

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

迴流效應對二行程圓柱同心套管熱交換器效率之研究

The Study of Recycle on Heat Transfer Efficiency in Double-Pass Concentric Circular Tubes

計劃編號: NSC 90-2214-E-032-004

執行期限: 90年08月01日至91年10月31日

主持人: 何啟東教授

執行機構及單位名稱: 淡江大學化工研究所

一、中文摘要(關鍵詞: 熱量傳送、共軛格拉茲問題、迴流效應、正交展開法)

本研究是設計圓形管加裝一可忽略熱阻之隔板，使之成為一組固定外壁溫度具有迴流裝置之圓柱同心套管熱交換器，此系統所推導出的數學模型是屬於共軛格拉茲問題(conjugated Graetz problem)，以分離變數法並利用正交展開方法(orthogonal expansion technique)，探討迴流效應對雙套管間的熱傳效率之影響，其結果與單行程無隔板系統作比較。結果顯示，預混效應及滯留時間效應是影響熱傳效率的兩個因素，並討論兩者對系統的影響。本系統在格拉茲數大時，其效率提昇率有明顯改善，而不同的隔板位置對系統之間的效率亦有顯著影響。

同時在本文中，迴流系統因隔板裝置及不同的迴流比值而增加的能源消耗率也將與單行程系統作比較，以探討雙套管之加熱系統在低能源消耗率時，熱傳效率改善之最佳操作設計。

英文摘要:(Keywords: Concentric circular tubes; Heat transfer; Conjugated Graetz problem; Recycle; Orthogonal expansion technique.)

The influence of recycle on heat transfer in double-pass concentric circular tubes with uniform wall temperature has been studied analytically by an orthogonal expansion technique.

The heat transfer problem is formulated and solved for fully developed laminar velocity profiles in concentric circular tubes with ignoring axial conduction, and with fluid properties of temperature independence. Analytically results show that recycle-effect can effectively enhance the heat transfer rate for large Graetz number compared that in a single-pass operation (without an impermeable sheet inserted). The desirable preheating effect and the undesirable effect of decreasing residence

time are the two conflict effects produced by the recycle operation.

The purposes of this study are to develop the complete theory and investigate the improvement of performance on heat transfer in double-pass concentric circular tubes with external refluxes.

二、計劃緣由與目的

伴隨著動量傳送、熱量傳送和質量傳送的流體流動現象，在許多的工程領域中常常出現，尤其在化學工程中的設計與操作，更是一門值得深入研究的課題。而迴流裝置在很多分離程序和反應器之設計是非常重要的考慮因素，且非常廣泛被應用在吸附、發酵和聚合[1-3]等方面。探討動量傳送和熱量傳送(或質量傳送)聯立的問題，若再加入迴流效應，則解析解的獲得就變成非常困難。

此類流體流動，伴隨著動量傳送和熱量傳送(或質量傳送)的問題中，最為人熟悉的莫過於格拉茲問題(Graetz Problems) [4,5]。本文中將探討化工設計中常用的圓形管加裝一可忽略熱阻之隔板，使之成為一組固定外壁溫度之圓柱同心套管加熱器。其所衍生之共軛格拉茲問題(Conjugated Graetz Problems) [6-8]以正交展開方法(Orthogonal Expansion Technique) [9,10]求出其溫度分佈，及迴流效應和隔板位置對此熱量傳送的影響。

在許多化工程序中，加裝迴流裝置可產生預混效果(premixing effect)或預熱效果(preheating effect)，因此提高熱量或質量傳送效率。本文是探討一組具迴流之二行程熱量傳送系統之模型與建立。

本研究是建立和推導熱量傳送系統的數學模型之理論方程式，並求此共軛格拉茲方程式之解析解。可預測出口溫度和此新設計系統之熱傳效率提升率，並探討迴流效應和隔板位置對具迴流之二行程熱量傳送系統中熱量傳送效率的影響。

三、研究方法及成果

考慮一雙套管熱交換器系統，長度為 L ，外管直徑為 $2R$ ，管道間裝置一可忽略厚度之不可滲透隔板 $U(\ll 2R)$ 且忽略其熱阻，當系統進行熱交換時，此隔板將系統分隔後內管之直徑為 $2/R$ ，外層管道之徑向長度為 $2(1-)/R$ 之兩同心圓柱型套管之平行通道。在外管壁假設為固定壁溫之裝置，使其保持在 T_w 之固定溫度。

