



RRPB88050655

(S.P)

PB8805-0655

專題計畫精簡報告

計畫名稱：以 LAPLACE 轉換求解變曲率曲梁承受移動
載重之反應

計畫編號：NSC-88-2211-E-032-005

執行期限：87 年 8 月 1 日至 88 年 7 月 31 日

計畫主持人：曾一平 私立淡江大學土木工程學系 教授

一、摘要（中英文）

二、計畫緣由與目的

三、研究方法及成果

四、結論與討論

五、參考文獻

六、圖表

以 LAPLACE 轉換求解變曲率曲梁承受移動載重之反應

計畫編號：NSC-88-2211-E-032-005

執行期限：87年8月1日至88年7月31日

計畫主持人：曾一平 私立淡江大學土木工程學系 教授

一、中文摘要

移動載重對梁的影響與一般動態載重有很大之不同點，最主要在於移動載重多考慮了時間與作用位置對結構的影響。其在土木工程之應用為模擬車輛對橋梁之動力影響。大多數文獻均只考慮直梁之情況。但在大都會內構築高架橋或橋梁受地形及地物之限制時常需採曲線設計。因此探討曲梁承受移動載重動態反應，實有其必要性。

關鍵字：曲梁、拱、面外反應、移動載重。

Abstract

The effect of moving loading is very different from the usual dynamic loading, since the influences of moving velocity and loading position on the structure should be considered. One of applications in civil engineering is in modeling the effect of a moving which on a bridge. Most studies are concentrated on straight beams. However, the curved-beams are applied to the bridge design, especially: for the elevated bridges in metropolis, often which brings the necessary of investigating the behaviors of curved beams subjected to a moving load.

Keywords : Curve-beam, Arches, Out-of plane response, Moving loading.

二、緣由與目的

本文考慮平面定斷面變曲率曲梁結構承受面外移動載重之動力反應。依 Huang 等人 [1-2] 之經驗使用動態勁度法結合 Laplace 轉換可以避免使用振態疊加法和有

限元素法之缺點而容易地獲得精確之位移和內力反應。本文利用此法探討曲梁承受面外移動載重之行為有二個目的：一為在學術上，探討利用新方法來解決古老問題之可行性，並進而研究變曲率曲梁承受移動載重之動力行為，以補文獻中之不足。另一為在工程應用上，變曲率曲梁常用於高架橋梁及其引道設計；為工程師設計橢圓形梁之便，本研究亦針對圓形曲梁及橢圓曲梁（多種長短軸比和圓心角）探討其衝擊係數圖，以供設計參考。

梁承受移動載重之動力反應，可回溯至十九世紀[3]。大多的文獻可由 Fryba[4] 書中得知。從文獻中，可發現探討車輛所引致橋梁振動分析方法，不外分為振態疊加法(Normal mode method) [5-9]、轉換矩陣法(Transfer matrix method) [10]與有限元素法(Finite element method) [11-12]；更有一些使用複雜模式考慮車輛與橋梁互制的行為[13-16]。但大多數的文獻只考慮直梁，少數論文考慮圓曲梁。而變曲率曲梁則未有文獻探討。

Tan 與 Shore[17]則應用振態疊加法分析曲梁之動力反應，進而考慮移動載重對曲梁的影響[18]。Joseph 與 Wilson[19]於實驗室進行曲梁承受移動質量的反應量測。Chu and Pinjarkar [20]、Rabizadeh and Shore[21]、Schelling 等人[22]及 Yang and Lin [23] 則使用不同型式的有限元素法分析箱型曲橋承受移動載重之動力反應。

振態疊加法有兩個主要的缺點，一是

不易求得系統自然振動頻率及振態，尤其是曲梁與多跨梁系統，二為移動載重所在的位置，其剪力為不連續，振態疊加無法正確地描述，並產生 Gibb's 現象。

同樣的，利用有限元素法求解，則須極細之網格；且每一增量時間須轉換移動載重為等值節點力，此為模型建立的一大難處。因此，這種近似的方法對多跨梁而言，顯得沒有效率。

動態勁度法(Dynamic stiffness method)常使用於直梁動態分析；Besko and Naraynan[24]提出三維剛架的動態勁度法分析，Leung and Zhou[25]、陳[26]與林[27]提出 Timoshenko 直梁之動態勁度法。Huang 等人 [1-2]則提出結合動態勁度法與級數解，利用 Laplace 轉換，求解面內、面外曲梁自由振動分析與動力分析；此法可以避免使用振態疊加法和有限元素法之缺點而容易地獲得精確之位移和內力反應。

三、方法與成果

本研究採用 Laplace 轉換結合動態勁度法與級數解以分析平面定斷面變曲率曲梁承受面外移動載重之動力反應。為確知分析方法之可行性，首先以 Laplace 轉換法求解平面定斷面定曲率曲梁承受移動載重之動力反應，並與振態疊加法比較以確定利用 Laplace 轉換法之精確度。進一步推導平面定斷面變曲率曲梁承受面外移動載重之動力分析証。

