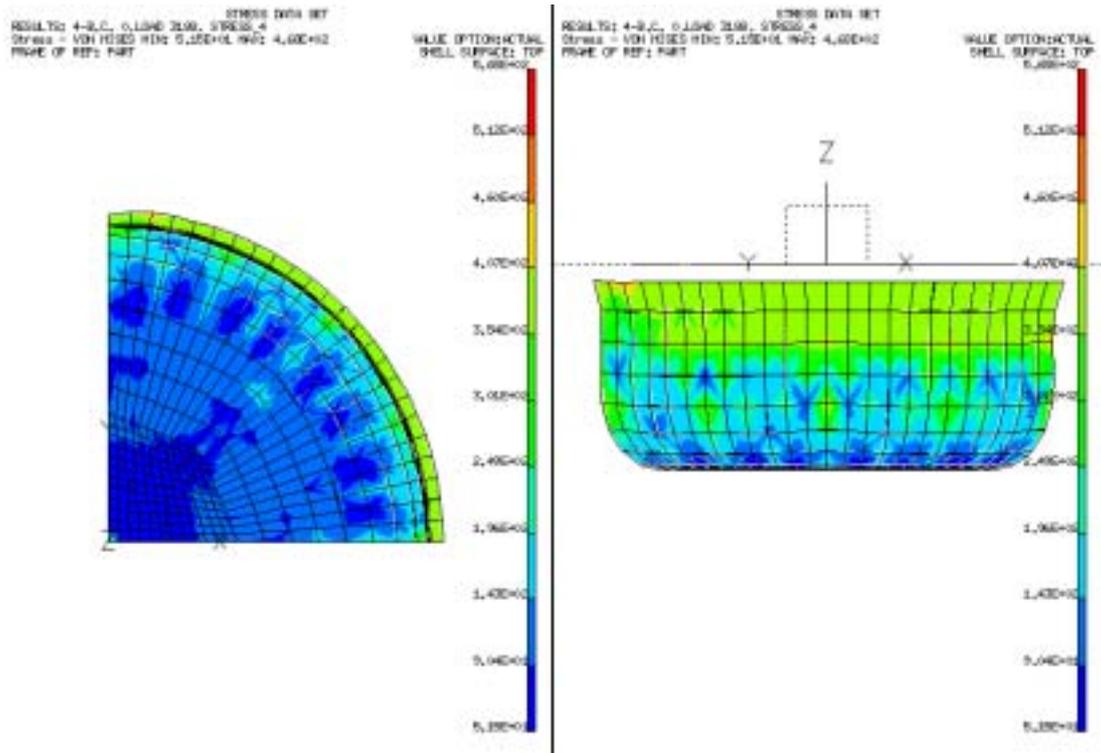


(C-1) 沖頭衝程達 24 mm 時等向性料片之應力分佈

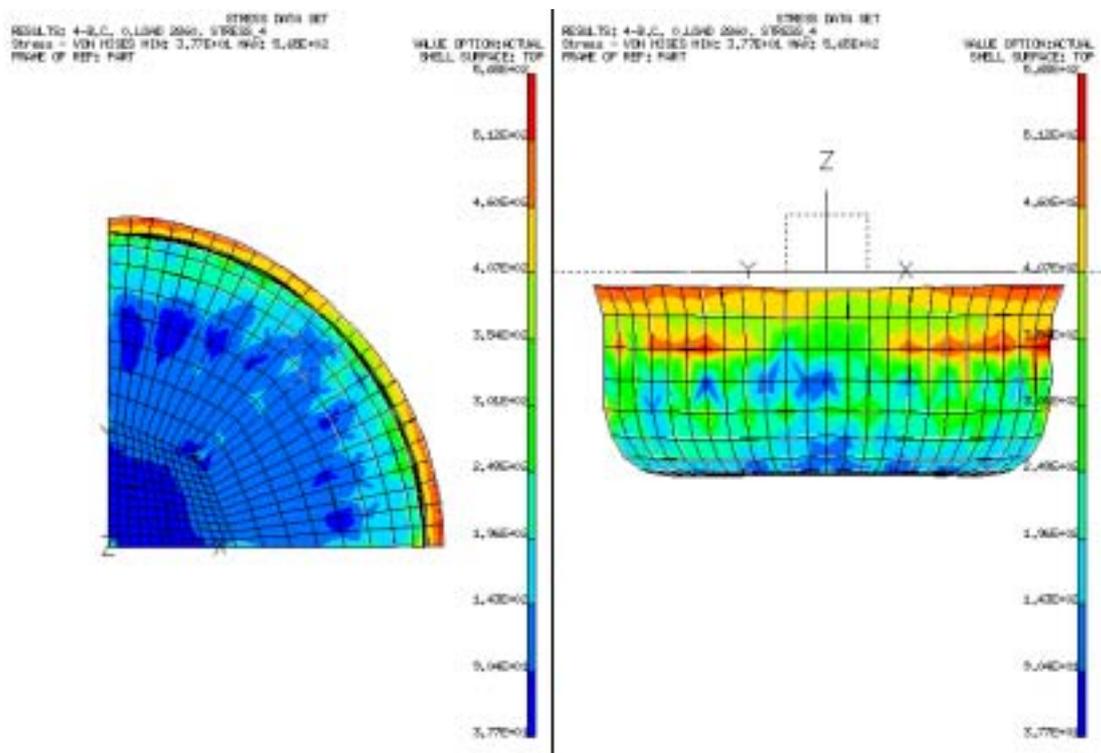


(C-2) 沖頭衝程達 24 mm 時異向性料片之應力分佈

圖 4-37 圓杯引伸成形模擬時工件之應力分佈 (續)

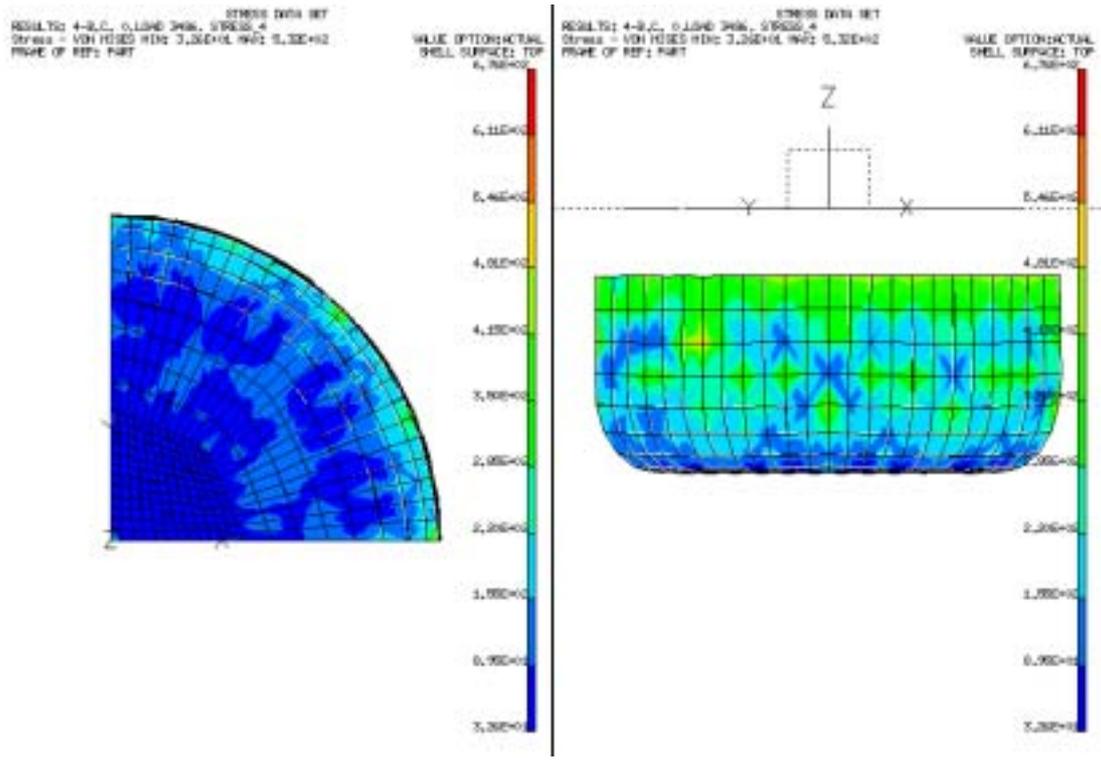


(D-1) 沖頭衝程達 32 mm 時等向性料片之應力分佈

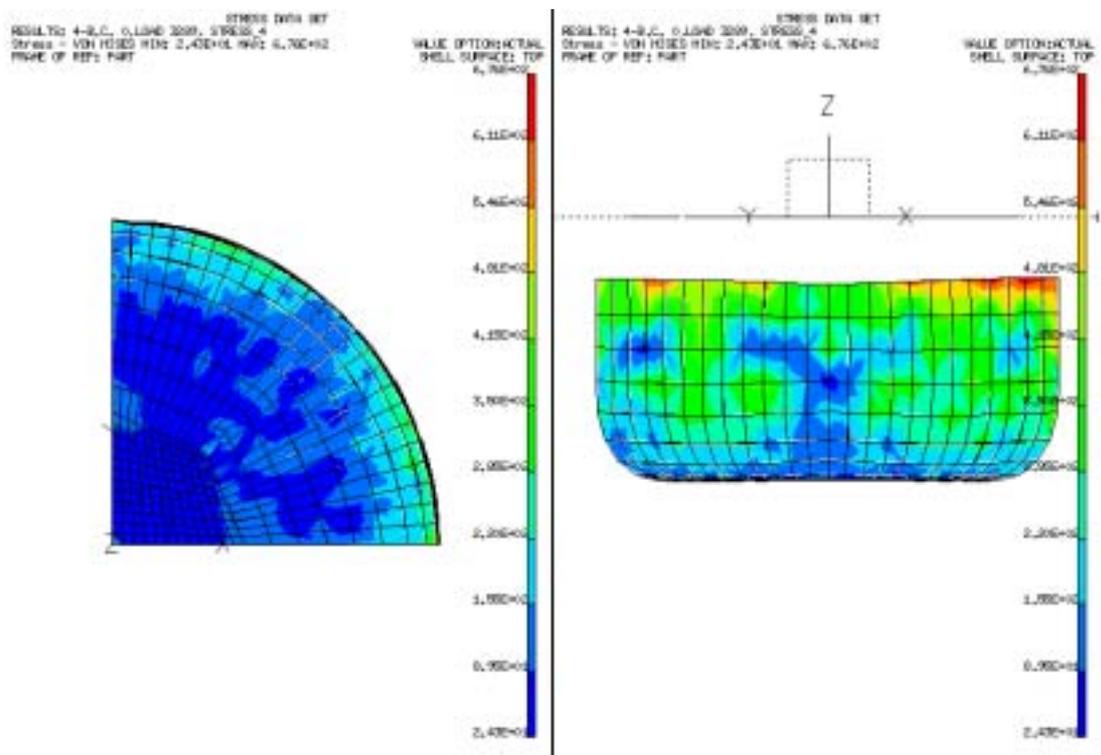


(D-2) 沖頭衝程達 32 mm 時異向性料片之應力分佈

圖 4-37 圓杯引伸成形模擬時工件之應力分佈 (續)

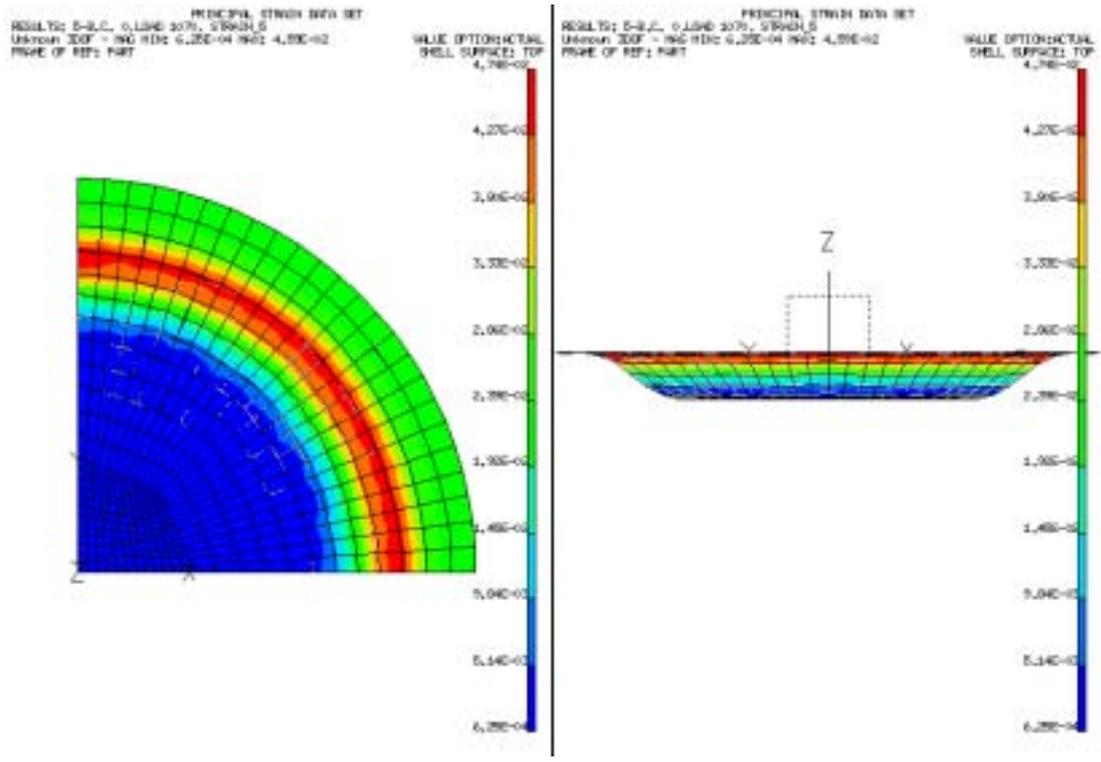


(E-1) 沖頭衝程達 40 mm 時等向性料片之應力分佈

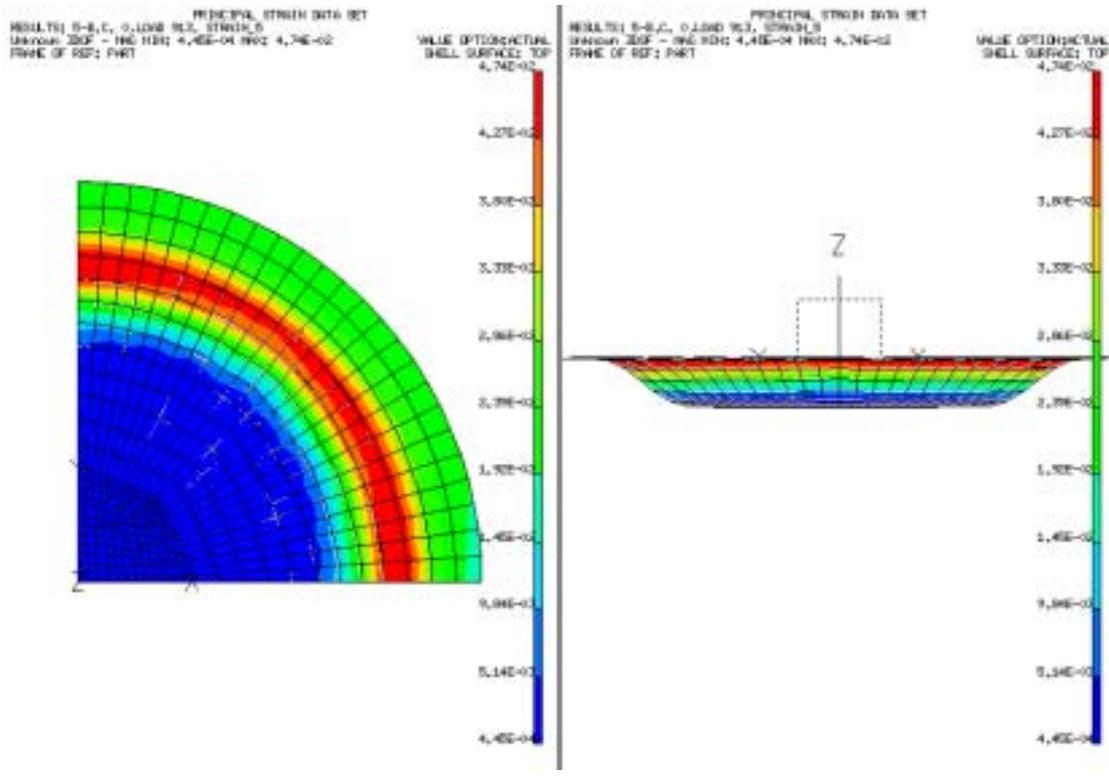


(E-2) 沖頭衝程達 40 mm 時異向性料片之應力分佈

圖 4-37 圓杯引伸成形模擬時工件之應力分佈 (續)