整個系統的理論依據以下之假設而建立：

- (1) 流體之物性常數及管壁溫度為定值；
- (2) 流體為全流與層流方式流經管道；
- (3) 忽略邊端效應、軸向熱傳導及中間隔板之熱阻抗；
- (4) 流體於入口及出口處為完全混合；

將變數做無因次群之分析，令

$$y = \frac{r}{R}, \quad \zeta = \frac{z}{L}, \quad \mathcal{E}_a = \frac{T_a - T_w}{T_i - T_w}, \quad \ast a = 1 - \mathcal{E}_a = \frac{T_a - T_i}{T_w - T_i} \quad (1)$$

$$\mathcal{E}_b = \frac{T_b - T_w}{T_i - T_w}, \quad \ast b = 1 - \mathcal{E}_b = \frac{T_b - T_i}{T_w - T_i}, \quad Gz = \frac{4V}{r^2 L} \quad (2)$$

$$v_a(y) = 2\bar{v}_a \left[1 - \left(\frac{y}{R} \right)^2 \right] \quad (3)$$

$$v_b(y) = \frac{2\bar{v}_b}{\left[\frac{1-/\^4}{1-/\^2} - \frac{1-/\^2}{\ln \frac{1}{/}} \right]} \left[1 - (y)^2 + \left(\frac{1-/\^2}{\ln \frac{1}{/}} \right) \ln y \right] \quad (4)$$

$$\text{其中 } \bar{v}_a = \frac{(M+1)V}{f(R)^2}, \quad \bar{v}_b = -\frac{MV}{fR^2 - f(R)^2}, \quad (5)$$

方程式(1)與(2)之邊界條件如下：

$$\frac{\partial \mathcal{E}_a(0, \zeta)}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\mathcal{E}_b(1, \zeta) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}_a(/, \zeta)}{\partial y} = \frac{\partial \mathcal{E}_b(/, \zeta)}{\partial y} \quad (8)$$

$$\mathcal{E}_a(/, \zeta) = \mathcal{E}_b(/, \zeta) \quad (9)$$

且平均出口溫度為

$$\mathcal{E}_F = \frac{T_F - T_w}{T_i - T_w} \quad (10)$$

解此系統偏微分方程式，以分離變數法如下：

$$\mathcal{E}_a(y, \zeta) = \sum_{m=0}^{\infty} S_{a,m} F_{a,m}(y) G_m(\zeta) \quad (11)$$

$$\mathcal{E}_b(y, \zeta) = \sum_{m=0}^{\infty} S_{b,m} F_{b,m}(y) G_m(\zeta) \quad (12)$$

代入式(1)和(2)與邊界條件式(6)至式(9)得：

$$G_m(\zeta) = e^{-\lambda_m(1-\zeta)} \quad (13)$$

$$F_{a,m}''(y) + \frac{F_{a,m}'(y)}{y} - \frac{v_a(y)R^2 \lambda_m}{rL} F_{a,m}(y) = 0 \quad (14)$$

$$F_{b,m}''(y) + \frac{F_{b,m}'(y)}{y} - \frac{v_b(y)R^2 \lambda_m}{rL} F_{b,m}(y) = 0 \quad (15)$$

$$F_{a,m}'(0) = 0 \quad (16)$$

$$F_{b,m}(1) = 0 \quad (17)$$

$$S_{a,m} F_{a,m}'(/) = S_{b,m} F_{b,m}'(/) \quad (18)$$

$$S_{a,m} F_{a,m}(/) = S_{b,m} F_{b,m}(/) \quad (19)$$

對於解式(14)與式(15)兩常微分方程是以級數解求其解之， $F_{a,m}(y_a)$ 及 $F_{b,m}(y_b)$ 分別為 y_a 和 y_b 的函數，並代入式(16)，式(17)得：

$$F_{a,m}(y_a) = \sum_{n=0}^{\infty} d_{mn} y_a^n, \quad d_{m0} = 1, d_{m1} = 0 \quad (20)$$

$$F_{b,m}(y_b) = \sum_{n=0}^{\infty} e_{mn} y_b^n, \quad e_{m0} = 1, e_{m1} = 0 \quad (21)$$

將式(18)與(19)結合得：

$$\frac{F_{a,m}'(/)}{F_{a,m}(/)} = \frac{F_{b,m}'(/)}{F_{b,m}(/)} \quad (22)$$

因此，由式(22)可輕易求出特徵值，然後由式(20)及式(21)的定義求得。又由式(14)至式(19)可得一具正交性質之積分方程且當 $n \neq m$ ，

$$\int_0^/ \left[\frac{v_a \cdot R^2}{L \cdot r} \right] S_{a,m} S_{a,n} y F_{a,m} F_{a,n} dy + \int_0^1 \left[\frac{v_b \cdot R^2}{L \cdot r} \right] S_{b,m} S_{b,n} y F_{b,m} F_{b,n} dy = 0 \quad (23)$$

