

# 行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

## 大跨橋樑顫振及抖振行為之減振控制研究

計畫類別：V 個別型計畫      整合型計畫

計畫編號：NSC-89-2211-E-032-003

執行期間： 88 年 8 月 1 日至 89 年 7 月 31 日

計畫主持人：吳重成

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：淡江大學土木系

中 華 民 國 90 年 2 月 10 日

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 大跨橋樑顫振及抖振行為之減振控制研究

計畫編號：NSC-89-2211-E-032-003

執行期限：88 年 8 月 1 日至 89 年 7 月 31 日

主持人：吳重成 淡江大學土木系

參與研究人員：董人豪、池信賢 淡江大學土木系研究生

### 一、中文摘要

我國近年來經濟高度成長，逐漸出現跨度較長的纜索支撐橋樑，隨著橋樑跨度的增長，增加了橋樑柔軟度，將使得這些纜索支撐橋樑受風力影響的振動行為愈來愈顯著。一般而言，纜索支撐橋樑受風力影響的振動行為，對橋面版而言，以抖振及顫振最為顯著，前者為可造成橋樑過大變形，而後者在某一特定風速下，甚至會形成橋樑動態不穩定，對於橋樑結構之安全構成相當威脅。本計劃應用主動控制之技術，根據 LQG (Linear Quadratic Gaussian) 控制理論設計主動控制力，對橋面版之反應進行抗風減振。本計劃進行理論推導與數值分析，探討應用主動控制機構對提高顫振風速及減低抖振之成效。

**關鍵詞：**主動控制，纜索支撐橋樑，抖振，顫振，橋樑減振

#### Abstract

The trend toward using newly developed stronger and lighter material in construction has made the design of cable-supported bridges with longer span plausible. Under the exposure of natural disasters, such as wind gust, the increased flexibility by the longer span on the other hand will aggravate the wind effect on bridge structures. Frequently, the induced vibration is far

beyond what the existent knowledge of medium span bridge can predict. Basically, the flutter and buffeting effects are the most detrimental wind-induced vibration among others. The buffeting causes excessive deformation of the bridge, whereas the flutter effect can be devastating since it might cause the instability of a bridge under a certain mean wind speed, so called flutter speed. This project proposes a protective system using LQG (Linear Quadratic Gaussian) active control to increase the flutter speed and suppress the buffeting vibration of bridges for the sake of structural safety. The tasks of this project include theoretical derivation and numerical simulation. Through this study, we hope to elevate the applicability of such an active control technique for vibration suppression of bridge structures under wind loads.

**Keywords:** Active Control, Cable-Supported Bridge, Buffeting, Flutter, Vibration Suppression

### 二、緣由與目的

我國近年來經濟快速成長，人口及貨物運輸量需求急遽增加，公共建設如高速公路或快速道路等的興建乃因運而生。其中，橋樑段常扮演交通運輸上的樞紐，在自然災害如震災風災等的侵襲威脅下，橋樑結構之安全與否，直接間接地影響到附

近地區經濟的命脈。橫跨河川的交通運輸橋樑，因聯接距離較長，在力學以及造型美觀的雙重考量下，工程上常採用纜索支撐橋樑設計，加上現今高強度且輕質建材之相繼發明，跨度愈來愈長的橋樑逐漸出現。其中，懸吊式吊橋（Suspension Bridge）的發展已有二百年歷史，目前世界跨度最長吊橋是位於日本的 Akashi Kaiko 橋，中央跨度為 1991 公尺，為目前世界最大跨度的纜索支撐橋；另外，拉索式的斜張橋（Cable-Stayed Bridge），其發展歷史約在近五十年，最大主跨度的斜張橋是位於日本的 Tarata 橋，中央跨度 890 公尺。我國近年來興建的斜張橋，有位於三重市之重陽橋。總長 385 公尺，中央跨距 200 公尺，中興新村的貓邏溪橋全長 167 公尺，主跨 118 公尺、南二高的高屏溪橋全長 510 公尺，主跨 330 公尺、苗栗的新東大橋、以及未來計劃興建位在淡水河口，作為淡海新市鎮聯外道路的淡江大橋等，跨度有增長的趨勢。隨著橋樑跨度的增長，同時也增加了橋樑柔軟度，使得這些纜索支撐橋樑受風力影響的振動行為愈來愈顯著，振動機制的複雜程度已超越昔日工程界對於處理一般短跨橋樑的專業認知，加上台灣夏、秋季颱風頻仍，橋樑結構在自然風災之威脅下，如何避免或減少風力引致的振動，以提高它們的安全可靠度，乃是學界工程界的一大挑戰課題。