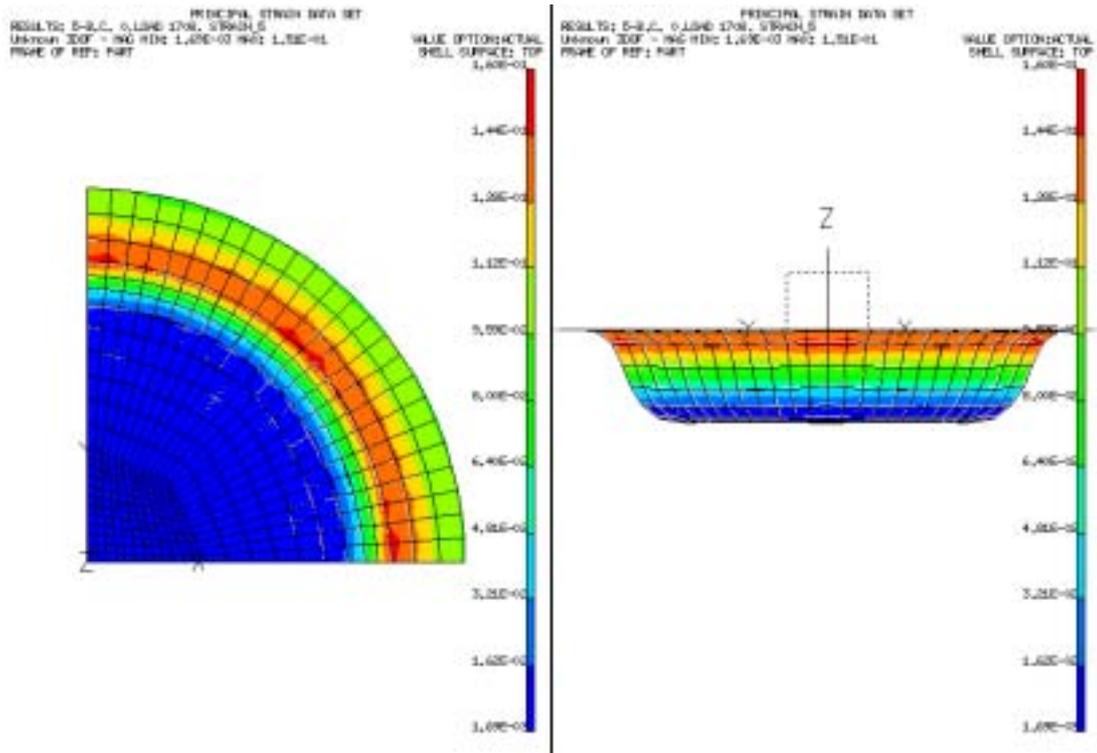


(A-1) 沖頭衝程達 8 mm 時等向性料片之應變分佈

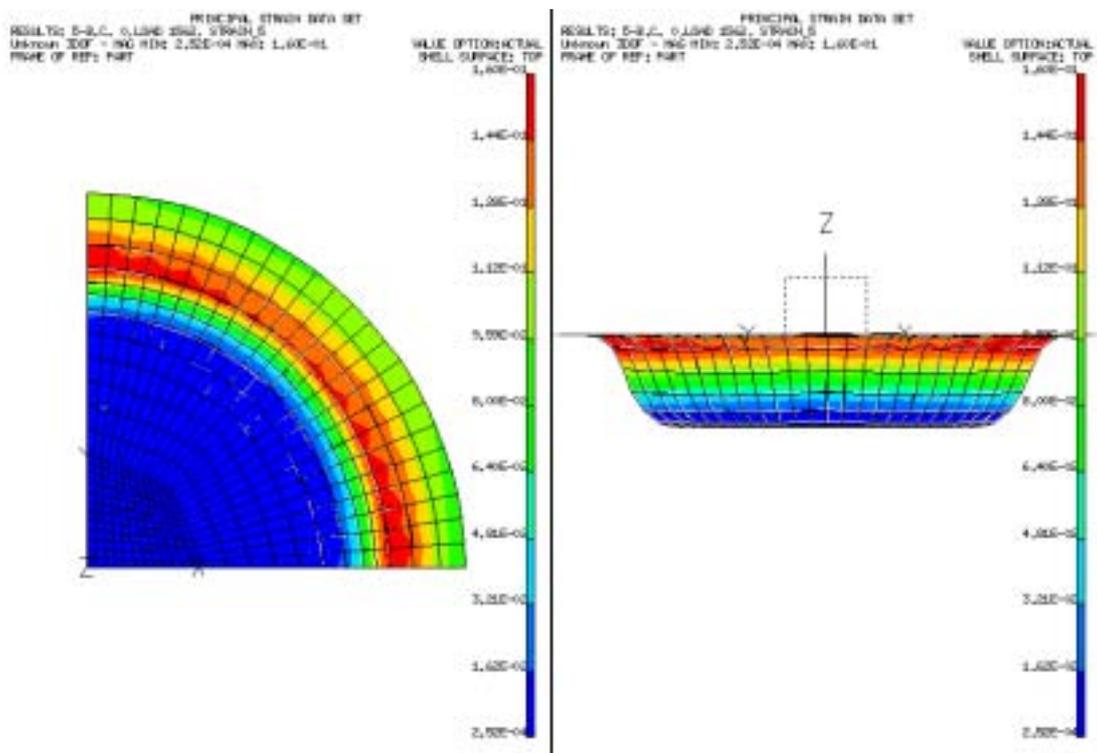


(A-2) 沖頭衝程達 8 mm 時異向性料片之應變分佈

圖 4-38 圓杯引伸成形模擬時工件之應變分佈

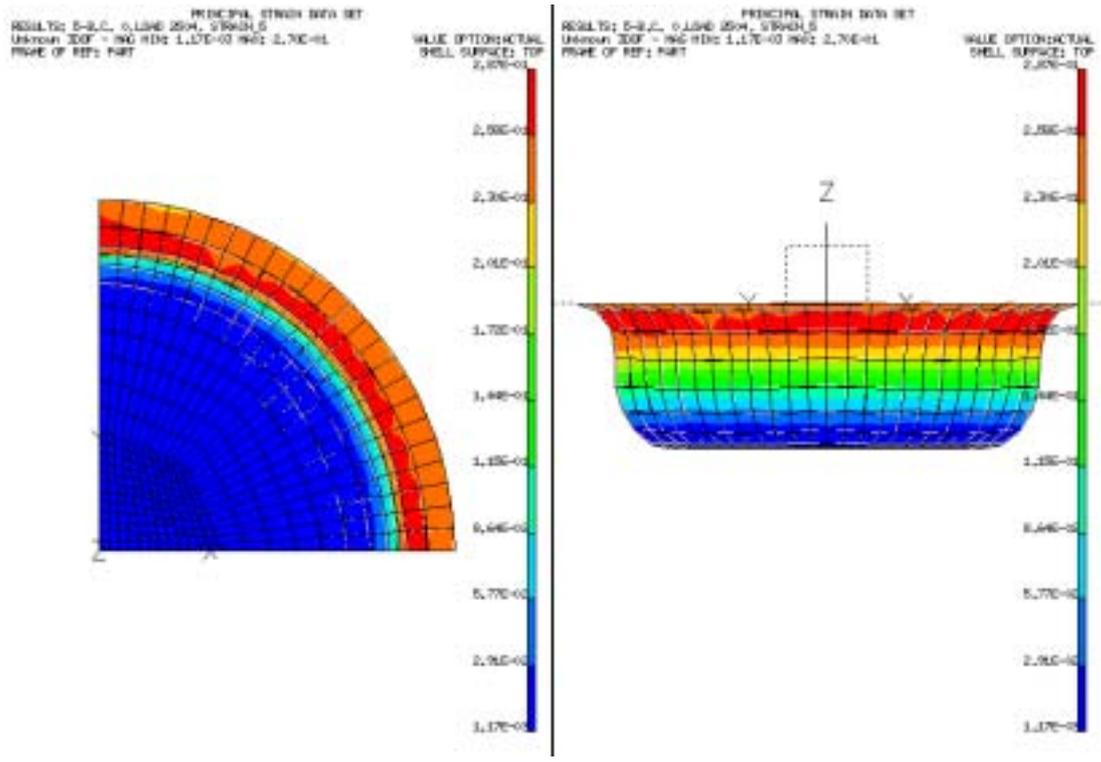


(B-1) 沖頭衝程達 16 mm 時等向性料片之應變分佈

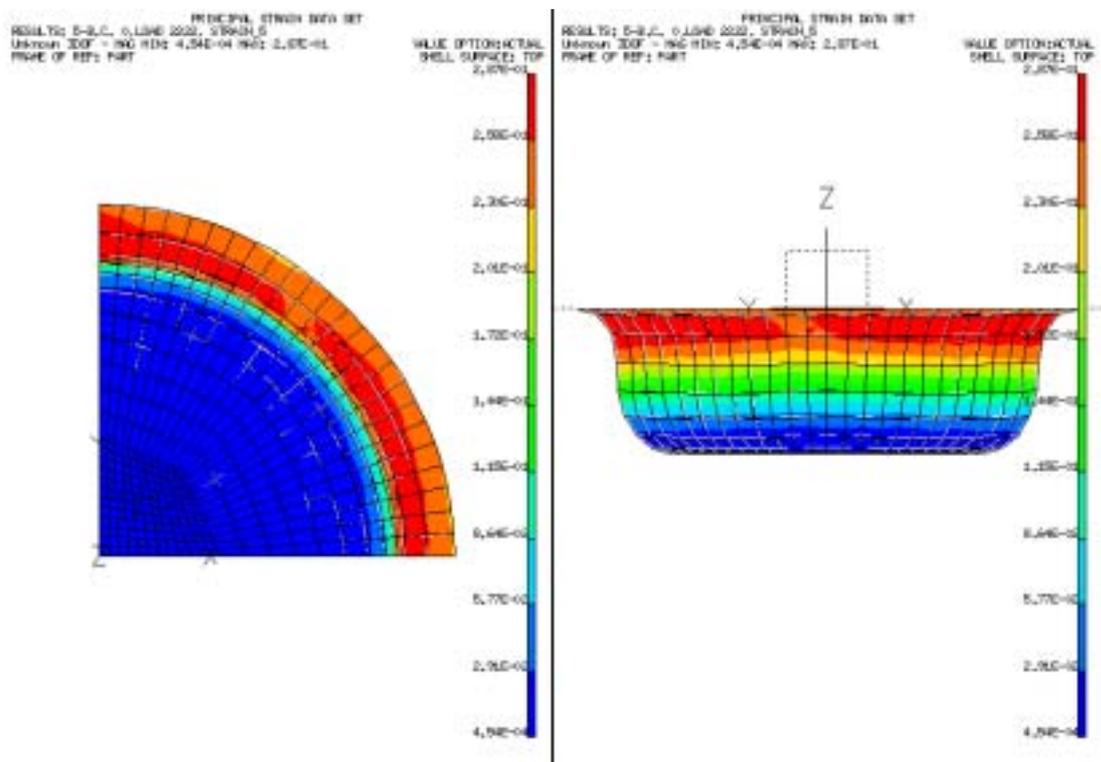


(B-2) 沖頭衝程達 16 mm 時異向性料片之應變分佈

圖 4-38 圓杯引伸成形模擬時工件之應變分佈 (續)

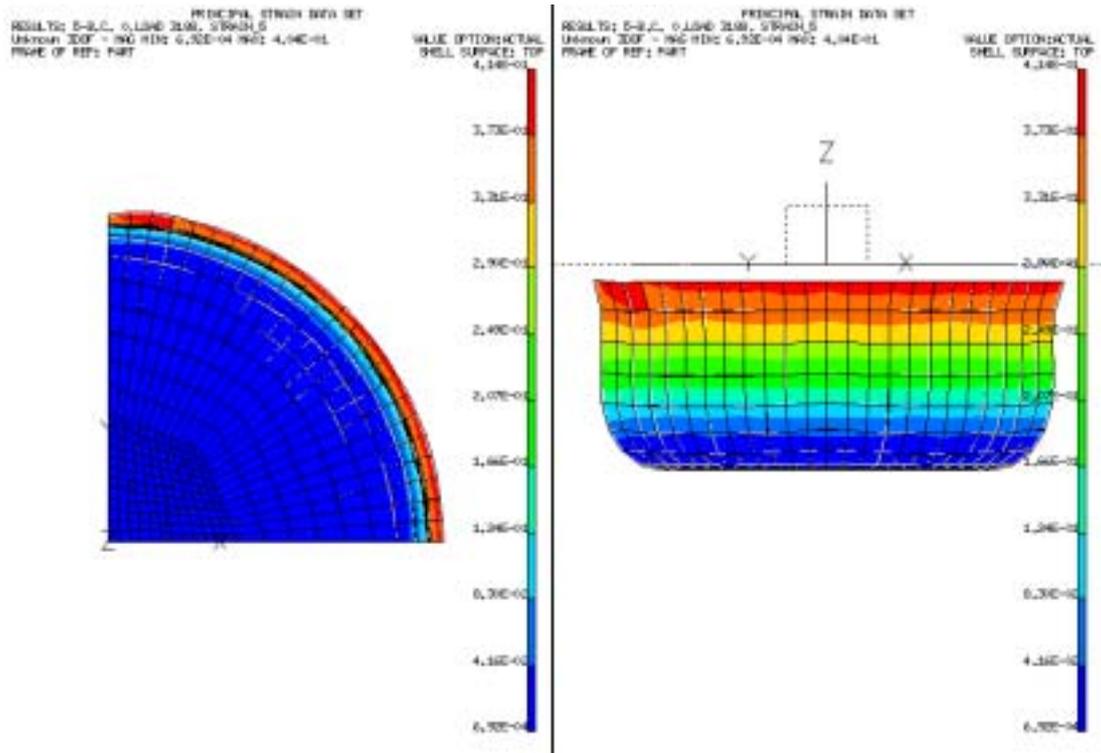


(C-1) 沖頭衝程達 24 mm 時等向性料片之應變分佈

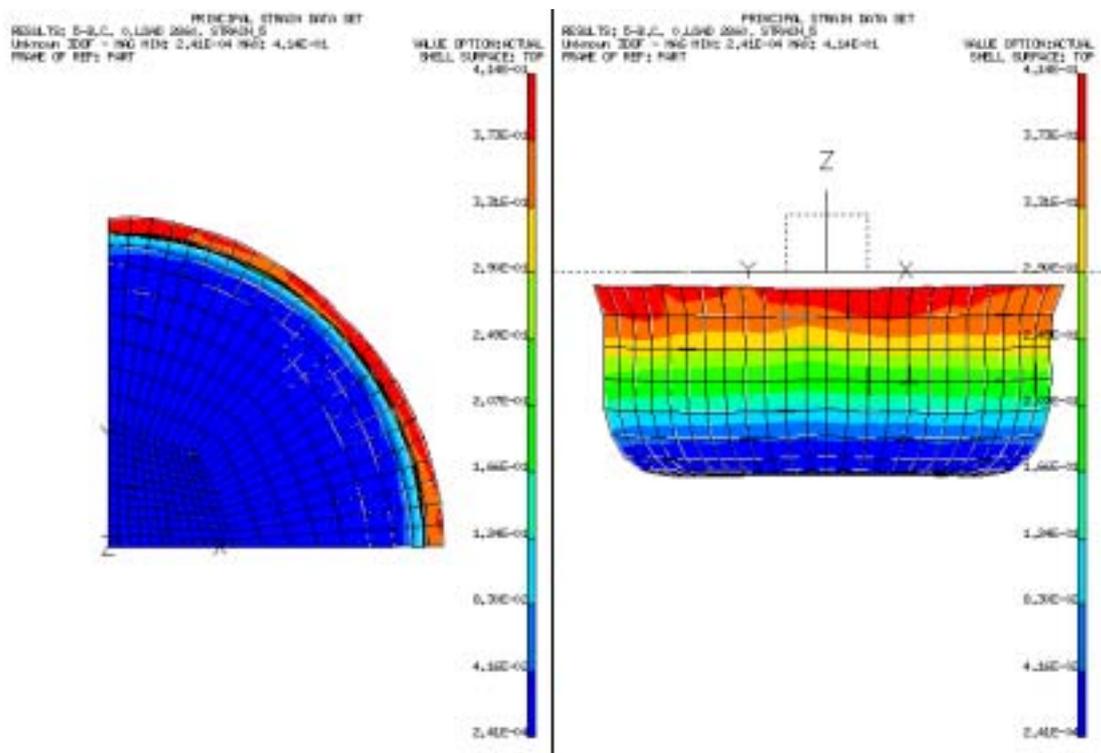


(C-2) 沖頭衝程達 24 mm 時異向性料片之應變分佈

圖 4-38 圓杯引伸成形模擬時工件之應變分佈 (續)