作兩同心圓柱套管之能量平衡，可得

$$\dots C_p V (T_F - T_i) = \int_0^L \left(-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} \right) 2\pi R dz$$

$$\ast F = 1 - \mathcal{E}_F = \int_0^1 \frac{r^2 f L}{V} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{b,m}(1, \zeta)}{\partial y} \right) d\zeta$$

$$= \frac{r^2 f L}{V} \sum_{m=0}^{\infty} S_{b,m} F_{b,m}'(1) \int_0^1 e^{-\lambda_m(1-\zeta)} d\zeta$$

$$= \frac{8\lambda_m}{Gz} \sum_{m=0}^{\infty} S_{b,m} F_{b,m}'(1) (1 - e^{-\lambda_m}) \quad (24)$$

在出口溫度 $\zeta=1$ 處之無因次溫度定義為

$$\mathcal{E}_F = \frac{T_F - T_w}{T_i - T_w} \quad (25)$$

此型式之迴流可寫成以下的積分式

$$\mathcal{E}_F = - \frac{\int_0^1 v_b 2\pi R^2 y \mathcal{E}_b(y, 0) dy}{V}$$

$$= \frac{8}{Gz(M+1)} \sum \frac{S_{a,m}}{j_m} \cdot / \cdot F'_{a,m}(/) \quad (26)$$

而在入口的無因次溫度表示如下

$$\mathcal{E}_a(y,0) = \frac{\int_0^1 v_b 2fR^2 y \mathcal{E}_b(y,0) dy + V \cdot 1}{V(M+1)}$$

$$= \frac{1}{M+1} \left\{ - \frac{8}{Gz} \sum \frac{e^{-j_m} S_{b,m}}{j_m} \cdot [F'_{b,m}(1) - / \cdot F'_{b,m}(/)] + 1 \right\} \quad (27)$$

當我們求得我們的特徵值，我們可以先假設一出口溫度 \mathcal{E}_F 值，由式(18)、式(19)、式(23)與式(24)求得未知的變數 $S_{a,m}$ 與 $S_{b,m}$ 。再以總能量平衡方程式(26)來驗證 \mathcal{E}_F 值，若兩個值的誤差小於我們的期望值，則 \mathcal{E}_F 即為所求。

定義了一 Nusselt 數，以獲得熱傳效率改善程度，其中 Nusselt 數之定義如下：

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}W}{k} \quad (28)$$

效率的定義如下：

$$\overline{Nu}_0 = \frac{V}{f r L} (1 - \mathcal{E}_{0,F}) = \frac{1}{4} Gz (1 - \mathcal{E}_{0,F}) \quad (29)$$

其中

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}W}{k} = \frac{VW}{2rBL} (1 - \mathcal{E}_L) = 0.5 Gz (1 - \mathcal{E}_L) \quad (30)$$

由基本的實驗裝置（無迴流無隔板）與有迴流及隔板相互比較，計算效率增加百分比，因此效率百分比， I_h ，可定義為：

$$I_h = \frac{\overline{Nu} - \overline{Nu}_0}{\overline{Nu}_0} = \frac{\mathcal{E}_{0,F} - \mathcal{E}_F}{1 - \mathcal{E}_{0,F}} = \frac{r_F - r_{0,F}}{r_{0,F}} \quad (31)$$

四、結論與討論

雙套管末端出口之模型中，影響加熱效果的主要因素為流體於各管道中的滯留時間及預混效應的比較。圖(二)和圖(三)是對平均 Nusselt 數 \overline{Nu} 或 \overline{Nu}_0 所作的比較，以圖(二)之不同迴流比值，迴流效應可增加預混效應，提昇熱傳效率，此現象於格拉茲數大時(即管道愈短或流量愈大)之效果更為明顯的，遠大於單行程的熱傳效率甚多。圖(三)顯示，在固定迴流比值時，隔板的位置在效率決定方面，有重要的影響力，且熱傳效率隨著 $/$ 值偏離而減小。所以在選擇適當的隔板位置以達最佳熱傳效率，其結果與無因次出口溫度趨勢相同，亦即，出口溫度愈高，效率愈好。由式(31)之定義，可以將本迴流型式系統對單行程系統作一比較表，如表(一)所示，結果顯示， $/ > 0.7$ 之效率提昇率均為負值，而 $/ < 0.5$ 且 $Gz < 100$ 時，僅有迴流比值為 $r=5$ 且隔板位置在 $/ = 0.5$ 時為正值。當 $Gz \geq 100$ 時，僅在迴流比值為 $r=0.5$ 且隔板位置在 $/ = 0.3$ 時為負值。