理論上為克服此問題，可加裝結構控制機構，提供外力以抑制氣動力效應。應用主動控制理念於橋樑減振的成效與實用性，近年來在學界及工程界引起最多研究與討論。本計劃的主要目的在應用結構主動控制的方式，提出橋樑減振方法，提高橋樑的抗風能力及安全性。國內外已有一些實際建築物裝置主動控制機構抗風減振

的例子，如日本大阪 40 層 Herbis 大樓及高雄 85 樓超高層東帝士大樓，內部裝設主動調質阻尼器（Active Tuned Mass Damper），以提高大樓舒適度。

近代橋梁氣動力之基本理論架構由 R. Scanlan 及其協同研究者自 1960 年代末期參考航空太空界的氣動力學既有理論，配合模型實驗資料而建立；根據其數學架構，橋面版承受之風力可分為引起橋面版顫振的自身擾動力(Self-excited Force)和引起抖振的亂流擾動力。若考慮橋面版斷面之運動為垂直向及扭轉向兩個自由度時，其自身擾動力在垂直向及扭轉向的分量可表示為（文獻 1-6）：

$$\begin{aligned} L_f(t) &= \rho U^2 B \\ &\left[ KH_1^* \frac{\dot{h}(t)}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}(t)}{U} + K^2 H_3^* \alpha(t) + K^2 H_4^* \frac{h(t)}{B} \right] \\ M_f(t) &= \rho U^2 B^2 \\ &\left[ KA_1^* \frac{\dot{h}(t)}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}(t)}{U} + K^2 A_3^* \alpha(t) + K^2 A_4^* \frac{h(t)}{B} \right] \quad (1) \end{aligned}$$

式中  $H_1^*$ ,  $H_2^*$ ,  $H_3^*$  代表了橋體振動時，其垂直向速度、扭轉向角速度、角位移及垂直向位移在垂直向所引發的自身擾動力， $A_1^*$ ,  $A_2^*$ ,  $A_3^*$  具有類似的物理意義，這些氣動力參數通稱為顫振導數（Flutter Derivative），為橋面版幾何形狀、無因次化頻率（或無因次化風速）及流場特性的函數； $h(t)$ ,  $r(t)$  分別為橋面版的垂直向及扭轉向位移； $K = \frac{B\omega}{U}$  為無因次化頻率， $\omega$  為結構振動的圓周頻率； $B$  為橋面版寬度； $\rho$  為空氣密度； $U$  為平均風速。

亂流擾動力在忽略微量橋體運動的影響後，在順風向、垂直向及扭轉向的分量可表示為：

$$\begin{aligned} L_b(t) &= \frac{1}{2} \rho U^2 B \\ &\left\{ C_L(\alpha_0) \frac{2u(x,t)}{U} + \left[ \frac{dC_L}{d\alpha} \right]_{\alpha=\alpha_0} + \frac{A}{B} C_D(\alpha_0) \right\} \frac{u(x,t)}{U} \end{aligned}$$

$$M_b(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left\{ \left[ C_M(\alpha_0) + C_D(\alpha_0) \frac{Ar}{B^2} \right] \frac{2u(x,t)}{U} + \frac{dC_M}{d\alpha} \bigg|_{\alpha=\alpha_0} \frac{w(x,t)}{U} \right\} \quad (2)$$

其中  $u(x,t)$ ,  $w(x,t)$  分別為順風向、垂直向之擾動風速； $C_L$ ,  $C_M$  分別為垂直向及扭轉向之風力係數； $\alpha_0$  是靜止時風攻角； $A$  是單位長度橋面版在垂直面上的投影面積； $r$  為橋面版質量中心到有效旋轉軸之距離。顫振自激力（（1）式）與橋體結構兩個模態（垂直向及扭轉向）反應形成互制，在某臨界風速（稱顫振風速）下會造成結構不穩定，即使在未達臨界風速時，亂流擾動力（（2）式）的作用也已可能對結構造成過大變形。