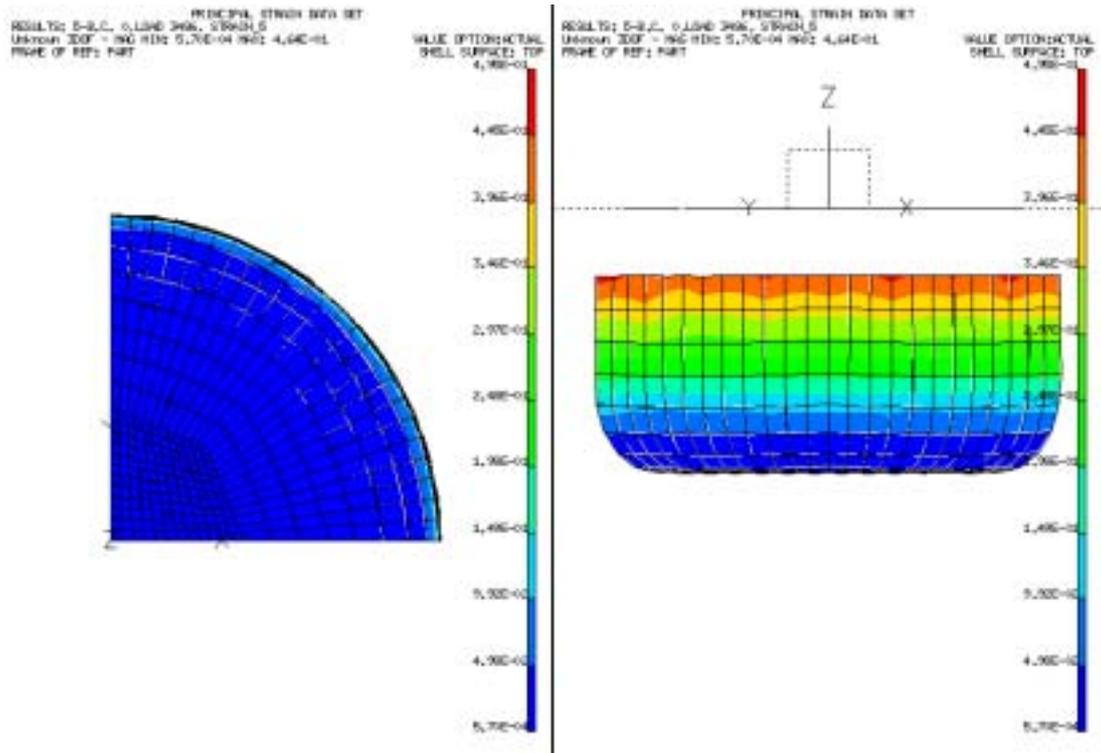


(D-1) 沖頭衝程達 32 mm 時等向性料片之應變分佈

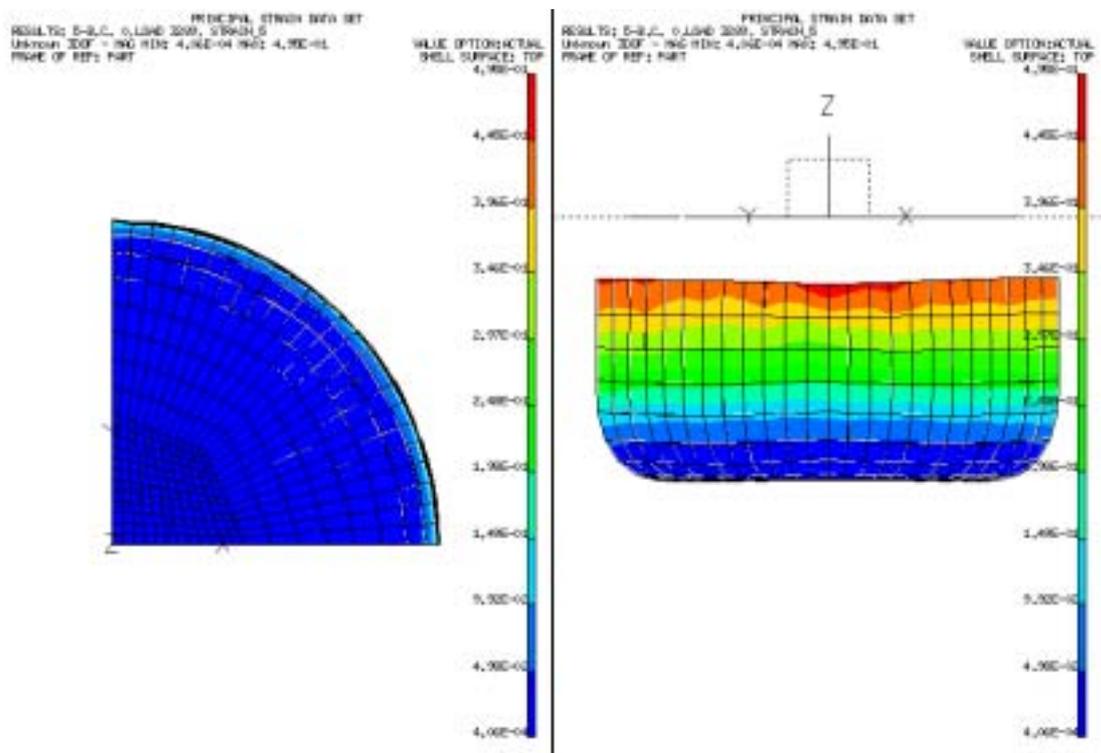


(D-2) 沖頭衝程達 32 mm 時異向性料片之應變分佈

圖 4-38 圓杯引伸成形模擬時工件之應變分佈 (續)



(E-1) 沖頭衝程達 40 mm 時等向性料片之應變分佈



(E-2) 沖頭衝程達 40 mm 時異向性料片之應變分佈

圖 4-38 圓杯引伸成形模擬時工件之應變分佈 (續)

五、金屬板材深引伸耳緣成形製程之分析

5.1 實驗設備

為驗證理論與實驗的正確性，故於油壓成形機上完成實驗。本計畫所採用的實驗設備包含一部五十噸的液壓成形機及一套 VIEWDAC 軟體與一組數值資料擷取設備，而實驗之數據將透過數值資料擷取設備擷取，並由電腦螢幕即時顯示成形過程中沖頭負荷與衝程之關係，圖 5-1 所示為金屬板材深引伸耳緣成形實驗之整體系統配置圖。

本計畫設計一組深引伸成形模具，其中包括圓柱形沖頭、壓料板和沖模，將其裝置於五十噸的液壓成形機上並校正完畢，其引伸成形實驗所使用圓柱形沖頭、壓料板、沖模之照片如 5-1 所示。圖 5-2 所示引伸耳緣成形實驗的模具相關尺寸圖。

本實驗採用硬脂酸鋅粉 $[Z_n(C_{18}H_{35}O_2)]$ 之乾式潤滑劑，以減少實驗時工件與模具間之摩擦。

5.2 實驗原理與步驟

實驗操作過程可分成以下幾個階段：

- (1) 將主壓缸與緩衝缸之電壓感測之輸出線路分別連接到 KEITHLEY 500A 資料擷取器中的 AMM2 卡上不同的埠位，可將主壓缸與緩衝缸的類比訊號轉換為數位訊號，其電壓值經過轉換成負荷值後，將其儲存於個人電腦中。
- (2) 主壓缸與緩衝缸之位移可藉由光學尺的線路，透過電纜線連

接於個人電腦的 RS-232 埠位，以便即時記錄位移變化。

- (3) 上述主壓缸與緩衝缸之負荷與位移的數據，皆透過 VIEWDAC 資料擷取套裝軟體即時顯示，並記錄於檔案中，在電腦螢幕上，可顯示主壓缸位移的絕對行程、實際加工行程及主壓缸與緩衝缸之負荷變化。
- (4) 將所有實驗數據透過網路傳輸或備份至磁片到工作站上，進行數值分析與比較。

實驗主要程序如下：

- (1) 實驗所使用的材料是採用中國鋼鐵股份有限公司所提供的鋼板，以 CNC 線切割機裁切成直徑 125.0mm 的料片，並於電子顯微鏡上觀察料片之金相組織，以了解金屬板片在軋軋時的壓延方向，可作為日後觀察材料異向性導致耳緣及其成長方向的參考。
- (2) 將模具安裝於液壓成形機上，並以厚薄規量測沖頭與模具間隙，以確認模具組之同心度。
- (3) 將料片與模具相接觸的區域，分別均勻塗上一層硬脂酸鋅粉之乾式潤滑劑以作潤滑
- (4) 將於游標卡尺上設定料片與壓料板外徑之差值，然後將料片放置於壓料板上，再以游標卡尺定位的方式使料片與壓料板同中心。
- (5) 將間隔環放置在料片的外圍及壓料板的上方。
- (6) 當引伸開始時，壓料板往上移動，以 50Kgf/cm^2 緩衝缸壓力壓住間隔環，然後頂住模具，此時模具與料片之間保留有 0.1mm 之間隙。

- (7) 執行電腦程式並使沖頭以 1.2mm/sec 的平均速度將料片引伸成形為止。
- (8) 當料片引伸完全通過模具時，由於料片會產生回彈，因此當沖頭往回移動時料片會被模具抵住而自動脫離沖頭。
- (9) 實驗所得主壓缸行程與負載之數據經由個人電腦及資料擷取設備記錄。
- (10) 將不同的料片重複實驗步驟 1 至 7。
- (11) 使用量床量測工件耳緣之幾何尺寸。

5.3 邊界條件

圓杯深引伸成形過程中，料片會與沖頭、壓料板及下模接觸。因此在接觸時，如何使得節點沿著沖頭、壓料板和下模表面移動，實為邊界條件處理上之重要課題，因此需瞭解成形過程中節點是否與模具接觸或分離，故可分為接觸節點與自由節點。圖 5-3 顯示深引伸耳緣成形製程之料片邊界條件。由於料片在幾何外型具對稱性節省運算時間，因此將料片簡化為四分之一進行分析。

進行數值模擬時，均需給予料片適當之邊界條件，且邊界條件須設在節點上，於不能發生旋轉或位移的邊界節點方向上給予拘束，圖 5-3 中雙箭號表示旋轉拘束，單箭號為位移拘束，在 X 軸上的節點為 X 與 Z 方向旋轉拘束， Y 方向為位移拘束，而在 Y 軸上的節點為 Y 及 Z 方向旋轉拘束， X 方向為位移拘束。而料片有限元素網格分割之節點與元素總數分別為 805 個節點與 760 個元素。

由於各個節點之接觸狀況會隨圓杯引伸成形過程中料片的變形而有所變化，故在每一位移增量步驟計算時，均需對接觸之節點檢查

其節點力之法線分量是否小於或等於零，若小於或等於零則下一位移增量步驟需將此節點之邊界條件更改為自由節點之邊界條件。原來為自由節點亦需檢查其幾何位置是否與模具接觸，若接觸則在下一位移增量步驟計算時，將此節點之邊界條件更改為接觸節點之邊界條件。以上所述之判斷方式是以廣義 r_{\min} 方法來處理。

5.4 材料參數

本實驗所用的料片是由中國鋼鐵股份有限公司所提供，並委託中鋼冶金實驗組依 JIS 規範進行料片的拉伸實驗，以獲取材料之參數，並利用最小平方法求得鋼板之應力-應變特性曲線方程式：

$$\text{應力-應變關係式： } \bar{\sigma} = 514.734(0.006309 + \bar{\varepsilon}_p)^{0.227} \text{ MPa}$$

$$\text{料片原始厚度： } t = 1.00 \text{ mm}$$

$$\text{降伏應力： } \sigma_y = 163.00 \text{ MPa}$$

$$\text{楊氏係數： } E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$\text{柏松比： } \nu = 0.3$$

$$\text{Lankford 值： } r_0 = 2.04, r_{45} = 1.3, r_{90} = 2.16$$

5.5 數值模擬分析

本計畫所探討之金屬板材深引伸耳緣成形製程具幾何對稱性，故在分析時僅採取四分之一外形的料片，進行數值模擬以節省電腦運算時間，材料性質則採異向性分析，而積分法則是採用選擇簡化積分法進行分析，有限元素分析是採用四節點四邊形退化殼元素推導其剛性

矩陣，並由 I-DEAS 套裝軟體建立模具與進行前後處理，而模具之有限元素網格分割是採用三角形元素，料片之有限元素網格分割則採用四邊形元素。在數值解析時，必須清楚的描述節點力、節點位移、元素應力與元素應變等物理量，故每一位移增量步驟計算時，均需對接觸節點與自由節點檢查其節點受力及接觸情形，以作為實際位移增量之判斷依據。而工件與模具接觸界面間之摩擦分析是採用庫侖摩擦定律。

上述之資料再輸入本計畫所發展的彈塑性大變形有限元素分析程式中進行數值解析，最後產生所模擬的板金深引伸成形之結果與實驗結果做比較，並將分析結果輸入 I-DEAS 軟體顯示數分析後料片之沖頭負載與沖頭位移之關係、成形歷程、成形後工件厚度、應力、應變分佈圖形及最終變形圖。

5.6 數值分析與實驗結果之比較

為了驗證本計畫中所發展之彈塑性大變形有限元素分析程式可合理的模擬深引伸耳緣成形之製程，本計畫設計出一組圓柱形深引伸耳緣成形模具進行實驗，在分析方面則是採用異向性之材料參數來進行數值模擬分析，最後再將數值模擬分析之結果與實驗結果相比較，以驗證本分析程式的正確性。

5.6.1 工件之應力分佈

圖 5-4 所示為深引伸耳緣成形數值分析之最大主應力分佈圖，圖中所示為四分之一工件於 Z 軸旋轉 45 度後之正視圖，圖中色層區標示的應力單位為 MPa。在引伸成形過程中料片與模具接觸之區域可分

為三個部分，一為引伸杯底部，二為杯底圓弧角，三為引伸杯直壁，圓杯深引伸成形時料片在凸緣部位圓周方向產生壓縮應力，而徑向產生拉伸應力並且受到壓料板的壓應力，另外在沖頭與下模圓弧角接觸區域產生彎曲應力，直壁部份產生拉伸應力，而杯底受到沖頭端面的影響產生壓應力。

5.6.2 工件之應變分佈

圖 5-5 所示為深引伸耳緣成形數值分析之最大主應變分佈圖，圖中所示為四分之一工件於 Z 軸旋轉 45 度之正視圖。當料片流入下模時，最大應變受到最大應力分佈在杯緣，並且向 45 度方向集中之現象而產生引薄現象，故最大應變分佈寬度在 0 度與 45 度方向杯緣區域較大。

5.6.3 工件之厚度分佈

引伸杯底部承受沖頭端面壓應力與拉應力在引伸成型過程中未超過降伏應力而在彈性範圍內，故料片厚度沒有明顯改變；沖頭與下模圓弧角接觸區域是承受拉伸力最大的地方，因此產生較大的應力集中現象，且圓周壓縮應力較小，故在此處厚度的縮減量較大。隨著圓弧角上移之應力集中現象逐漸減緩而圓周壓縮應力亦逐漸增加，故厚度也隨之增加；隨著衝程的增加，料片脫離壓料板流入模穴時，因直壁部位拉伸應力的因素，造成引薄效應，使產生第二個最小厚度值，隨後在逐漸增加。如圖 5-6 為衝程達 60mm 時之工件厚度分佈圖。