五、符號說明

| | |
|-----------------|--|
| C_p | heat capacity, $J \text{ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ |
| D | hydraulic radius, m |
| Gz | Graetz number, $4V/rfL$ |
| \bar{h} | average heat transfer coefficient, $W \text{ m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ |
| I_h | improvement of heat transfer, defined by Eq. (31) |
| k | thermal conductivity of the fluid, $W \text{ m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ |
| L | conduit length, m |
| M | reflux ratio, reverse volume flow rate divided by input volume flow rate |
| \overline{Nu} | Nusselt number |
| R | inside diameter of the outer tube, m |
| T | temperature of fluid, K |
| V | input volume flow rate of conduit, $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ |
| v | velocity distribution of fluid, m s^{-1} |
| \bar{v} | average velocity of fluid, m s^{-1} |
| r | radial coordinate, m |
| z | axial coordinate, m |

希臘符號：

| | |
|---------------|---|
| r | thermal diffusivity of fluid, $\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$ |
| u | thickness of the impermeable sheet, m |
| ζ | longitudinal coordinate, z/L |
| y | transversal coordinate, r/R |
| θ | dimensionless temperature, $(T - T_i)/(T_w - T_i)$ |
| $/$ | ratio of channel thickness |
| \mathcal{E} | dimensionless temperature, $(T - T_w)/(T_i - T_w)$ |

上下標：

| | |
|-----|---------------------------------------|
| a | in forward flow channel |
| b | in backward flow channel |
| F | at the outlet of a double-pass device |
| I | at the inlet |
| L | at the outlet, $\zeta = 1$ |
| W | at the wall surface |

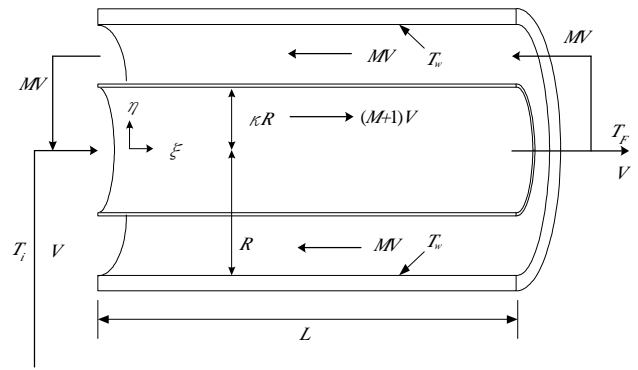
致謝-本研究承行政院國家科學委員會補助經費(NSC 90-2214-E-032-004)，特此致謝。

六、參考文獻

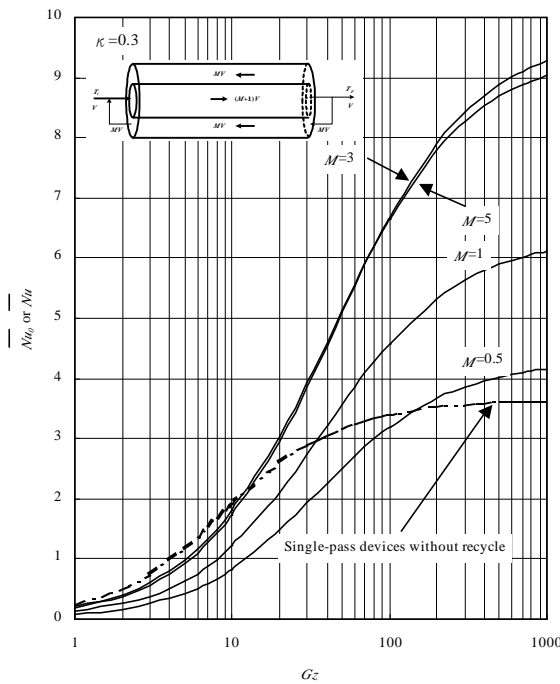
1. Siegel, M. H., Merchuk, J. C., and Schugerl, K., Air-Lift Reactor Analysis: Interrelationships Between Riser, Downcomer, and Gas-Liquid Separator Behavior, Including Gas Recirculation Effects, *AIChE J.*, 1986, **32**, 1585-1595.
2. Jones, A. G., Liquid Circulation in a Drift-Tube Bubble Column, *Chem. Eng. Sci.*, 1985, **40**, 449-462.
3. Marquart, R., Circulation of High-Viscosity Newtonian and Non-Newtonian Liquids in Jet Loop Reactor, *Int. Chem. Eng.*, 1981, **20**, 399-407.
4. Shah, R. K. and London, A. L., *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*. Academic Press, New York, 1978.