主動控制應用於抑制橋面版顫振和抖振之成效及實用性，近年來在學界及工程界引起諸多研究與討論（如文獻 7-9 等）。一般而言，主動控制機構對橋面版施加額外控制力，橋面版在垂直向及扭轉向運動方程式可分別寫為：

$$m_h(\ddot{h} + 2\xi_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2 h) = L_f + L_b + U_h \quad (3)$$

$$I_\alpha(\ddot{\alpha} + 2\xi_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha) = M_f + M_b + U_\alpha \quad (4)$$

其中  $U_h$ 、 $U_\alpha$  分別為垂直向及扭轉向控制力。本研究考慮在橋面版下裝設伺服扭矩馬達，連接一慣性質塊，藉質塊慣性提供一外加之即時扭矩（亦即  $U_\alpha$ ，此時  $U_h = 0$ ）施加於橋面版上作為主動控制力之來源；此主動控制力之大小則根據 LQG（Linear Quadratic Gaussian）控制理論求得。欲將主動控制技術應用於大跨度橋樑，因結構反應與風場氣流間造成的互制行為不容忽視，將有別於建築物，主動控制理論乃至控制法則的設計需要將這些互制效應考慮進去，並非只是單純地將風力當做與結構反應無關的外力。

首先將自激力（（1）式）以傅利葉轉換至頻率域

$$\bar{L}_f(i\omega) = H_{Lh}\bar{h}(i\omega) + H_{L\alpha}\bar{\alpha}(i\omega) \quad (5)$$

$$\bar{M}_f(i\omega) = H_{Mh}\bar{h}(i\omega) + H_{M\alpha}\bar{\alpha}(i\omega) \quad (6)$$

其中

$$H_{Lh}(iK) = \rho U^2 [H_1^* iK^2 + H_4^* K^2] \quad (7)$$

$$H_{L\alpha}(iK) = \rho U^2 B [H_2^* iK^2 + H_3^* K^2] \quad (8) \quad (6)$$

$$H_{Mh}(iK) = \rho U^2 B [A_1^* iK^2 + A_4^* K^2] \quad (9)$$

$$H_{M\alpha}(iK) = \rho U^2 B^2 [A_2^* iK^2 + A_3^* K^2] \quad (10)$$

$H_{Lh}(iK)$  可根據橋面版斷面顫振導數之實驗值應用最小平方差（Least-Square-Error）之複數曲線擬合法（Curve-Fitting），表示成兩個以無因次化頻率  $K$  為函數之多項式比值

$$H_{Lh}(iK) = \rho U^2 \frac{b_n(iK)^n + b_{n-1}(iK)^{n-1} + \dots + b_1(iK) + b_0}{(iK)^m + a_{m-1}(iK)^{m-1} + \dots + a_1(iK) + a_0}, \quad n \leq m$$

其中  $a_j$ ,  $b_j$  為曲線擬合所得係數。或改寫成  $\omega$  的函數

$$H_{Lh}(i\omega) = \frac{\bar{b}_n(i\omega)^n + \bar{b}_{n-1}(i\omega)^{n-1} + \dots + \bar{b}_1(i\omega) + \bar{b}_0}{(i\omega)^m + \bar{a}_{m-1}(i\omega)^{m-1} + \dots + \bar{a}_1(i\omega) + \bar{a}_0}, \quad n \leq m \quad (11)$$

其中  $\bar{a}_j = a_j \left(\frac{B}{U}\right)^{j-m}$ ,  $\bar{b}_j = \rho U^2 b_j \left(\frac{B}{U}\right)^{j-m}$ 。

（11）式可視為由垂直向振動引起之垂直向自激風力的轉換函數，其動態行為在時間域可以如下之狀態空間方程式表示之：

$$\dot{\mathbf{z}}_{Lh} = \mathbf{A}_{Lh} \mathbf{z}_{Lh} + \mathbf{B}_{Lh} h; \quad \mathbf{z}_{Lh} = \mathbf{C}_{Lh} \mathbf{z}_{Lh} + \mathbf{D}_{Lh} h \quad (12)$$

