

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

波動方程式時域解於垂直載重群樁基礎之研究 Study of Time Domain Wave Equation Analysis on Axially Loaded Group-Pile Foundation

計畫編號：88-2218-E032-009

執行期限：87年8月1日至88年7月31日

主持人：張德文 淡江大學土木工程學系

一、中文摘要

本研究建立含筏基群樁基礎受軸向動態荷重行為之波動方程式。群樁結構體可視為等質單一筏墩基礎，以有限差分進行分析。基樁周遭土層支承以 $t-z$ 、 $Q-z$ 理論曲線模式之土壤彈簧、轉換阻尼係數，以及 Novak 動力阻抗函數提供之土壤彈簧與阻尼數值模擬之。另參考前期研究根據動力互制因子推導群樁基礎中單樁互制分析模式，並納入樁帽影響，以求取基樁反應。本研究分別針對等值墩基分析模式與群樁基礎中單樁互制分析模式進行程式模擬，並且探討群樁間距、土層勁度以及樁長與樁徑比值等參數改變對於基礎反應造成之影響，比較兩種模式的分析結果。

關鍵詞：群樁、波動方程式、動力互制因子、等質墩基

Abstract

This study establish the wave equation analytical model for piles. In order to simplify the analysis, this study takes the group-pile as a single equivalent pier, and the corresponding equation is derived with the FD method. Soil spring constants and damping coefficients were founded by theoretic $t-z$ and $Q-z$ equations and a time dependent radiation damping model derived from Novak's dynamic impedance functions. Moreover, this study refers to the research of interactive single pile model, and estimates the response of the pile foundation with the cap.

二、計畫緣由與目的

樁於基礎工程中為克服軟弱土層地表承载力不足常使用方法之一，其目的係將上部結構重力或其他荷重傳遞至較堅硬或較深地層，以使地層不至發生破壞，因此於軟弱土層樁基礎受軸向荷重對於結構物的安全佔有相當重要

的地位。

一般結構物若不考慮對於土層運動的回饋作用則往往會高估或低估結構反應，因此土壤和結構間之互制行為，的考慮，使其合理反應土壤對結構影響，甚為重要。台灣地處環太平洋地震帶，結構體在地震時之耐震性、地震下的動態反應與結構物間的互至行為研究別具意義。

傳統動力分析中，求解時域運動方程式之時域阻尼係數不易求得，其原因在於阻尼會因時間與作用力不同而改變；而且所求得仍有其概略性，同時亦不具時域函數之特性，故仍有缺點，本研究參考葉興鴻、歐陽金福、林光宗等前期研究，以波動方程式模擬群樁互制效應之群樁基礎受軸向動力載重行為，目的在於發展以轉換輻射阻尼機制為主之樁行為模式，並將樁與樁之間的互制效應考慮其中，以便能更真實模擬整體群樁基礎反應。

三、群樁基礎等值墩基模式行為研究

對於群樁基礎的分析模式，有些學者建議使用適當的簡化設計來計算整體基礎的反應。Randolph (1994) 曾以同樣長度的等值墩基如圖 1 所示取代群樁，將單樁分析方法應用於此等值墩基反應分析中。此外本研究採用 Poulos and Davis (1980) 建議之公式求出計算所需之等值墩基樁徑和材料模數轉換公式，表示如下：

$$d_{pier} = \sqrt{\frac{4}{\pi}} A_g = 1.13 \sqrt{A_g} \quad (1)$$

$$E_{pier} = E_s + (E_p - E_s) \frac{A_p}{A_g} \quad (2)$$

波動方程式

本研究以假設之等值墩基取代群樁，配合上部之方形筏基而構成整體群樁基礎系統，其中筏基與墩基介面為剛性連接。依據圖 2a 及 2b 所示之節塊力平衡狀態，配合各部分節塊所需邊界條件，可推導出一維波波動方程之中值差分式，可進行基礎垂直受力行為反應的模擬。另經過推導並配合邊界條件可得