由應力應變以及厚度分佈可知圓杯引伸耳緣成形製程之杯壁於 45 度方向有應力集中現象，且在杯口端緣部分受到的應力與應變較

大，而在圓杯底部的應力與應變較小。厚度的分佈，會因成形後圓周方向的收縮應力，以致從杯底底部向杯口端緣部分逐漸地增加

從圖中得知因拉伸應力，使最大應力分佈寬度在 45 度方向處之杯壁與杯緣最大，且在 45 度杯口端緣處，有出現耳緣現象，而此現象與實驗結果相符，如照片 5-2 所示。

5.6.4 沖頭負荷與衝程關係之比較

進行圓柱形沖頭深引伸耳緣成形數值模擬時，在成形過程之負荷，主要受摩擦力、拉伸力，彎曲力的影響。圖 5-7 所示為深引伸耳緣成形數值分析與實驗之沖頭負荷與位移關係之比較，從圖中得知，沖頭負荷隨沖頭衝程之增加而遞增，當衝程達 26mm 時，負荷達到最大值，此時沖頭是與下模圓弧角接觸，在此區域是承受拉伸力最大的地方，因此產生較大的應力集中現象。

5.6.5 深引伸耳緣成形製程之成形歷程

圖 5-8 顯示深引伸成形模擬時工件之成形歷程，圖中顯示沖頭衝程於 0 至 60mm 時之異向性料片之變形圖，衝程於 0 至 40mm 時，此時料片還位於壓料板與沖模挾持之區域，故耳緣現象並不明顯，而當衝程達到 60mm 時，其料片外緣已脫離沖模與壓料板之挾持區域，故耳緣現象就會在沖模圓弧角之區域逐漸形成。