由於曲梁結構的振態不易求得，故具任意邊界的曲梁則無法使用振態疊加法(除非以有限元素法求得近似的振態)，而且振態疊加法無法精確解出跳躍問題。至於求解移動載重問題，工程界以有限元素法的直梁元素模擬曲梁時，已經需用許多元素才能得到精確答案。另一方面，有限元

素法求解移動載重亦需作很細的元素網分割方可求得較精確的答案。本文結合動態勁度與級數解並採用 Laplace 轉換與逆轉換之方法可以避免使用振態疊加法和有限元素法之缺點，而且可很容易地獲得任意邊界條件下承受面外移動載重之位移和內力反應精確解。

四、結論與討論

本文亦完成多個實例分析，藉此探討定斷面圓曲梁與橢圓曲梁承受移動載重之動力反應與衝擊係數變化，可得以下幾點結論：

1. 外力振動頻率的影響

當 W_p 越接近 W_0 時，其動力反應越有放大效應，當 $W_p = W_0$ 時，則產生共振，此放大效應須要某時間才能達穩態。

2. 阻尼的影響

阻尼的影響很小，對剪力而言，是完全不影響。

3. 跨數的影響

單跨曲梁之 u 、 M_2 及 M_1 衝擊係數較雙跨曲梁衝擊係數大，尤其是在高速時。對 Q 而言，跨數的影響並不明顯。

4. 曲率半徑的影響

斷面長寬比與細長比為定值時，曲率半徑不影響移動集中載重衝擊係數之改變。

5. 圓心角的影響

斷面長寬比、細長比與曲率半徑為定值時，高速時圓心度的改變造成之衝擊係數有較明顯的變化。

6. 移動速度的影響

考慮移動集中載重，衝擊係數會隨著無因次化速度增加而增加，但考慮外力振動頻率則會有明顯改變的趨勢。

五、参考文献

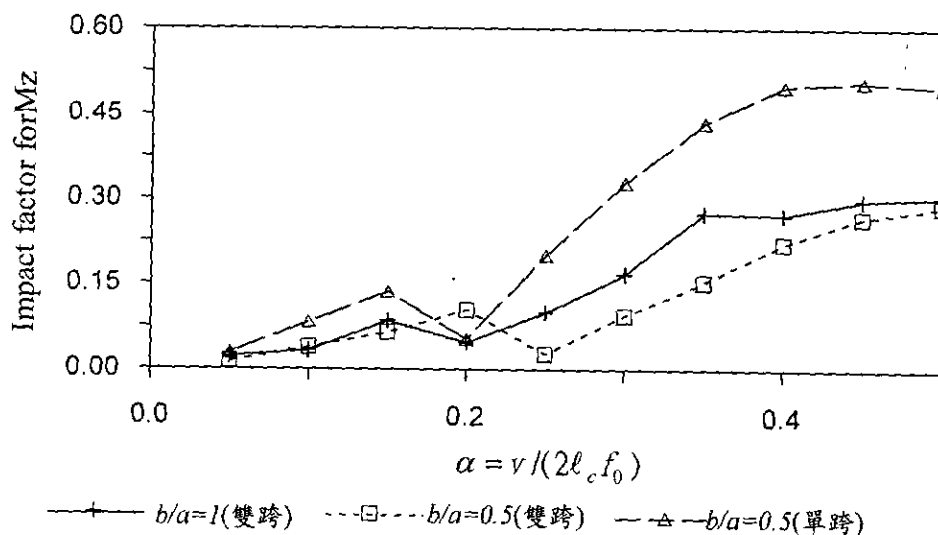
- [1] Huang, C. S., Tseng, Y. P. and Lin, C. R. (1998a), "In-plane transient responses of an arch with variable curvature," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE (accepted).
- [2] Huang, C. S., Tseng, Y. P. and Chang, S. H. (1998b), "An analytical solution for an arch with variable curvature," *The Journal of Mechanics*, (accepted).
- [3] Stokes, G. G. (1849) "Discussion of a differential equation relating to the breaking of railway bridges," *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Part 5, 707-735.
- [4] Fryba, L. (1971) *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, Research Institute of Transport, Prague, Czechoslovak.
- [5] Timoshenko, S., Young, D. H. and Weaver, W. Jr. (1974), "Vibration Problems in Engineering," 4th Ed, Wiley, New York.
- [6] Warburton, G. B. (1976), "The dynamical behavior of structures," 2nd Ed. Pergamon press, Oxford England.
- [7] Blejwas, T. E., Feng, C. C. and Avre, R. S. (1979), "Dynamic interaction of moving vehicles and structures," *J. Sound & Vibration*, 67(4), 513-521.
- [8] Akin, J. E. and Modid, M (1989), "Numerical solution for response of beams with moving mass," *J. Struct. Engrg., ASCE*, 115(1), 120-131.
- [9] Michaltsos, G. and Sophianopoulos, D. and Kounadis, A. N. (1996) "The effect of a moving mass and other parameters on the dynamic response of simply supported beam," *Journal of Sound and Vibration*, 191(3), 357-362.
- [10] Wu, J. S. and Dai, C. W. (1987), "Dynamic response of multispan nonuniform beam due to moving loads," *J. Struct. Engrg., ASCE*, 113(3), 458-474.
- [11] Sridharan, N. and Mallik, A. K. (1979), "Numerical analysis of vibration of beams subjected to moving loads," *J. Sound & Vibration*, 65(1), 147-150.
- [12] Inbanathan, M. J. and Wieland, M. (1987), "Bridge vibrations due to vehicle moving over rough surface," *J. Struct. Engrg., ASCE*, 113(9), 1994-2008.
- [13] Chu, K. H., Garg, V. K. and Wang, T. L. (1986), "Impact in railway prestressed concrete bridges," *J. Struct. Engrg., ASCE*, 112(5), 1036-1051.
- [14] Huang, E. S. and Nowak, A. S. (1991), "Simulation of dynamic load for bridges," *J. Struct. Engrg., ASCE*, 117(5), 1413-1434.
- [15] Wang, T. L., and Huang, D. (1992), "Cable-stayed bridge vibration due to road surface roughness," *J. Struct. Engrg., ASCE*, 118(5), 1354-1374.
- [16] Yang, Y.B. and Cin, B. H. (1995a), "Vehicle-bridge interaction analysis by dynamic condensation method," *J. Struct. Engrg., ASCE*, 121(11), 1636-1643.
- [17] Tan, C. P. and Shore, S. (1968a), "Dynamic response of a horizontally curved bridge," *J. Struct. Div., ASCE*, 94(3), 761-781.
- [18] Tan, C. P. and Shore, S. (1968b), "Response of horizontally curved bridge to moving load," *J. Struct. Div., ASCE*, 94(9), 2135-2151.
- [19] Jeffcott, H. H. (1929), "On the vibration of beams under the action of moving loads," *Phil. Mag.*, 7(8), 66.
- [20] Chu, K. J. and Pinjarkar, S. G. (1971) "Analysis of horizontally curved box girder bridges," *Journal of the Structural Engineering Division*, ASCE, 101(9), 1899-1912.
- [21] Rabizadeh, R. O. and Shore, S. (1975) "Dynamic