筏基頂部、周身、底部之控制方程式以及墩基頂部、周身、底端之控制方程式。

研究基本參數選擇

基礎周圍土壤假設基礎周圍土層為均質且完全飽和的正常壓密黏土，故選定其楊氏模數為 $E_s = 2 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ ，單位重為 $\gamma_s = 18.9 \text{ kN/m}^3$ ，材料阻尼比為 $\beta = 0.05$ 。群樁基礎上部之筏基假設群樁所支承的筏基為厚 1 m 之混凝土方形斷面塊體，其邊長則視群樁數目而變化。混凝土抗壓強度為 $f_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ ，楊氏模數為 $E_p = 2.46 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ ， $\gamma_p = 23.99 \text{ kN/m}^3$ 之單位重基樁。假設埋設基樁為圓形斷面混凝土樁，樁長 20 m，半徑 0.2 m，材料性質與筏基相同，樁距假設為 3 倍樁徑，即 $S = 1.2 \text{ m}$ 。

本研究藉著等值墩基之簡化模式以減少群樁分析之複雜性。經研究之群樁配置型態為 2 x 1、2 x 2、3 x 3 與 4 x 4 的等值墩基頂部位移歷時曲線圖，如圖 3 為不同載重下，群樁配置為 4 x 4 之等值墩基頂部位移歷時曲線。而由研究所獲得之結果可知樁頂受力所產生的位移量大小確實受到群樁數目影響。群樁數目愈多者，其所對應之等值墩基尺寸即增大，乃至於配合之筏基面積也愈大，故其受力產生之位移量愈小。

四、群樁基礎中單樁行為研究

群樁互制影響之單樁分析模式是藉著假設群樁中每根單樁之位移量均相等，經由樁頂剛性基版作用力傳遞至各單樁的作用力將具有分配性，透過動力阻抗函數與互制因子即能計算作用在各別單樁上的力量。分析採用由適當的比例關係求出單樁上所應該對應之筏基單元面積，當整體群樁基礎受到一集中外力作用時，經由力分配性可求出個別單樁所承受之作用力，如此其與總力值的比例關係乘上原本總筏基面積後，便能得到適度縮小的單樁對應筏基單元面積，如圖 4 所示。該項原則係假設筏基受力分布均勻。同時，分配在此單樁元素上的作用力也可以經由總承受外力乘上上述比例關係後得到。值得注意的是，若分析的單樁元素屬於中間樁時，其分析系統上部筏基節塊之周身將不受到土壤勁度與阻尼力量的作用。依據圖 2a、2b 所示節塊力平衡狀態，配合各部分節塊所需的邊界條件，便可推導出一維波動方程之中值差分式，以進行基礎垂直受力的模

擬。
互制土壤阻尼

本研究採用 Dobry and Gazetas (1988) 建議群樁動力互制因子 α_v 之簡易公式，對垂直振動樁基礎而言， α_v 可寫為：

$$\alpha_v = \left(\frac{S}{r_0}\right)^{-1/2} \exp(-\beta\omega S/V_s) \exp(-i\omega S/V_s) \quad (3)$$

由林光宗(1998)的研究結果可得到不同樁配置下之互制動力阻抗函數值 K_G ，而 K_G 又可寫為：

$$K_G = K_{G(\text{real})} + K_{G(\text{imag})} = K_{G(\text{real})} + i\omega C \quad (4)$$

該系統的等值阻尼比 D 即可依下式求得：

$$D = \frac{\omega C}{2K_{G(\text{real})}} \quad (5)$$

俟等值阻尼比數據建立後，可依據基本模式建立步驟，藉迴歸分析和逆富氏轉換配合群樁基礎周遭土層的靜態勁度係數，推求其輻射阻尼係數供分析群樁動力行為之用。

互制土壤彈簧

對於樁身周圍的土壤勁度而言，同樣的也應該受到樁與土壤動態位移場之影響而產生互制效應。因此，除了選取樁身 t-z 理論曲線之靜態土壤彈簧公式外，亦需將互制影響納入其中以推導互制土壤彈簧公式，供群樁基礎單樁波動方程式使用。