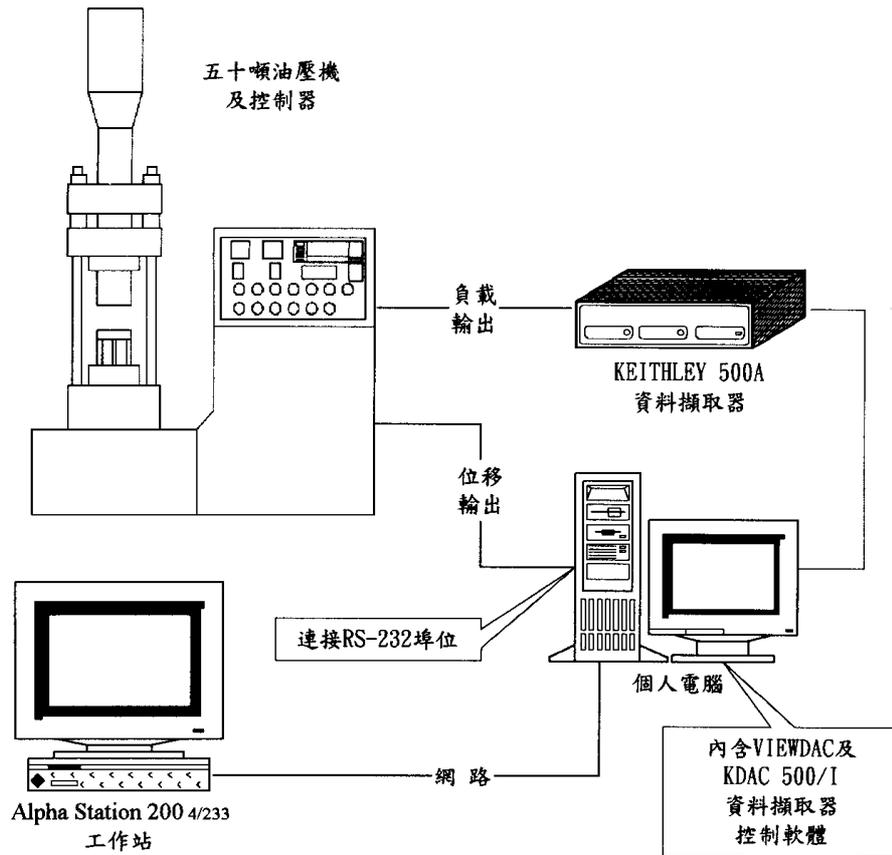


圖 5-1 實驗設備整體系統配置圖



照片 5-1 實驗模具圖

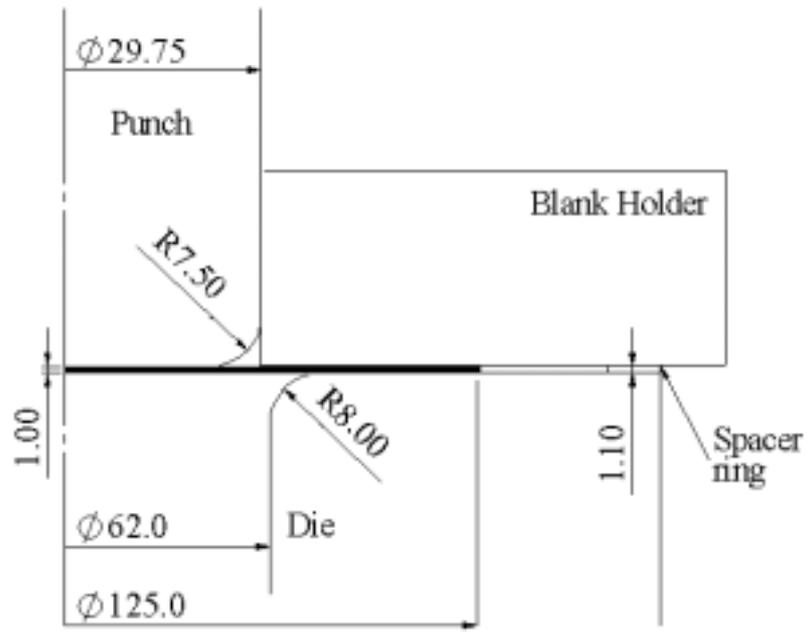


圖 5-2 深引伸耳緣成形之模具幾何尺寸

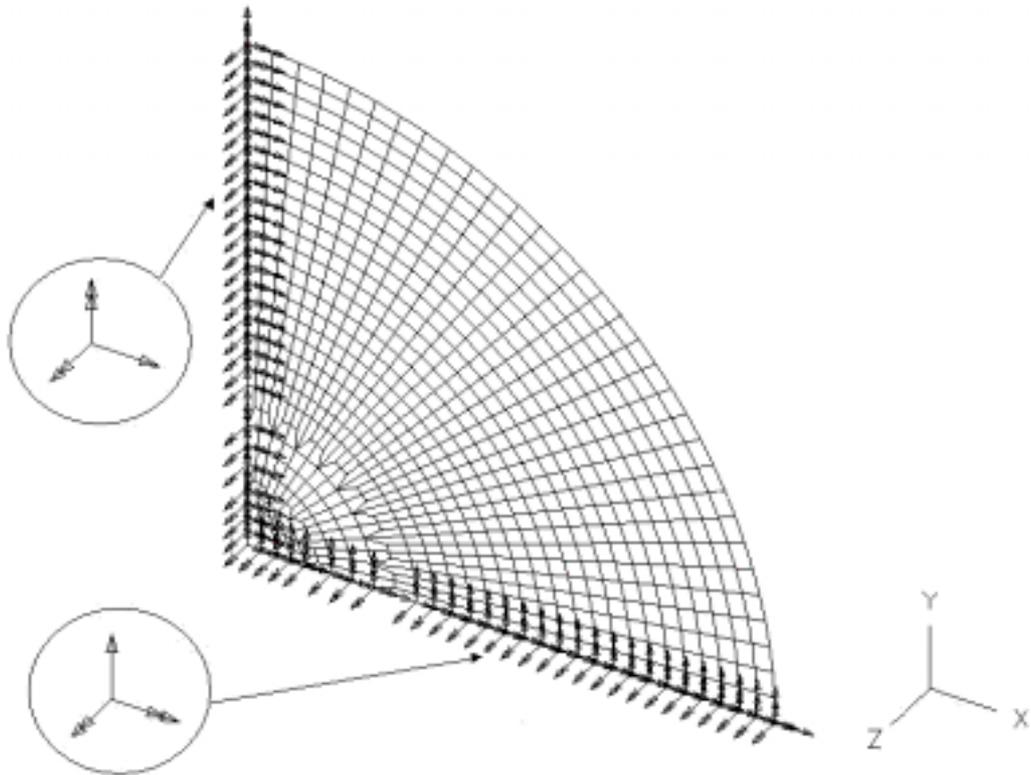


圖 5-3 深引伸耳緣成形製程之料片邊界條件

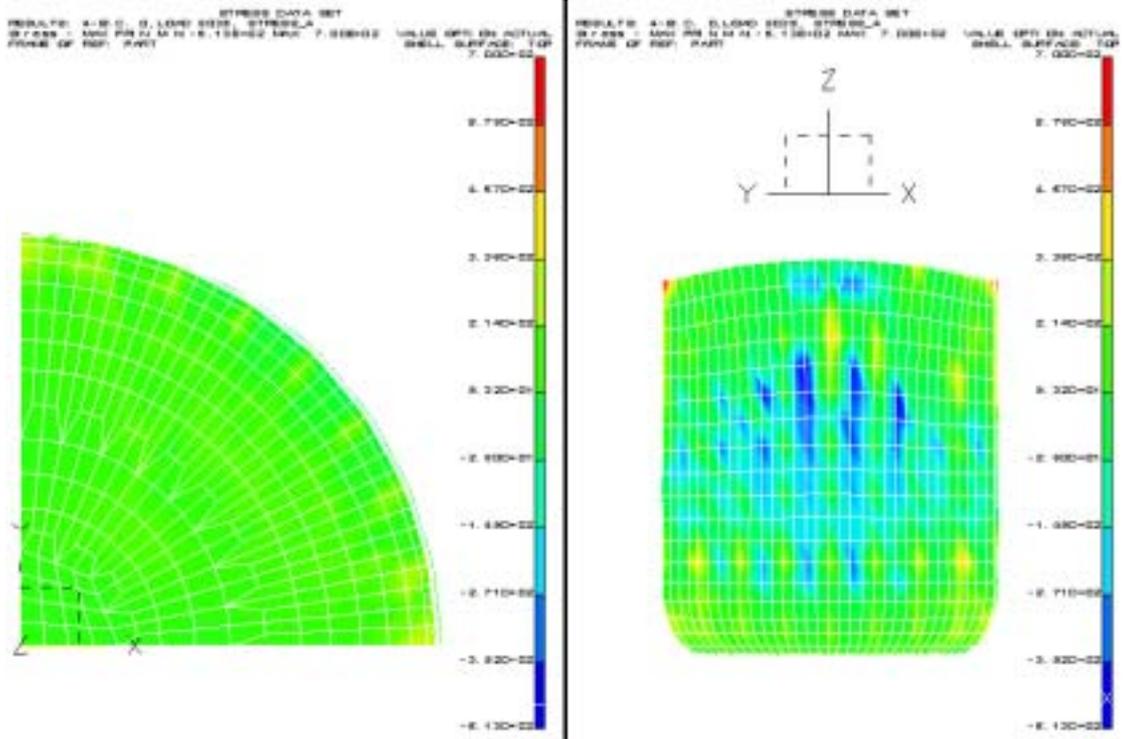


圖 5-4 深引伸耳緣成形數值分析之最大主應力分佈圖

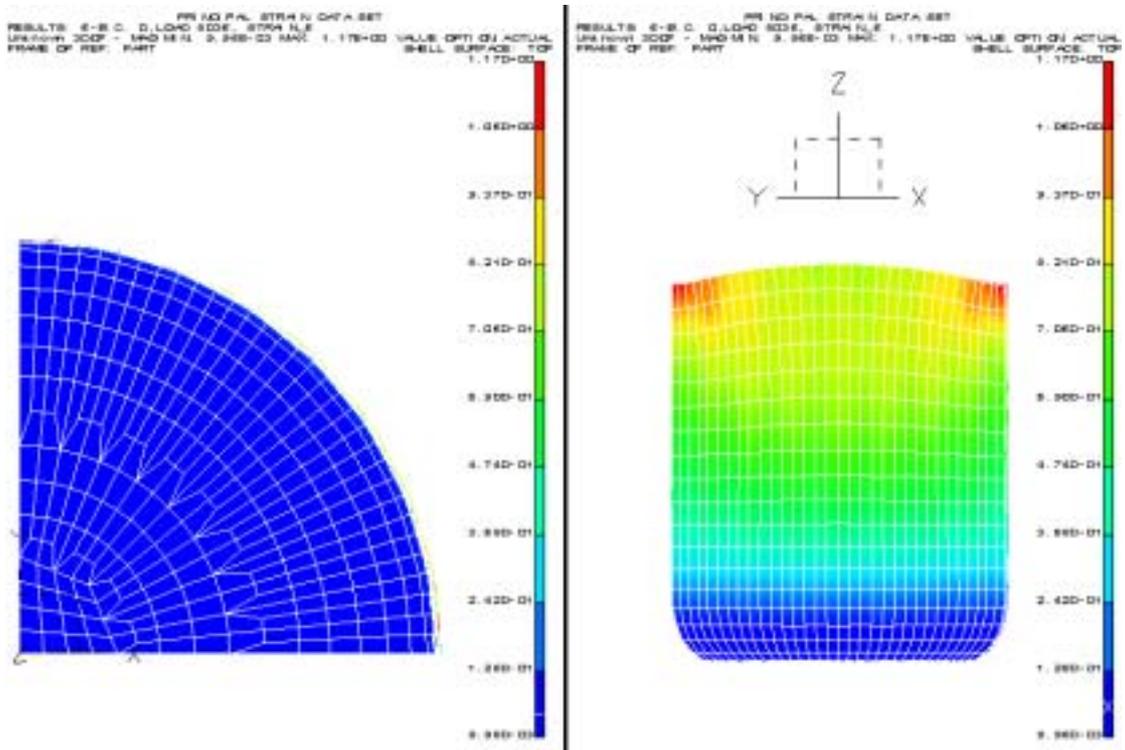


圖 5-5 深引伸耳緣成形數值分析之最大主應變分佈圖

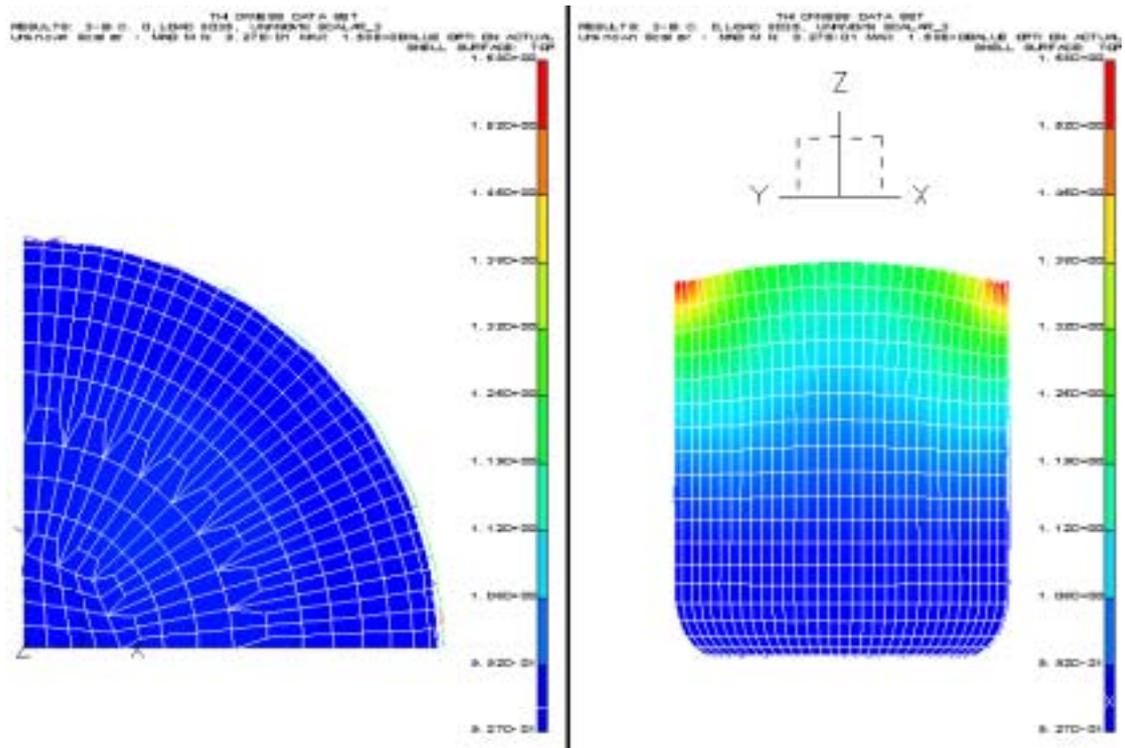


圖 5-6 衝程達 60.0mm 時之工件厚度分佈圖



照片 5-2 深引伸耳緣成形之工件

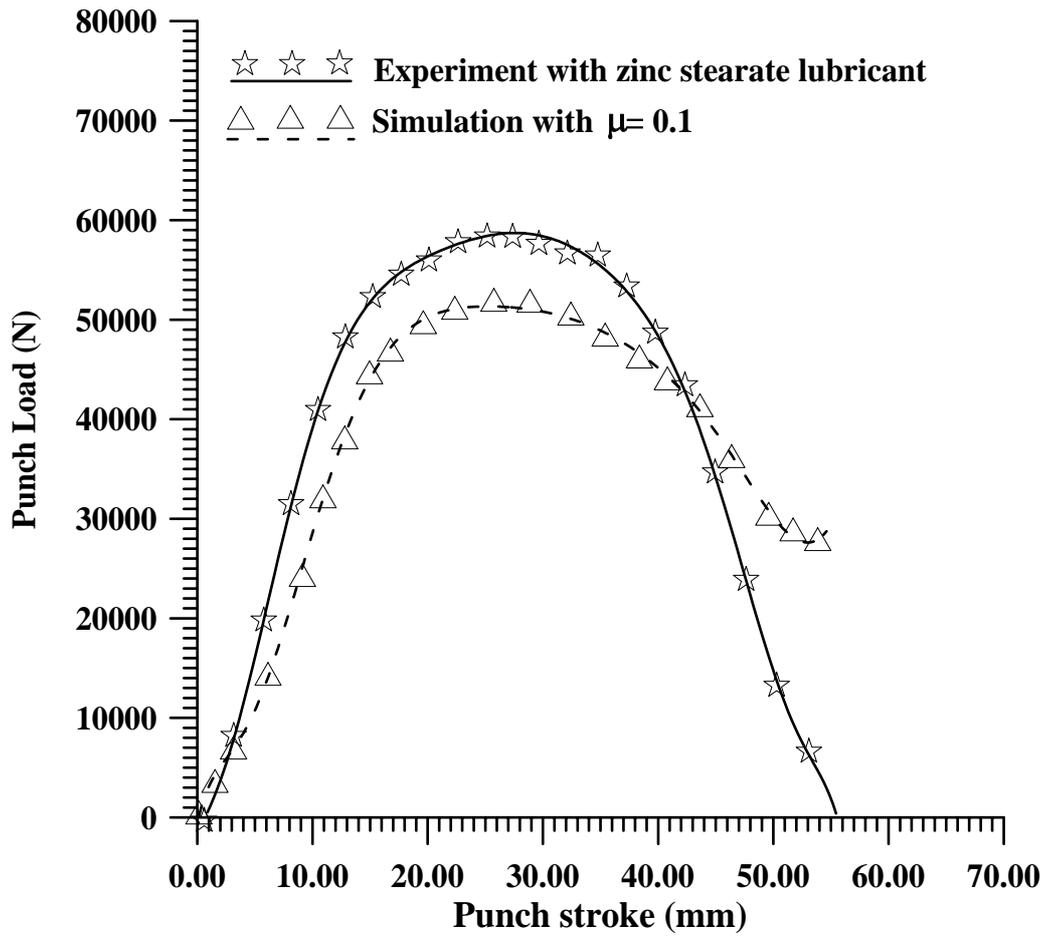


圖 5-7 深引伸耳緣成形數值分析與實驗之沖頭負荷與位移關係之比較

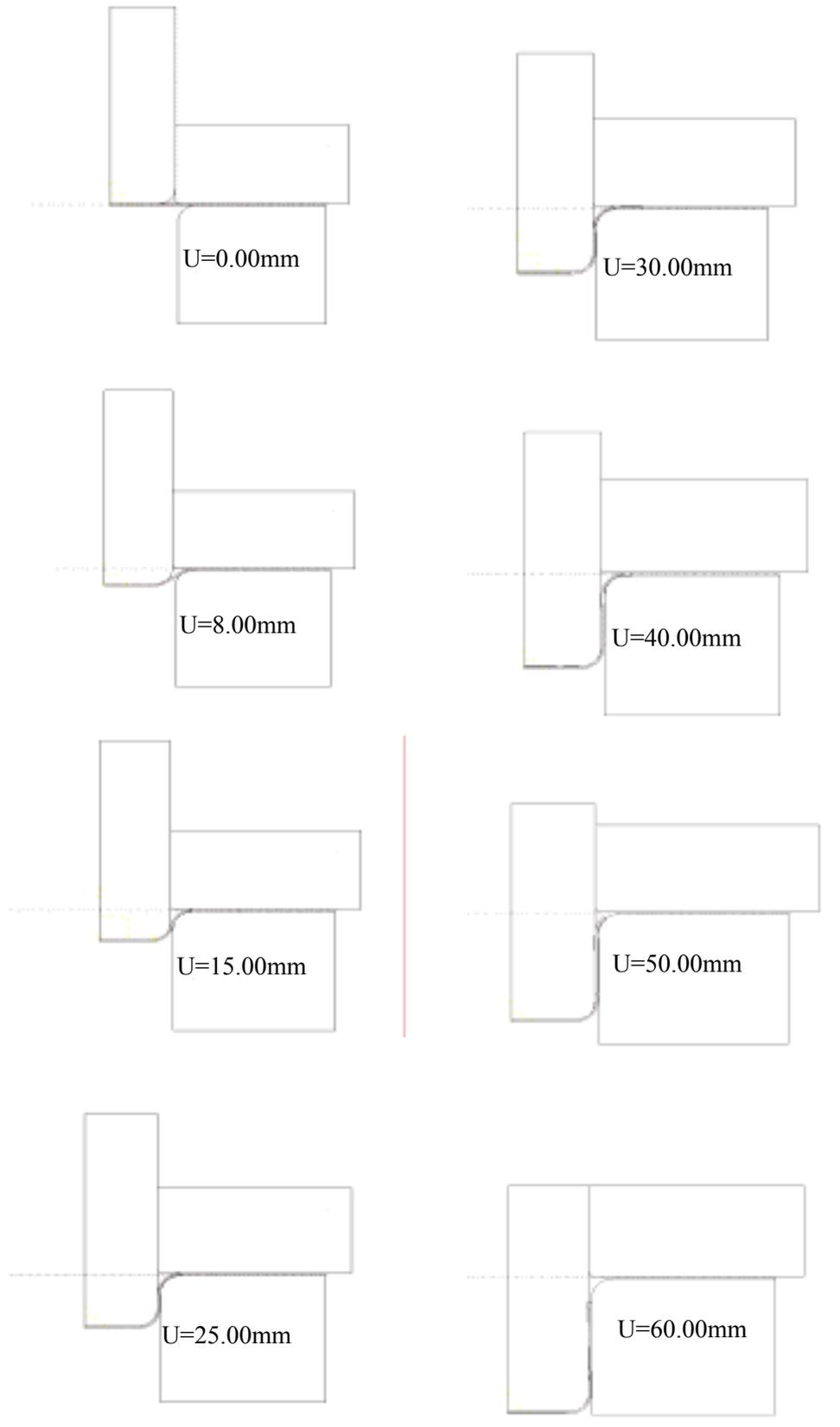


圖 5-8 深引伸成形模擬時工件之成形歷程圖

六、平行處理之分析

6.1 簡介

平行處理技術依其架構，大略可分為三種模式：(1) 共享記憶體多處理器系統(Shared Memory Multiprocessor System)模式，(2) 分散式記憶體多處理器系統(Distributed Memory Multiprocessor System)模式，(3) 叢集式系統(Clustering System)模式；而本計畫在平行處理技術的應用上採用第一種模式。

一般叢集式系統之平行處理所包含的優點為：

- (1) 負荷分散：電腦所需執行的工作量由各主機共同分擔，因此可以有效地減少處理時間或處理更多的工作。
- (2) 風險分散：由於全部工作並非由同一台電腦主機所承擔，所以當任何一台電腦主機出現故障時，都將是局部的，而不會造成整個系統全部癱瘓。
- (3) 獨立性強：平行處理系統中各部分的獨立性比集中處理系統強，因此可以很容易改變或增加系統功能。
- (4) 具經濟性：由於高速計算能力之處理器，其價格相當昂貴，所以可以利用數台低價位的電腦取代一部高價位的高速電腦，以節省購置硬體及維修之成本。
- (5) 減少實際執行的消耗時間(wall clock time)：因電腦總工作量已經由多台電腦主機分散方式執行，如此達到作業分工之方式來降低執行程式所需消耗時間。
- (6) 突破記憶體的限制：以往單一主機之記憶體容量往往受限於主機板之限制，透過平行處理之方式後，記憶體之容量可擴

充至數倍或數十倍之多，使得需較長時間計算或較複雜之程式，可於較短之時間內求得結果。

本計畫將平行處理技術偶合入金屬板材深引伸耳緣成形之有限元素分析程式，並利用區域分割法做為平行處理的計算方法，將需要進行數值分析的計算區域切割成數個子區域，再針對這些子區域進行計算，最後再將這些子區域之計算結果組合，同時使用 Compaq KAP Fortran/OpenMP 編譯軟體將原始程式進行平行化處理，而此軟體對原始程式進行平行化處理時提供了三種型式，分別為自動偵測模式、指令設定模式及結合前兩者功能之組合模式。一般使用自動偵測模式之編譯便可達到平行化的功能；若是使用指令設定模式，則可以在編譯程式時即給予參數設定，使得平行運算時能達到更高的效能。關於 Compaq KAP Fortran/OpenMP 編譯軟體之最佳化包含以下功能

- (1) 資料區域化之記憶體管理。
- (2) 副程式內建化。
- (3) 迴圈的重新排序。
- (4) 歸納變數的識別。
- (5) 整體性的前向取代。
- (6) 變數使用期的分析。
- (7) 無變化的 IF 指令重置。
- (8) 迴圈分割。
- (9) 純量的最佳化處理。

而 Compaq KAP Fortran/OpenMP 編譯軟體特別適用於強調以下條件之程式

- (1) 密集性的 CPU 使用率。

- (2) 龐大的迴圈數量或迴圈界限特別大時。
- (3) 應用於龐大的資料集。
- (4) 資料可以有效的再利用。
- (5) 大量的副程式或程序呼叫次數。
- (6) 大量的浮點數計算。

本計畫所建構平行運算的伺服器為 AlphaServer DS20E，其硬體配備包含 667MHz Ev67 之 CPU 兩顆、快取記憶體 8MB，及隨機記憶體 2048MB，而作業系統為 Tru64 UNIX，硬體規格細節如表 6-1 所示。在伺服器載入 Compaq KAP Fortran/OpenMP 編譯軟體時，將會對系統環境變數進行設定如下

```
setenv OMP_SCHEDULE      (static,dynamic,guided,runtime)
setenv OMP_DYNAMIC      (default is false.)
setenv OMP_NESTED      (default is false.)
setenv OMP_NUM_THREADS  (default value is the number of
                        processors on the current system.)
```

經 Compaq KAP Fortran/OpenMP 軟體編譯後，會將原始程式平行化處理，例如原始程式中含有 do 迴圈的指令經過平行化處理後，會自動將其轉換為平行化之指令形式，而底下之程式片段為未經平行化編譯的原始程式

```
subroutine do_1 (a,b,n)
real a(n,n), b(n,n)
do i = 2, n
do j = 1, i
b(j,i) = ( a(j,i) + a(j,i-1) ) / 2
```

```

        enddo
    enddo
end

```

及經過編譯軟體平行化處理後，其原始程式將改變如下

```

subroutine do_1 (a,b,n)
real a(n,n), b(n,n)
!$omp parallel
!$omp&   shared(a,b,n)
!$omp&   private(i,j)
!$omp do schedule(dynamic,1)
    do i = 2, n
        do j = 1, i
            b(j,i) = ( a(j,i) + a(j,i-1) ) / 2
        enddo
    enddo
!$omp end do nowait
!$omp end parallel
end

```

若程式中有需要更新共享陣列之資料內容，則得以!\$omp single 及!\$omp end single 將此程式片段獨立出來，並必須將緊鄰此指令前之!\$omp end do nowait 略去，以便等待 do 迴圈執行完畢，才進入此資料更新程式繼續執行，其程式說明如下所示

```

subroutine sp_1a (a,b,n)
real a(n), b(n)

```

```

!$omp parallel
!$omp&   shared(a,b,n)
!$omp&   private(i)
!$omp do
    do i = 1, n
        a(i) = 1.0 / a(i)
    enddo
!$omp single
    a(1) = min( a(1), 1.0 )
!$omp end single
!$omp do
    do i = 1, n
        b(i) = b(i) / a(i)
    enddo
!$omp end do nowait
!$omp end parallel
end

```

6.2 數值分析

有限元素分析之前處理係以 I-DEAS 軟體做網格分割及邊界條件設定，再將資料轉入已平行化的程式於伺服器上進行分析，最後將數值分析的結果透過 I-DEAS 軟體作後處理的數據及圖檔輸出。相關的模具幾何尺寸及配置如圖 5-2 所示，而料片則採用與 5.4 節相同的材料參數。

6.3 結果與討論

圖 6-1 顯示深引伸耳緣成形平行處理前後之數值分析與實驗的沖頭負荷與位移關係之比較，從圖中可知平行處理前後之數值分析模擬所得的沖頭負荷與位移關係曲線幾乎重合，同時在沖頭衝程達 24.151mm 時得到沖頭負荷最大值，且與實驗曲線的趨勢相當一致。

圖 6-2 顯示深引伸耳緣成形平行處理前後使用全積分與選擇減化積分法則之數值分析的沖頭負荷與位移關係之比較，從圖中可知全積分法則的沖頭負荷略大於選擇減化積分法則的沖頭負荷，因為全積分法應用於材料近似不可壓縮或板材於成形製程中厚度變的很薄時，都將使剛性矩陣易造成過度拘束(overconstraint)的數值高估現象，因此會使得沖頭負荷的分析值偏高。

圖 6-3 顯示深引伸耳緣成形平行處理前後使用全積分與選擇減化積分法則之數值分析沿軋軋方向厚度分佈之比較，圖 6-4 則顯示深引伸耳緣成形平行處理前後使用全積分與選擇減化積分法則之數值分析於軋軋方向夾 45 度角之厚度分佈之比較，而圖 6-5 則顯示深引伸耳緣成形平行處理前後使用全積分與選擇減化積分法則之數值分析垂直軋軋方向厚度分佈之比較，圖中皆顯示相對距離為零之量測起點為圓杯杯底之中心點，由於鄰近此區域之元素僅承受彈性變形，因此此區域的厚度值幾乎近似初始厚度值，而隨著相對距離的增加，厚度值亦隨之遞增，直到圓杯最外緣時因承受圓周收縮應力的影響而得到厚度最大值。

圖 6-6 與圖 6-7 分別顯示深引伸耳緣成形最大主應力及其等值線分佈圖，圖中右側部分的視角是四分之一圓形料片於 Z 軸方向旋轉 45 度後之正視圖，左側部分的視角則為上視圖，圖中顯示圓杯在直

壁部鄰近耳緣較高之杯口端緣處所受的應力較大。

圖 6-8 與圖 6-9 分別顯示深引伸耳緣成形最大主應變及其等值線分佈圖，圖中右側部分的視角為四分之一圓形料片於 Z 軸方向旋轉 45 度後之正視圖，左側部分的視角則是上視圖，圖中顯示圓杯在直壁部鄰近耳緣較高之杯口端緣處所受的應變較大。

圖 6-10 顯示圓杯深引伸耳緣成形實驗後，擷取成形工件之數位影像與數值分析結果相互套疊比較，從圖中可以明顯看出，數值分析後之有限元素網格變形所產生耳緣的成形位置與輥軋方向成 45 度之高度與實驗結果相近，但是在輥軋方向與垂直輥軋方向之高度值則偏差較大。