- analysis of curved box-girder bridge," Journal of the Structural Engineering Division, ASCE, 101(9),1899-1912.
- [22]Schelling, D. R. Galdos, N. H. and Sahin, M. A. (1992) "Evaluation of impact factors for horizontally curved steel box bridges," Journal of Structural Engineering, 118(11),3203-3221.
- [23]Yang, Y. B., Liao, S. S and Lin, B. H. (1996b), "Impart formulas for vehicle moving over simple and continuous beam," J. Struct. Engrg., ASCE, 121(11), 1644-1650.
- [24]Beskos, E. and Narayanan, G. N.(1983), "Dynamic response of frameworks by numerical Laplace transform," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 37 : 289-307.
- [25]Leung and Zhou, W. E.(1995), "Dynamic stiffness analysis of non-uniform Timoshenko beams," Journal of Sound and Vibration, 181 (3) : 447-456.
- [26]陳永祥, "考慮阻尼效應提摩仙可梁之動態勁度矩陣," 結構工程, 民國75年, 1卷1期, 33-38頁。
- [27]林聰悟, "剛構架振動分析之動態勁度矩陣法," 國立台灣大學工程學刊, 民國66年, 21期, 65-79頁。

六、圖表

Laplace 轉換法與振態疊加法所得單跨橢圓曲梁中點 \bar{u} 動力反應之比較

Time	\bar{u}				
	振態疊加法			Laplace 轉換法	
	10	20	30	(3,300,1)	(3,600,1)
0.05	-1.342E-2	-1.324E-2	-1.329E-2	-1.321.E-2	-1.321.E-2
0.10	-8.306E-2	-8.289E-2	-8.287E-2	-8.293.E-2	-8.290.E-2
0.15	-1.651E-1	-1.650E-1	-1.650E-1	-1.649.E-1	-1.649.E-1
0.20	-1.910E-1	-1.911E-1	-1.911E-1	-1.912.E-1	-1.912.E-1
0.25	-1.866E-1	-1.868E-1	-1.868E-1	-1.867.E-1	-1.867.E-1



雙跨橢圓曲梁針對不同長短軸比之內力衝擊係數