其中  $\mathbf{A}_{Lh}$ ,  $\mathbf{B}_{Lh}$ ,  $\mathbf{C}_{Lh}$ ,  $\mathbf{D}_{Lh}$  為常係數矩陣，與  $\bar{a}_j$ ,  $\bar{b}_j$  有關； $\mathbf{z}_{Lh}$  則為狀態向量。

同理，（8）式中  $H_{L\alpha}(iK)$ 、（9）式中  $H_{Mh}(iK)$ 、（10）式中  $H_{M\alpha}(iK)$  之動態行為亦可分別表示成時間域之狀態空間方程式：

$$\dot{\mathbf{z}}_{L\alpha} = \mathbf{A}_{L\alpha} \mathbf{z}_{L\alpha} + \mathbf{B}_{L\alpha} \alpha; \quad \mathbf{z}_{L\alpha} = \mathbf{C}_{L\alpha} \mathbf{z}_{L\alpha} + \mathbf{D}_{L\alpha} \alpha \quad (13)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_{Mh} = \mathbf{A}_{Mh} \mathbf{z}_{Mh} + \mathbf{B}_{Mh} h; \quad \mathbf{z}_{Mh} = \mathbf{C}_{Mh} \mathbf{z}_{Mh} + \mathbf{D}_{Mh} h \quad (14)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_{M\alpha} = \mathbf{A}_{M\alpha} \mathbf{z}_{M\alpha} + \mathbf{B}_{M\alpha} \alpha; \quad \mathbf{z}_{M\alpha} = \mathbf{C}_{M\alpha} \mathbf{z}_{M\alpha} + \mathbf{D}_{M\alpha} \alpha \quad (15)$$

式（12）~（15）之狀態空間方程式可加以整合成

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{A}_\eta \eta + \mathbf{B}_\eta \mathbf{r}; \quad (16)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{C}_\eta \mathbf{L} \eta + \mathbf{D}_\eta \mathbf{L} \mathbf{r} \quad (17)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{C}_\eta \mathbf{M} \eta + \mathbf{D}_\eta \mathbf{M} \mathbf{r} \quad (18)$$

其中

$$\eta = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{Lh} \\ \mathbf{z}_{L\alpha} \\ \mathbf{z}_{Mh} \\ \mathbf{z}_{M\alpha} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_\eta = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{Lh} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{L\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{Mh} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_{M\alpha} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_\eta = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{Lh} & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{L\alpha} \\ \mathbf{B}_{Mh} & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{M\alpha} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_\eta \mathbf{L} = [\mathbf{C}_{Lh} \quad \mathbf{C}_{L\alpha} \quad 0 \quad 0]; \quad \mathbf{C}_\eta \mathbf{M} = [0 \quad 0 \quad \mathbf{C}_{Mh} \quad \mathbf{C}_{M\alpha}]$$

$$\mathbf{D}_\eta \mathbf{L} = [\mathbf{D}_{Lh} \quad \mathbf{D}_{L\alpha}]; \quad \mathbf{D}_\eta \mathbf{M} = [\mathbf{D}_{Mh} \quad \mathbf{D}_{M\alpha}]$$

再則將式（17）、（18）代入式（3）、（4）

橋面版運動方程式，整理成一總合系統：

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{A}_q \mathbf{q} + \mathbf{B}_q U_\alpha + \mathbf{E} \mathbf{F}_b \quad (19)$$

其中

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{e} \\ \eta \end{bmatrix}; \mathbf{A}_q = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} & 0 \\ -\mathbf{M}_a^{-1} \mathbf{K}_a & -\mathbf{M}_a^{-1} \mathbf{C}_a & \mathbf{M}_a^{-1} \mathbf{C}_\eta \\ \mathbf{B}_\eta & 0 & \mathbf{A}_\eta \end{bmatrix}; \mathbf{M}_a = \begin{bmatrix} m_h & 0 \\ 0 & I_\alpha \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_a = \begin{bmatrix} 2m_h \omega_h \xi_h & 0 \\ 0 & 2I_\alpha \omega_\alpha \xi_\alpha \end{bmatrix}; \mathbf{K}_a = \begin{bmatrix} m_h \omega_h^2 & 0 \\ 0 & I_\alpha \omega_\alpha^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\eta L} \\ \mathbf{D}_{\eta M} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_\eta = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\eta L} \\ \mathbf{C}_{\eta M} \end{bmatrix}; \mathbf{B}_q = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_a^{-1} \mathbf{H} \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_a^{-1} \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{F}_b = \begin{bmatrix} L_b \\ M_b \end{bmatrix} \quad (20)$$