圖 6-11 顯示深引伸耳緣成形平行處理前後使用選擇減化積分法則之數值分析所需 CPU 時間之比較，分析時有限元素網格分割之節點總數為 3139 個，而元素總數則為 3690 個，由圖中可知，雖然使用相同的程式，並選用選擇減化積分法則之條件下，但由於原始程式經由 Compaq KAP Fortran/OpenMP 編譯軟體作平行化處理後，使得執行平行化程式所需的時間由未平行處理前的 906.97 分鐘減少為平行處理後的 748.76 分鐘，約節省 17.44% 的運算時間，顯示程式在經過平行處理技術後確實可改善運算效能。

圖 6-12 顯示深引伸耳緣成形平行處理前後使用全積分法則之數值分析所需 CPU 時間之比較，分析時有限元素網格分割之節點總數為 3139 個，而元素總數則為 3690 個，由圖中可知，雖然使用相同的程式，並選用全積分法則之條件下，但由於原始程式經由 Compaq KAP Fortran/OpenMP 編譯軟體作平行化處理後，使得執行平行化程式所需的時間由未平行處理前的 1209.9 分鐘減少為平行處理後的

998.85 分鐘，約節省 17.44%的運算時間，顯示程式在經過平行處理後確實可以得到較佳的運算效能。

圖 6-13 顯示深引伸耳緣成形平行處理前後使用選擇減化積分法則之數值分析，於不同元素數量之網格分割下執行程式所需 CPU 時間之比較，由圖中可知，經過平行處理技術的程式執行所需的時間皆比未使用平行處理的原始程式執行時間減少約 17%至 20%之間。

表 6-2 與表 6-3 分別顯示深引伸耳緣成形平行處理前後使用全積分與選擇減化積分法則於不同元素總數之數值分析，所需 CPU 時間之比較，表 6-2 中料片的元素總數為 740 個，而表 6-3 中料片的元素總數則為 340 個。從表中可以看出，程式使用平行處理前後在總執行時間及每一沖頭位移增量步驟所需 CPU 執行時間上的差異，經過平行處理後的程式，其執行時間比未平行處理之原始程式的執行時間少，因此可確認分析程式在經過平行處理技術之後確實可以提昇程式的運算效能，而使用選擇減化積分法則所需的 CPU 執行時間又比使用全積分法則所需的 CPU 執行時間少。

表 6-1 AlphaServer DS20E 6/667 UNIX Packaged System 規格說明

項次	內容說明	數量
一	AlphaServer DS20E 6/667 UNIX Packaged System Hardware Includes: -667MHz Ev67 CPU -8MB DDR cache -1.44MB Floppy -600MB CD-ROM drive -Mouse Software Includes: -Tru64 UNIX Base Lic -Unlimited User Lic -Compaq Insight Manager -Internet AlphaServer System Software Kit	1
二	AlphaServer DS20E Pedestal/Tower Kit	1
三	PCILVD SCSI, 10/100 Enet,2D -LVD SCSI II -10/100 Ethernet -2D graphic	1
四	6Slot Card Cage for the ES40 & DS20E Platforms Providing support for 1" drives	1
五	18GB 10K rpm U3 Universal Hard driv	1
六	Power Cord U.S./Canada/Japan -EOQ=1	1
七	101/102key Keyboard	1
八	AlphaServer DS20E6/667 SMP Upgrad: Includes EV67/667MHz CPU and Tru64 UNIX SMP extension license	1
九	Kingstone 1024MB RAM	2

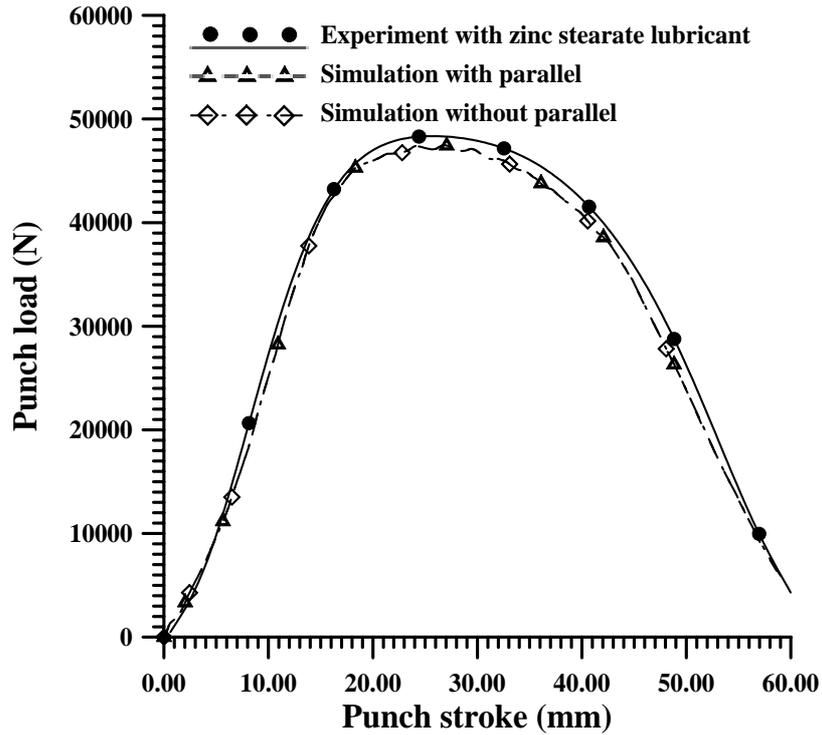


圖 6-1 深引伸耳緣成形平行處理前後之數值分析與實驗的沖頭負荷與位移關係之比較

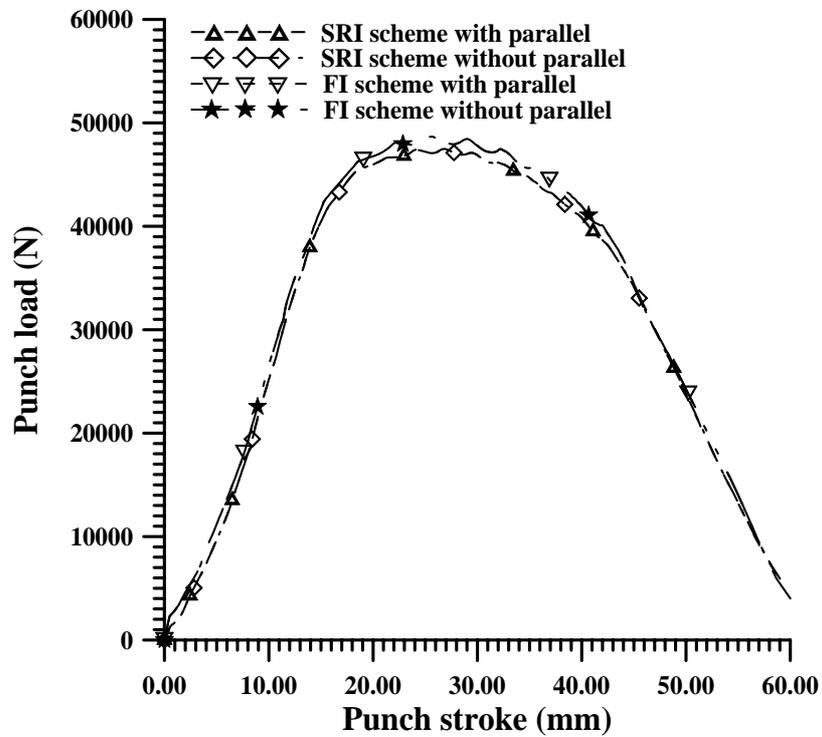


圖 6-2 深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則之數值分析的沖頭負荷與位移關係之比較

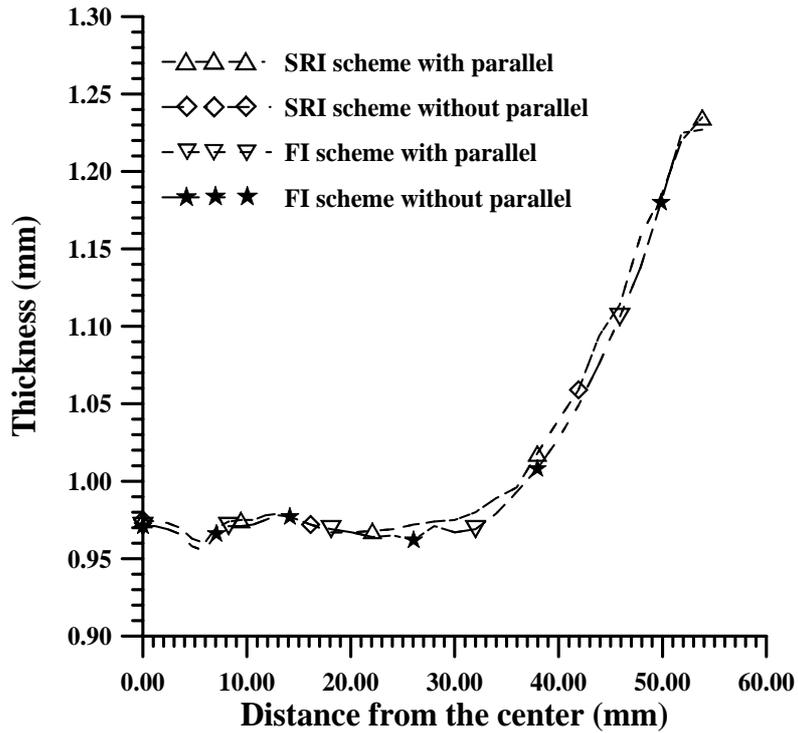


圖 6-3 深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則之數值分析
沿軋軋方向厚度分佈之比較

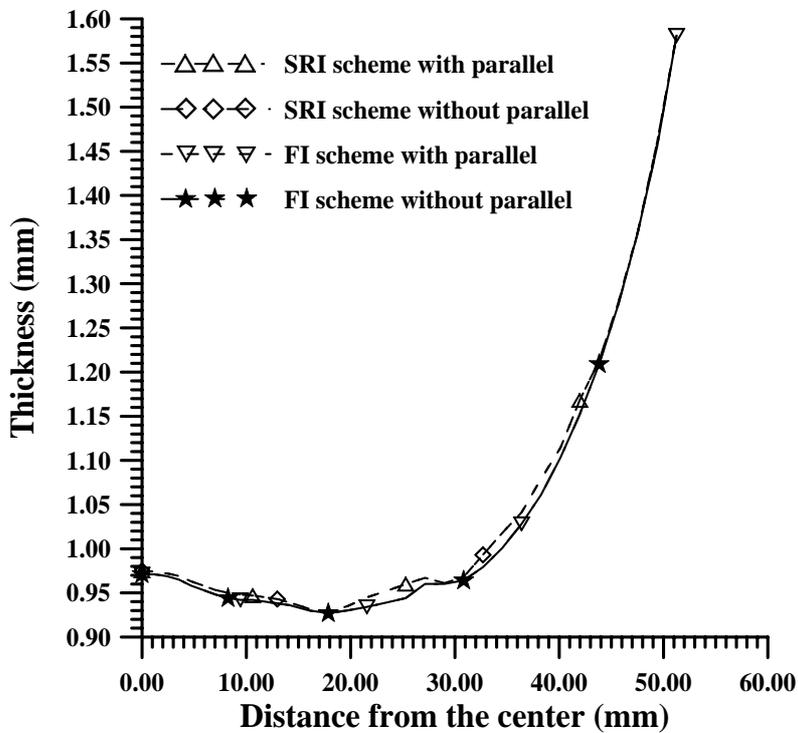


圖 6-4 深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則之數值分析
於軋軋方向夾 45 度角之厚度分佈之比較