根據式 (3) 將 $\omega=0$ 代入，可得靜態之互制係數，寫為：

$$\alpha_v(S) = \sqrt{\frac{r_0}{S}} \quad (6)$$

因此，根據林光宗(1998)所建議之各種群樁配置動力阻抗函數公式，再將選取之 t-z 理論曲線靜態樁周土壤彈簧 K_s ，以及上述推導之靜態互制因子同時代入動力阻抗函數之中，即能得到不同群樁配置情況下受互制作用之單樁樁周土壤彈簧 K_s^* 公式。而求出之單樁周身互制土壤彈簧係數值，將之除以原始土壤彈簧係數，可得比值關係 (K_s^*/K_s) 值。由表 1 可知其折減值，且群樁配置愈多則折減比例愈大，且中心樁者比邊緣樁與角隅樁者折減比例愈多。

而分析之基本參數同前。研究發現當振頻為 0、50、100、300 時，作用在

各單樁上的力的分配特性，如圖 5、6 為 $W=0$ 及 $W=300$ 力的分配性，而由可得知依據 Dobry and Gazatas 建議的互制因子推導而得之力分配將適用於黏土層剛性基礎(分配力將集中於角隅，邊緣次之，中間者最低)。

根據群樁配置型態如圖為樁系統於諧和荷重下，群樁配置如圖 7 為 4×4 之 (a) 單樁作用力 (b) 模擬筏基面積 (c) 位移對時間關係圖。研究發現當配置為 2×1 、 2×2 者，由於力之平均分配性，單樁力值為總外力值除以樁數。然當群樁配置型態為 3×3 與 4×4 者，則因力分配之比例關係為時間函數，使得此單樁作用力型式與總外力型式不同，其力值也隨時間變化而形成不同之變化趨勢。

單樁系統之模擬縮小筏基變化曲線，當群樁配置型態為 2×1 、 2×2 者，其面積值為原總面積值除以樁數，故圖形保持定值不隨時間而變化。但若群樁配置型態為 3×3 與 4×4 者，此模擬縮小筏基面積值為原總面積乘上時域之比例關係所求得，故最後得到其為隨時間而變化的曲線

五、理論設計曲線

Poulos (1989) 建議之土壤-樁系統變位方程式可寫為：

$$\delta = \frac{P l_p}{d E_s} \quad (7)$$

因此使用此公式計算式模擬的數據結果，即可繪出本研究分析架構之理論設計曲線。如圖 8、9 顯示為不同理論設計曲線圖。

六、參數研究

群樁基礎受力反應會受到許多因素的影響，本研究於改變樁徑、土壤彈性模數質和樁長，分別探討各項因素對於等值墩基模式和單樁系統模式所模擬之軸向動力反應的影響。

1. 樁距與樁徑比值影響

在三種不同樁距值： $S=1.2m$ 、 $1.6m$ 、 $2m$ 於三種不同受力狀態：單調荷重、衝擊荷重、諧和載重下進行比較分析，我們可以發現，樁距的增加使得模擬之等質墩基直徑增加，並且筏基規模也隨之增加，當基礎受到相同外力時，樁距愈大者，其產生之基礎位移量相對愈小。而對於群樁基礎中單樁行為分析模式，其結果大致趨勢相同。

2. 土壤-基礎勁度比值影響

研究擬選用三種不同的土壤楊氏係數值分別為 $E_s=2 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ ， 2.7×10^4

kN/m^2 以及 $4 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ 進行分析比較，其所對應之土壤-基礎勁度比值分別為 $E_p/E_s=1200$ ， 900 ， 600 ，於三種不同受力狀態進行分析比較，研究發現土層勁度愈大者，基礎之受力反應愈小，即位移量愈小，而在單樁分析模式中其產生的變化與等質墩基模式相同。