5. Dang, V-D., and Steinberg, M., Convective Diffusion with Homogeneous and Heterogeneous Reaction in a Tube, *J. Phys. Chem.*, 1980, **84**, 214-219.
6. Yeh, H. M., Tsai, S. W. and Chiang, C. L., Recycle Effects on Heat and Mass Transfer through a Parallel-Plate Channel, *AIChE J.*, 1987, **33**, 1743-1746.
7. Papoutsakis, E., and Ramkrishna, D., Conjugated Graetz Problems. II: Fluid-Fluid Problems, *Chem. Eng. Sci.*, 1981, **36**, 1393-1399.
8. Yin, X. and H. H. Bau, "The Conjugated Graetz Problem with Axial Conduction," *Trans. ASME*, 1996, **118**, 482-485.
9. Ho, Chii-Dong, Ho-Ming Yeh and Wen-Song Sheu, "An Analytical Study of Heat and Mass Transfer Through a Parallel-Plate Channel with Recycle", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 1998, **41**, 2589-2599.
10. Ho, Chii-Dong, Ho-Ming Yeh and Su-Ching Chiang, "A Study of Mass Transfer Efficiency in a Parallel-Plate Channel with External Refluxes", *Chemical*

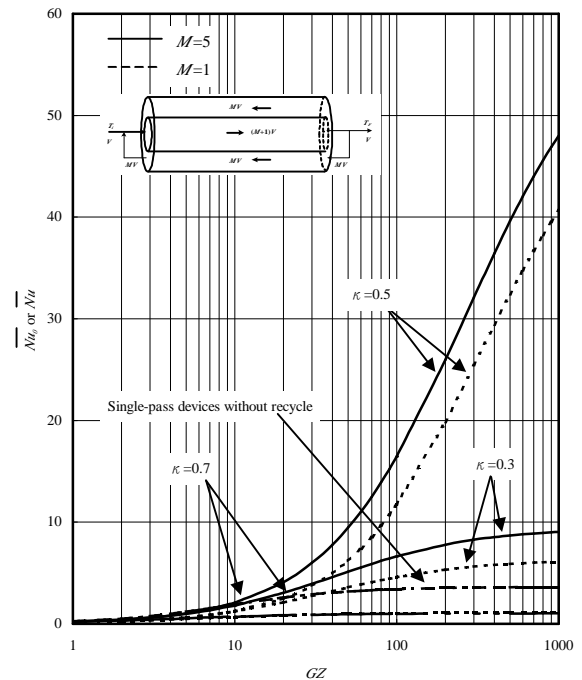
Engineering Journal, 2002, **85**, 207-214.



圖(一) 末端出口內管進內管出模型



圖(二) 末端出口內管進內管出模型， $\kappa=0.5$ 改變不同迴流之格拉茲數與平均Nusselt數



圖(三) 末端出口內管進內管出模型，格拉茲數與平均Nusselt數於不同的隔板位置關係

表(一) 末端出口內管進內管出模型以迴流比值及隔板位置為參數之熱傳效率百分比

| I_h (%) | $M=0.5$ | | | $M=1$ | | | $M=3$ | | | $M=5$ | | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|
| | κ | κ | κ | κ | κ | κ | κ | κ | κ | κ | κ | |
| $Gz=1$ | -65.9 | -66.7 | -66.7 | -49.3 | -50.0 | -50.3 | -23.7 | -25.0 | -30.8 | -17.5 | -16.7 | -26.3 |
| 10 | -56.7 | -56.6 | -59.3 | -36.9 | -34.9 | -66.1 | -9.92 | -2.41 | -63.7 | -6.09 | 8.31 | -63.1 |
| 100 | -6.17 | 142 | -28.9 | 34.9 | 244.8 | -69.9 | 96.5 | 356.1 | -70.9 | 95.3 | 383.8 | -71.1 |
| 1000 | 14.6 | 879 | -19.1 | 68.3 | 1019 | -70.2 | 155.3 | 1176 | -71.6 | 148.9 | 1222 | -71.8 |