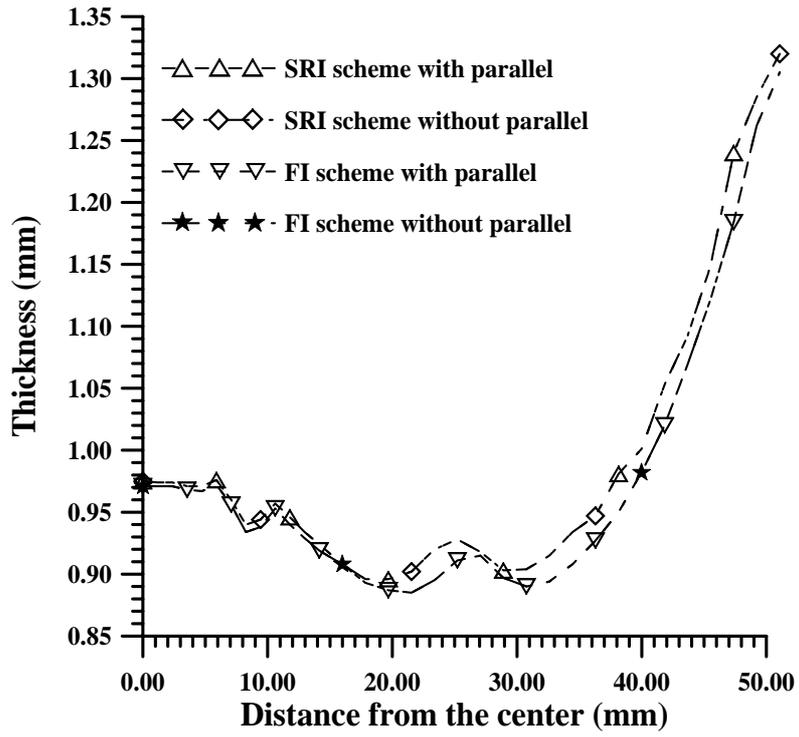


圖 6-5 深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則之數值分析
垂直軋軋方向厚度分佈之比較

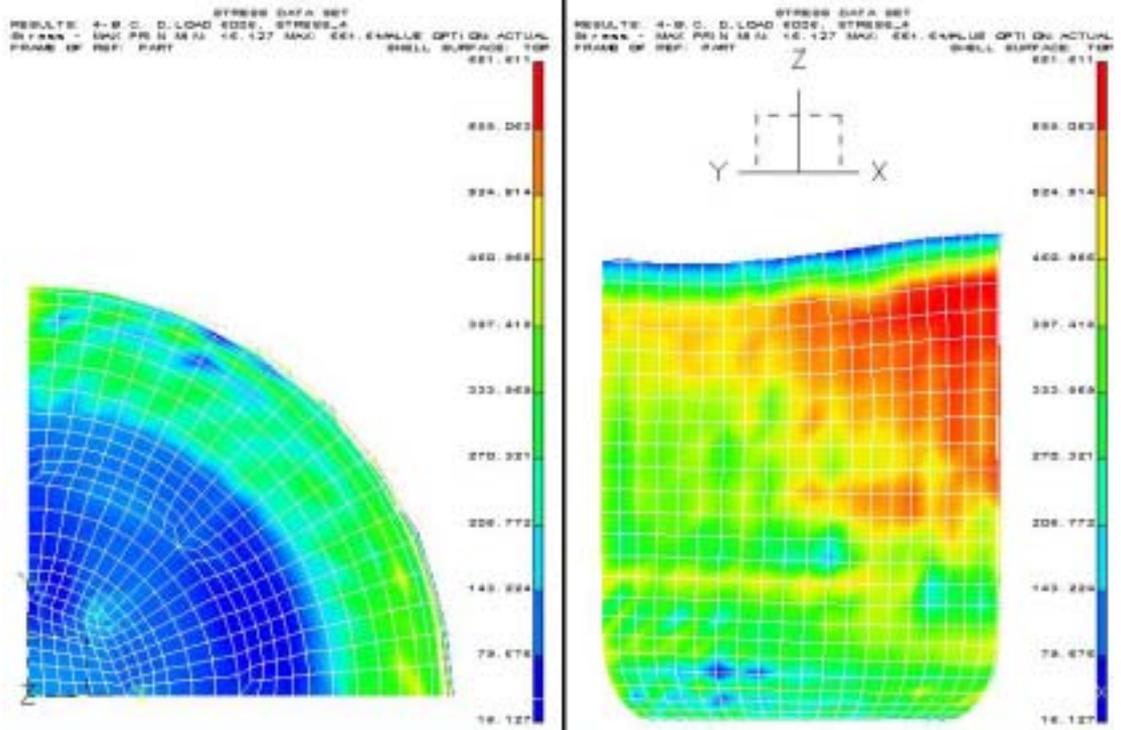


圖 6-6 深引伸耳緣成形最大主應力分佈圖

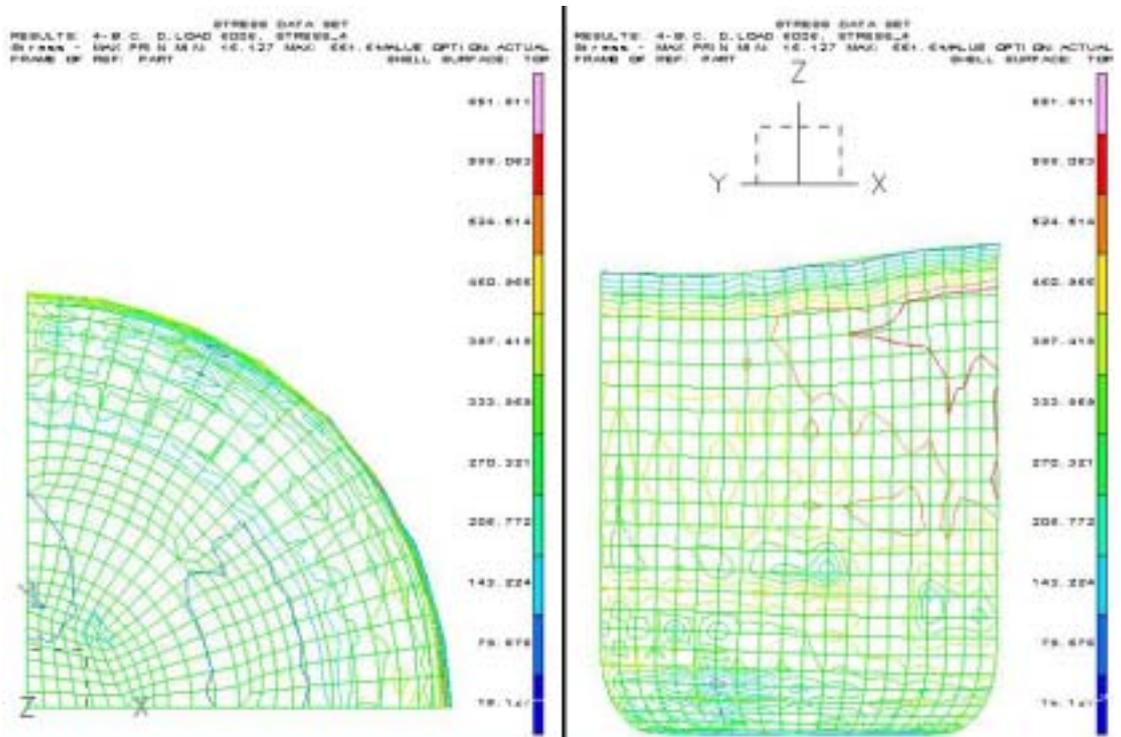


圖 6-7 深引伸耳緣成形最大主應力等值線分佈圖

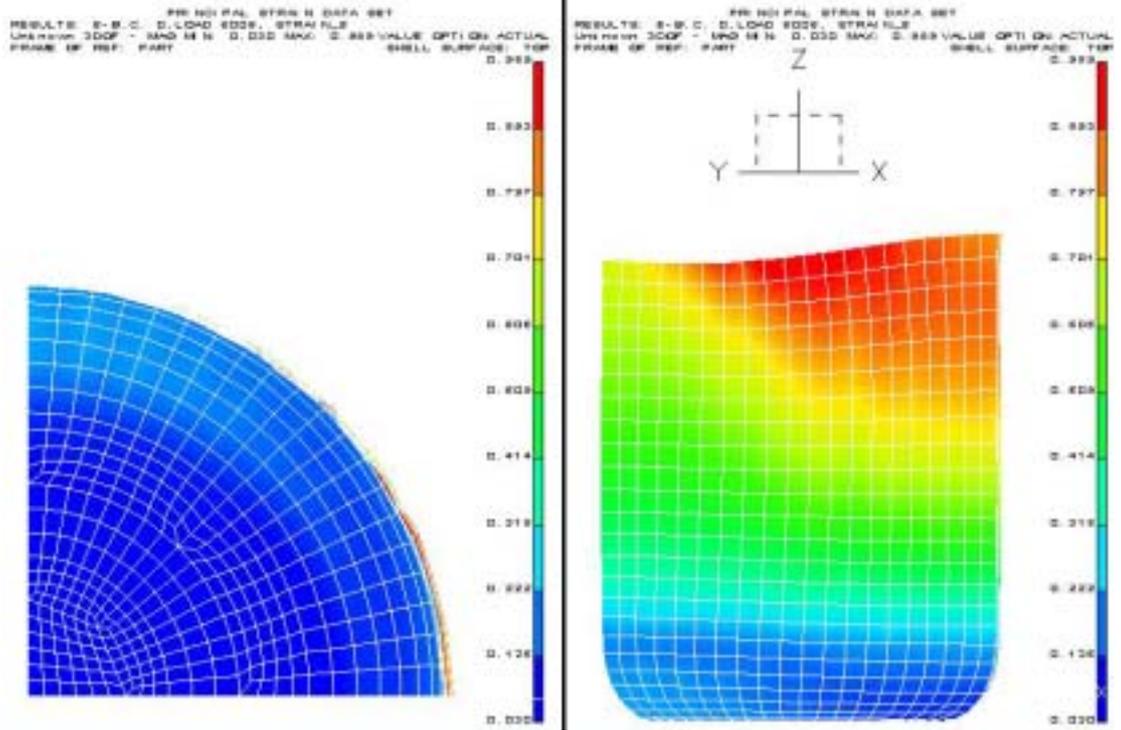


圖 6-8 深引伸耳緣成形最大主應變分佈圖

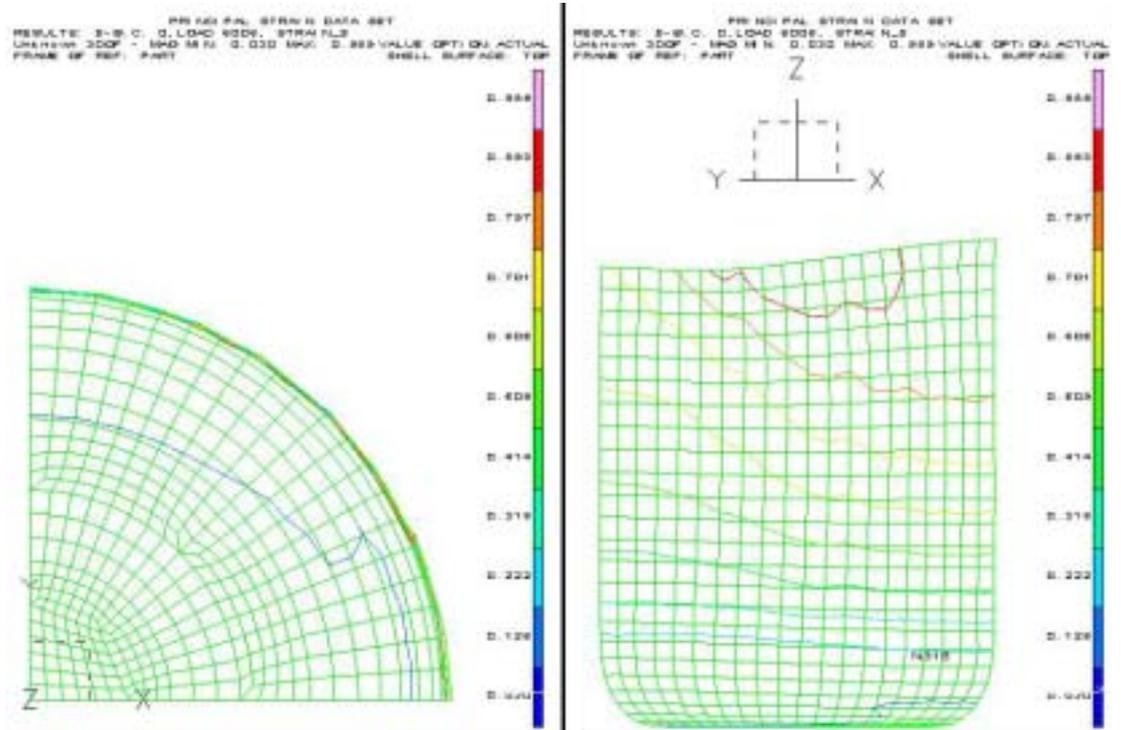


圖 6-9 深引伸耳緣成形最大主應變等值線分佈圖



圖 6-10 擷取成形工件之數位影像與數值分析結果套疊比較

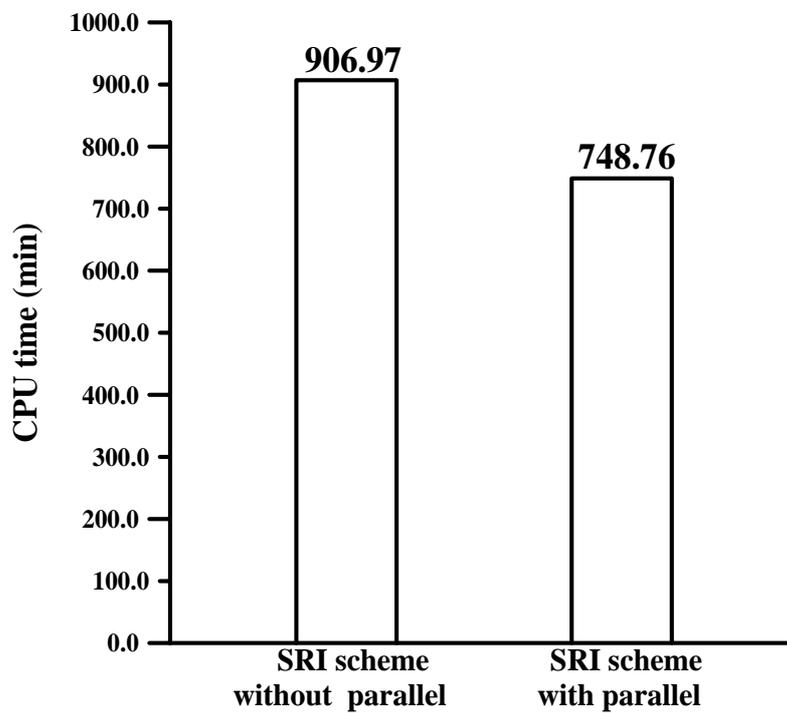


圖 6-11 深引伸耳緣成形平行處理前後使用選擇減化積分法則之數值分析所需 CPU 時間之比較

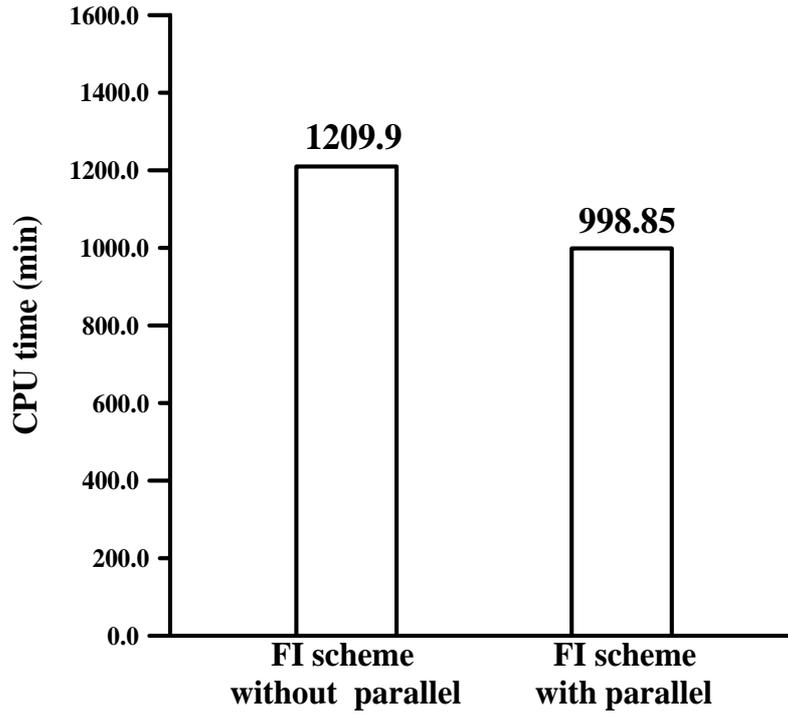


圖 6-12 深引伸耳緣成形平行處理前後使用全積分法則之數值分析
所需 CPU 時間之比較

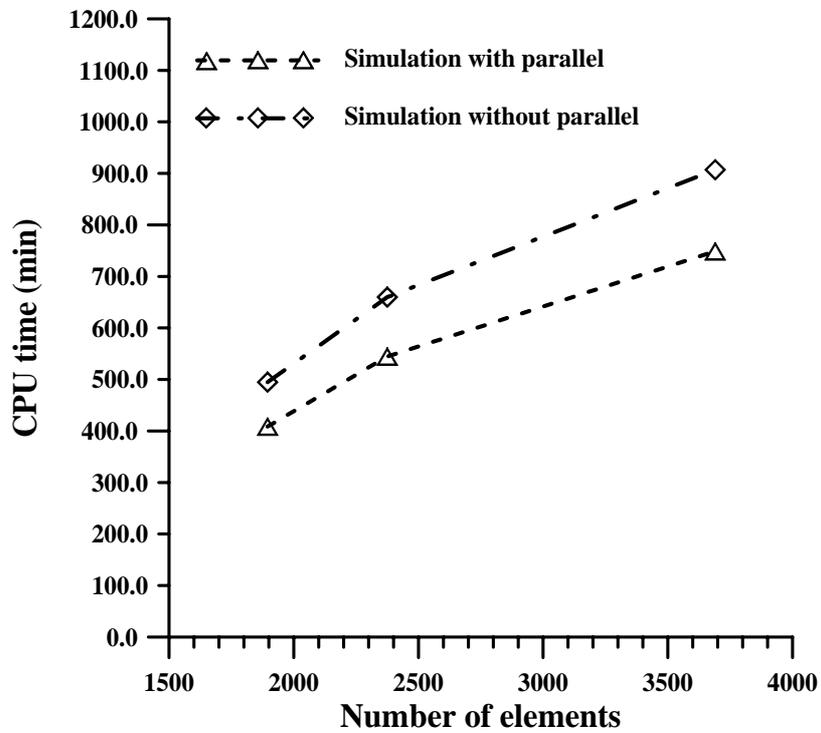


圖 6-13 深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同元素數量之數值分析
所需 CPU 時間之比較

表 6-2 深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則於元素數量為 740 個時之數值分析所需 CPU 時間之比較

	總執行時間	CPU 平均執行時間
FI scheme without parallel	1209.9 (min)	12.921 sec/step
FI scheme with parallel	998.95 (min)	10.67 sec/step
SRI scheme without parallel	906.97 (min)	9.728 sec/step
SRI scheme with parallel	748.76 (min)	8.031 sec/step

表 6-3 深引伸耳緣成形平行處理前後使用不同積分法則於元素數量為 340 個時之數值分析所需 CPU 時間之比較

	總執行時間	CPU 平均執行時間
FI scheme without parallel	312.7 (min)	4.84 sec/step
FI scheme with parallel	263.2 (min)	4.144 sec/step
SRI scheme without parallel	234.4 (min)	3.613 sec/step
SRI scheme with parallel	197.3 (min)	3.094 sec/step

七、結論

7.1 結論

本計畫採用 Prandtl-Reuss 塑流法則和 Hill 的異向性降伏條件，結合有限變形理論及 Updated Lagrangian Formulation 的觀念建立一增量型彈塑性大變形三維有限元素分析模式，並應用退化殼元素 (degenerated shell element) 所推導之形狀函數偶合入剛性矩陣中，組成有限元素之分析模式，此分析程式以廣義之 r_{\min} 法則處理板金成形時，元素之降伏、最大容許應變增量、最大容許旋轉增量、料片與模具間邊界節點之接觸或分離等問題。並以此程式分析兩種不同材料參數之圓杯引伸成形製程，於三維模式下，模擬金屬料片成形時之沖頭負荷與衝程關係、CPU 運算時間、成形歷程、耳緣成形、厚度分佈，以及各成形歷程之應力與應變分佈關係之比較，此結果可作為模具設計時之參考依據。