### 三、結果與討論

式(19)為一線性之狀態方程式，其動力特性除了原來結構(橋面版)之特性外，亦包含風引起之自激力與原來結構之互制效應，此總合系統之動力特性表現於系統矩陣之特徵值上，換言之，在無控之情況下 ( $U_\alpha = 0$ )，系統特性取決於開迴路 (Open-Loop) 系統矩陣  $\mathbf{A}_q$  之特徵值；在施行主動控制時，系統特性則由閉迴路 (Closed-Loop) 系統矩陣之特徵值決定之。值得一提的是，應用此狀態方程式技巧，可方便解決如下之問題。

- (1) 顫振風速之計算：因顫振導數與平均風速有關，因此系統矩陣  $\mathbf{A}_q$  為平均風速之函數。在無控之情況下，顫振風速乃發生於當  $\mathbf{A}_q$  含有不穩定之特徵值時 (即當特徵值之實部為正時)；在有控之情況下，顫振風速乃發生於當閉迴路系統矩陣含有不穩定之特徵值時。
- (2) 結構之抖振反應：風之亂流擾動力基本上為穩態 (Stationary) 隨機外力，以頻域分析而言，根據狀態方程式(19)及亂流擾動力頻譜可求得結構之抖振反應頻譜，在頻域做積分即可得抖振反應之均方根。以時域分析而言，由亂流擾動力頻譜產生樣本函數代入狀態方程式(19)可求得抖振時域反應。

應用此狀態方程式之數值分析實例請參考文獻 10。由實例顯示此方法能有效預測顫振風速，且使用 LQG 控制後顫振風速均明顯提升，有效避免結構發散反應之發

生；另外亂流引起之抖振反應亦明顯降低。

### 四、計畫成果自評

本計畫考慮受風下橋面版與風力之互制效應，由其運動方程式導得一實係數之狀態空間方程式，可有系統預測顫振風速。並應用 LQG (Linear Quadratic Gaussian) 主動控制之技術，有效地降低顫振風速並減低橋面版之抖振反應。

### 五、參考文獻

- [1] Scanlan, R.H., Sabzevari, A., (1969), "Experimental Aerodynamic Coefficients in the Analytical Study of Suspension Bridge Flutter," *J. of Mechanical Engineering Science*, Vol 11, No. 3, pp.234-242.
- [2] Scanlan, R.H., Tomko, J.J., (1971), "Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives," *J. of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 97, No. EM 6, pp.1717-1737.
- [3] Irwin, H.P.A.H., (1979), "Centre of Rotation for Torsional Vibration of Bridges," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 4, pp.123-132.
- [4] Scanlan, R.H., (1987), "Interpreting Aeroelastic Models of Cable-Stayed Bridges," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 113, No. 4, pp.
- [5] Irwin, P.A., (1992), "Full Aeroelastic Model Tests," *Aerodynamics of Large Bridges*, A. Larsen, ed., Balkema, Rotterdam, Netherlands, pp.125-135.
- [6] Irwin, P.A., (1998), "The Role of Wind Tunnel Modeling in the Prediction of Wind Effects on Bridges," *Bridge Aerodynamics, Proceedings of the International Symposium on Advances in Bridge Aerodynamics*, Copenhagen, Denmark, pp.99-117.
- [7] Kobayashi, Nagaoka (1992), "Active Control of Flutter of a Suspension Bridge", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 41-44, pp. 143-151.
- [8] Wilde, K, Masukawa, J, Fujino, Y, Bhartia, B (1994), "Active Control of Flutter Instability of Bridge Deck", *1st World Conference on Structural Control*, WA4-50~WA4-59, LA, CA, U. S. A.
- [9] Miyata, T., Yamada, H., Dung and N, Kazama, K. (1994), "On Active Control and Structural Response Control of the coupled Flutter Problem for Long-Span Bridges", *1st World Conference on Structural Control*, WA4-40~WA4-49, LA, CA, U. S. A.
- [10] 董人豪 (2001), "大跨橋樑顫振及抖振行為之減振控制研究", 淡江大學土木系碩士論文。