本計畫分別於第四及第五章節針對兩種不同材料參數進行異向性分析，其材料之平面異向性 ΔR 值分別為 0.335 及 0.8，由圓杯引伸成形之異向性分析所得之最終成形圖中得知， $\Delta R = 0.8$ 之異向性料片之杯高邊緣有較明顯的耳緣和凹處產生。經由耳緣成形分析可預測圓杯之高度分佈，對於 $\Delta R = 0.335$ 之異向性料片的杯高約分佈在 30.25mm 附近，其耳緣之形成較不明顯，而 $\Delta R = 0.8$ 之異向性料片的杯高沿輥軋之 0 度、45 度及 90 度之方向上分別為 53.838mm、51.256mm 及 51.069mm。此外，並進行厚度分佈之比較，得知 $\Delta R = 0.8$ 之異向性料片受圓周應力之影響，其杯緣部份沿輥軋方向之數值模擬

與實驗之厚度分別為 1.227mm 與 1.13mm；而杯緣部份沿輥軋方向夾 45 度角之厚度最厚，其數值模擬與實驗之厚度分別為 1.581mm 與 1.25mm；杯緣部份垂直輥軋方向之數值模擬與實驗之厚度分別為 1.346mm 與 1.15mm。

此外，由圓杯深引伸耳緣成形歷程得知沖頭衝程於 0 至 40mm 時，尚有部分料片位於壓料板與沖模夾持之區域，此時已發生部分耳緣現象，而當沖頭衝程達到 60mm 時，其料片外緣已脫離沖模與壓料板之夾持區域，故耳緣在沖模圓弧角之區域逐漸形成。由厚度分佈之比較，得知耳緣於輥軋方向夾 45 度角之厚度最厚，係因成形後圓周方向的收縮應力，以致從杯底底部向杯口耳緣部分逐漸地增加其厚度。從應力與應變分佈情形來看，其杯口端緣部分受到的應力與應變較大，而在圓杯底部的應力與應變較小。

本計畫也如期完成成形工件之數位影像擷取並與數值分析結果套疊比較，從套疊的結果顯示，數值分析可預測出耳緣之形成位置。最後，並將平行運算技術加入金屬板材深引伸耳緣成形製程之分析程式中，不僅構建了平行運算之硬體設備，在軟體方面，利用 Compaq KAP Fortran/OpenMP 編譯軟體作平行處理的編譯，使得程式的執行效能有所改善。配合子計畫三將此程式簡化為 PC 版，使得此智慧型金屬板材成形 CAE 軟體得以推廣至模具設計者與加工分析人員之參考使用，並可作為製造生產時對於成形結果之預測，成為一泛用型之 CAE 模擬軟體。

八、參考文獻

1. Hill, R., *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford University Press, London (1950).
2. Yamada, Y., Yoshimura, N. and Sakurai, T., “Plastic Stress Strain Matrix and its Application for the Solution of Elastic-Plastic Problem by the Finite Element Method,” *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.10, pp.343-354 (1968).
3. Wang, N. M., “Large Plastic Deformation of a Circular Sheet Caused by Punch Stretching,” *Journal of Applied Mechanics*, June, pp.431-440 (1970).
4. Lin, D. W., Daniel, D. and Jonas, J. J., “Simulation of Earing in Texture Materials,” *Materials Science and Engineering*, Vol.A131, pp.161-170 (1991).
5. Makinouchi, A., Nakamachi, E. and Nakagawa, T., “Development of CAE System for Auto-Body Panel Forming Die Design by Using 2-D and 3-D FEM,” *CIRP Annals*, Vol.40, No.1, pp.307-310 (1991).
6. Makinouchi, A. and Kawka, M., “Process Simulation in Sheet Metal Forming,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.46, pp.291-307 (1994).
7. Kawka, M. and Makinouchi, A., “Shell-Element Formulation in the Static Explicit FEM Code for the Simulation of Sheet Stamping,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.50, pp.105-115 (1995).
8. Santos, A. and Makinouchi, A., “Contact Strategies to Deal with

- Different Tool Descriptions in Static Explicit FEM for 3-D Sheet-Metal Forming Simulation,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.50, pp.279-291 (1995).
9. Nakagawa, T., Makinouchi, A., Wei, J. and Shimizu, T., “Application of Laser Stereolithography in FE Sheet-Metal Forming Simulation,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.50, pp.318-323 (1995).
 10. Danckert, J., “Experimental Investigation of a Square-Cup Deep-Drawing Process,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.50, pp.375-384 (1995).
 11. Jung, D. W., Song, I. S. and Yang, D. Y., “An Improve Method for the Application of Blank-Holding Force Considering the Sheet Thickness in the Deep-Drawing Simulation of Planar Anisotropic Sheet,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.52, pp.472-488 (1995).
 12. Kawka, M. and Makinouchi, A., “Plastic Anisotropy in FEM Analysis Using Degenerated Solid Element,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.60, pp.239-242 (1996).
 13. Makinouchi, A., Teodosiu, C. and Nakagawa, T., “Advance in FEM Simulation and its Related Technologies in Sheet Metal Forming,” *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Vol.47, No.2, pp.641-649 (1998).
 14. Nikishkov, G.P., Kawka, M., Makinouchi, A., Yagawa, G. and Yoshimura, S., “Porting an Industrial Sheet Metal Forming Code to a

- Distributed Memory Parallel Computer,” *Computers and Structures*, Vol.67, No.6, pp.439-449 (1998).
15. Zaky, A. M., Nassr, A. B. and EI-Sebaie, M. G., “Optimum Blank Shape of Cylindrical Cups in Deep Drawing of Anisotropic Sheet Metals,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.76, pp.203-211 (1998).
 16. Manabe, K., Yang, M. and Yoshihara, S. “Artificial Intelligence Identification of Process Parameter and Adaptive Control System for Deep-Drawing Process,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.80-81, pp.421-426 (1998).
 17. Jaroslav Mackerle, “FEM and BEM parallel processing: theory and applications – a bibliography (1996-2002),” *Engineering Computations*, Vol.20, No.3-4, pp.436-484 (2003).
 18. M. Bubak, R. Chrobak, J. Kitowski, J. Moscinski, and M. Pietrzyk, “Parallel finite element calculation of plastic deformations on Exemplar SPP1000 and on networked workstations,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.60, pp.409-413 (1996).
 19. R. Kopp, S. Posielek, “CAOT-A Computer Aided Optimization Tool Applied on Metal Forming Processes,” *Annals of the CIRP*, Vol.48, No.1, pp.167-170 (1999).
 20. S. Y. Kim, Y. T. Im, “Parallel processing of 3D rigid-viscoplastic finite element analysis using domain decomposition and modified block Jacobi preconditioning technique,” *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.134, pp.254-264 (2003).

21. Y. F. Fung, M. F. Ercan, T. K. Ho, and W. L. Cheung, "Performance optimization for parallel processing on a multiple-CPU server," *Computer Physics Communications*, Vol.142, pp.191-195 (2001).
22. McMeeking, R. M. and Rice, J. R., "Finite-Element Formulations for Problems of Large Elastic-Plastic Deformation", *International Journal of Solids and Structures*, Vol.11, No.5, pp.601-616 (1975).
23. Dhatt, G. and Touzot, G., *The Finite Element Method Displayed*, Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore, John Wiley and Sons (1984).
24. IRONS, B. M. and ZIENKIEWICZ, O. C., "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.2, No.3, pp.419-451 (1970).
25. Hughes, T. J. R. and Liu, W. K., "Nonlinear Finite Element Analysis of Shells : Part I. Three-Dimensional Shells," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.26, No.3, pp.331-362 (1981).
26. Hughes, T. J. R., Cohen, M. and Haroun, M., "Reduced and Selective Integration Techniques in the Finite Element Analysis of Plates," *Nuclear Engineering and Design*, Vol.46, pp.203-222 (1978).
27. 李經綸, "金屬板材引伸及再引伸成形製程之研究", 國立台灣科技大學機械工程研究所博士論文, (1997).
28. Chung, K. and K. Shah, "Finite Element Simulation of Sheet Metal Forming for Planar Anisotropic Metals," *International Journal of*

Plasticity, Vol.8, pp.453-476 (1992).

29. Chen, X. and R. Sowerby, “Blank Development and the Prediction of Earing in Cup Drawing,” *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.38, No.5, pp.509-516 (1996).
30. Chung, K., F. Barlat, J. C. Brem, D. J. Lege and O. Richmond, “Blank Shape Design for a Planar Anisotropic Sheet Based on Ideal Forming Design Theory and FEM Analysis,” *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.39, No.1, pp.105-120 (1997).

學生畢業論文：

31. 夏時軒, “圓杯引伸成形之異向性分析”, 淡江大學機械工程學系, (2001).
32. 李章詠, “金屬板材孔凸緣製程之成形極限分析”, 淡江大學機械工程學系, (2002).
33. 蕭銘仕, “金屬方板對角線彎曲成形製程之回彈分析”, 淡江大學機械與機電工程學系, (2003).

九、符號索引

[B] : 應變率-速度關係矩陣

b : 單位體積力

C_{ijmn}^e : 彈性構成張量

C_{ijmn}^{ep} : 彈塑性構成張量

$\{\dot{d}\}$: 節點速度 (nodal velocity)

E_{ij} 或 [E] : Green 應變張量或矩陣

\dot{E}_{ij} 或 $\dot{[E]}$: Green 應變率張量或矩陣

E_t : 切線剛性

E_n : 法線剛性

F, G, H, L, M, N : 異向性參數

dF : 微小表面作用力

dF_b : 微小體積力

$\{\Delta F\}$: 節點力的增量

f : 單位表面力

f_{0i} : 單位表面積之表面力

\dot{f}_{0i} : 單位表面積表面力率

G : 摩擦流動位能

H' : 應變硬化係數

h^α : 殼元素在節點 α 之厚度

[I]：單位矩陣

[J]：Jacobian 矩陣

$|J|$ ：[J]的行列值

[K]：整體之彈塑性剛性矩陣

$[K]^E$ ：元素剛性矩陣

$[K]^{fr}$ ：摩擦剛性矩陣

$[K]^{ep}$ ：標準構成剛性矩陣

$[K]^\sigma$ ：初始應力剛性矩陣

L_{ij} 或[L]：速度梯度矩陣

[N]：形狀函數

$N^\alpha(\xi, \eta)$ ：相對於殼節點 α 的形狀函數

n_{0j} ： dS_0 之單位法線向量之分量

n_j ： dS 之單位法線向量之分量

P_{ij} ：塑性構成剛性張量

[Q]與[Z]：應力修正矩陣

S_{0t} ：具有表面力之表面

S_{0u} ：具有已知速度之表面

dS_0 ：變形前之面積

dS ：變形後之面積

s_{ij} 或 $[s_{ij}]$ ：Lagrange 應力張量或矩陣

t_{ji} 或 $[t]$: Kirchhoff 應力張量或矩陣

$\dot{[t]}$: Kirchhoff 應力率

u_i : 位移

$\{\Delta u\}$: 節點位移增量

v_r^α : 殼元素速度

dV_0 : 變形前之微量體積

dV : 變形後之微量體積

V_i^α : 節點纖維向量

v_i : 速度

δv_i : 虛速度

v_t : 摩擦之相對速度

$\delta \dot{W}$: 虛功率

$[\omega]$: 轉動矩陣

X, Y, Z : 變形前固定座標系統

x, y, z : 變形後埋入座標系統

$x_i^\alpha(\xi, \eta, \zeta)$: 殼節點 α 的座標

$x_i^{\alpha \text{ top}}$: 殼元素節點 α 之上頂連體節點的座標

$x_i^{\alpha \text{ bot}}$: 殼元素節點 α 之下底連體節點的座標

Y : 等向性應變硬化法則

δ_{ij} : Kronecker's symbol

ρ_0 : 變形前之密度

ρ : 變形後之密度

σ_{ij} 或 $[\sigma]$: Cauchy 應力張量或矩陣

$\bar{\sigma}$: 等效應力

$[\dot{\sigma}]$: Cauchy 應力率

$[\overset{\circ}{\sigma}]$: Cauchy 應力的 Jaumann 微分

σ_i^c : Cauchy 接觸應力張量的 Jaumann 微分

$\dot{\varepsilon}_{ij}$ 或 $[\dot{\varepsilon}]$: Cauchy 應變率張量或矩陣

ε_{mn}^e : 彈性應變

$\dot{\varepsilon}_{mn}$: 總應變率

$\bar{\varepsilon}^p$: 等效塑性應變

$\dot{\varepsilon}_{mn}^e$: 彈性應變率

ε_0 : 初應變

$\dot{\varepsilon}_{mn}^p$: 塑性應變率

$\dot{\bar{\varepsilon}}^p$: 等效塑性應變率

$\bar{\sigma}$: 等效應力

$\bar{\lambda}$ 與 $\bar{\mu}$: Lamé's constants

λ : 正值的常係數

ζ : layers of lamina

ξ, η : fibers

上標或下標

：變化率

0：變形前有關的量

。：Jaumann 微分

e：彈性

p：塑性

ep：彈塑性

s：材料表面

i：材料內部

r, s：自由度 1 到 5

α ：節點

十、誌 謝

本研究承蒙國科會三年之經費補助，特此致謝。並感謝中國鋼鐵股份有限公司提供材料拉伸試驗之數據，以利數值分析與實驗結果之比較。

十一、計畫成果自評

本研究計畫執行完成後，其具體成果及效益敘述如下：

在板金深引伸成形製程模擬方面：完成有限元素法中剛性矩陣的推導及程式化，成為一增量型彈塑性大變形三維有限元素分析程式，並結合平行運算的技術，使得此分析程式可以簡化及系統化，且能在較短的時間內得到正確的分析結果，提升程式之運算效能，進而完成板金深引伸成形製程之電腦輔助工程分析。

在工作站軟體及硬體設備方面：為了配合本計畫之執行及平行處理技術，除了將原有之工作站軟體及硬體升級外，也完成伺服器之建構及平行運算技術之測試。

在板金深引伸成形實驗方面：使用 I-DEAS 軟體繪製出深引伸成形時所需之模具設計圖，並按照設計圖樣完成模具之開發與製作，再將模具組安裝於五十噸液壓成形機上，並配合資料擷取設備之升級與量測儀器及紅外線安全裝置之組裝，使得實驗過程中可完整擷取實驗數據，同時可維護研究人員於實驗設備操作上的安全性。當所有實驗設備均經過安全測試後，隨即進行圓杯深引伸耳緣成形實驗，再與數值分析之模擬結果相比較，並於實驗後量測成形工件之外形，同時利用數位相機擷取成形工件之數位影像，並與數值分析之最終成形結果互相套疊比較。

本計畫也完成材料試片之機械性質量測，並將這些機械性質輸入本計畫所發展之三維有限元素分析程式中，透過數值分析結果與實驗結果的比較，更能反應出材料之機械性質對板金深引伸成形分析之實際影響。根據電腦數值模擬與深引伸成形實驗之沖頭負荷與沖頭位移關係、加工卸載後工件最終之耳緣外形，及引伸杯厚度變化等結果之

驗證，以確認本計畫所發展 CAE 軟體之正確性與可信度，最後並達成泛用型 CAE 分析軟體之目的。

而參與本計畫之研究人員，經由實驗與有限元素之程式分析，將可加強其模具製作實務及程式分析結果判讀之能力，更能在研究的過程中尋找、發現，並解決問題，對於參與之研究人員往後的生涯規劃上，均能有莫大的啟迪與幫助。

從深引伸耳緣成形之數值模擬與實驗中可得知，由徑向應變與圓周應變的比值及圓周之正向應力瞭解耳緣的成形，並從引伸製程之成形歷程瞭解整個變形過程的耳緣發展，以掌握加工過程之變化。沖頭負載之變化為現場加工之重要數據，從數值模擬分析中得到預估的沖頭負荷將可作為成形機械容量之參考。另外，引伸杯厚度變化之大小關係到引薄現象之發生，可視為工件成形破壞之前兆。本計畫所發展之程式具有電腦輔助工程分析及設計之功能，於成形模擬之過程可透過電腦輔助設計軟體顯示工件之外形，可作為即時評估與設計參考，滿足模具設計者與加工分析人員之需求，作為製造生產時的缺陷預估，製程改善與模具設計之依據，以期得到形狀精確的產品。由於本計畫所發展的程式，是以電腦輔助設計軟體設計模具外形，因此可推廣至任意幾何外形之模具，並可應用於異向性金屬成形製程之分析，除具備一般學術價值之外，於實用上的功能不可忽視，而研究成果亦可發表在知名的期刊和研討會中，對提高國際研究地位有相當的助益。