3. 細長比影響

本研究擬以 20 m 、 30 m 、 40 m 等三種不同的樁長進行分析比較，此三種樁細長比分別為 100 ， 150 及 200 ，於三種不同受力狀態下，進行分析比較。研究發現：於等質墩基模式情況下，其受力反應位歷時曲線受到樁細長比改變而產生的差異非常微小，而於單樁分析模式中也是相同的。

七、結果討論

本研究建立以波動程式本研究建立以波動方程式模擬整體群樁基礎受軸向動力載重時之行為基本模式。分析模式包括等質墩基模式和群樁基礎中任意單樁反應。而經過施加三種型態載重的基礎分析以及影響參數的探討，等值墩基模式與單樁系統模式之基礎受力反應均相當一致。改變樁距與樁徑比值對基礎反應所造成的影響最大，樁距愈大者，其位移則愈小；若改變土壤楊氏模數以及土壤阻尼比，則對於此分析架構中群樁基礎行為所造成的影響極微。但其中單樁系統模式分析中，當群樁配置型態為 3×3 與 4×4 者則其基礎位歷時曲線會出現歷時稍長的振盪後才趨於收斂的現象，其原因值得再深入探討。

八、參考文獻

1. 葉興鴻，「轉換輻射阻尼於基樁軸向、側向行為之模擬與應用」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所，台灣，淡水 (1996)
2. 歐陽金福，「垂直載重基樁土壤彈簧勁度與阻尼模式研究」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所，台灣，淡水 (1997)
3. 林光宗，「群樁互制效應對基樁反應之影響」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所，台灣，淡水 (1998)
4. 劉祉祥，「垂直載重群樁之波動方程式時域解」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所，台灣，淡水 (1999)

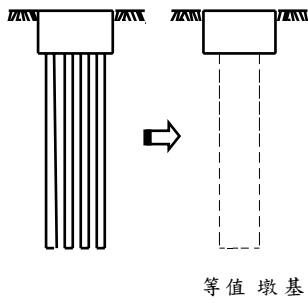


圖 1 等值墩基模式示意圖

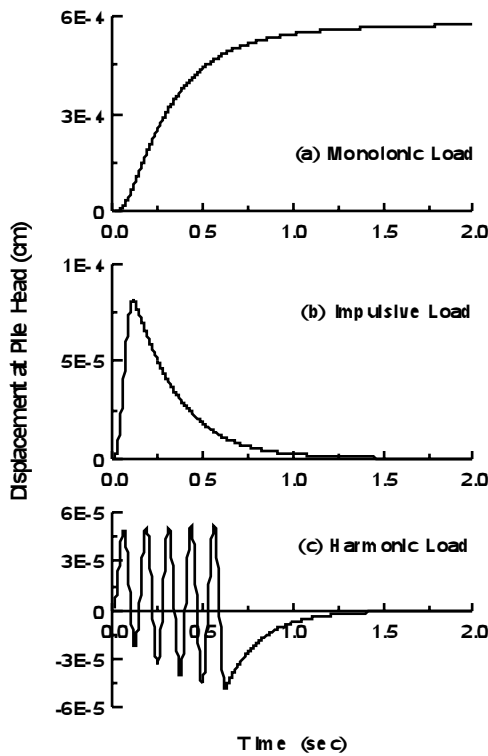


圖 3 不同載重下, 群樁配置為 4x4 之等值墩基頂部位移歷時曲線

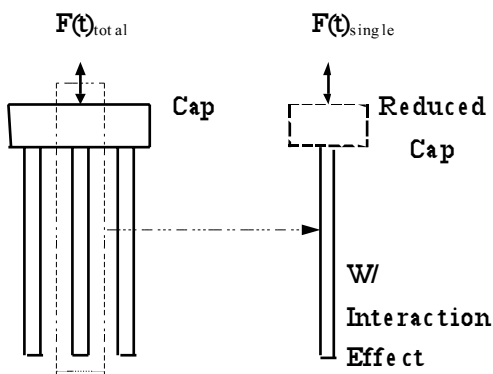
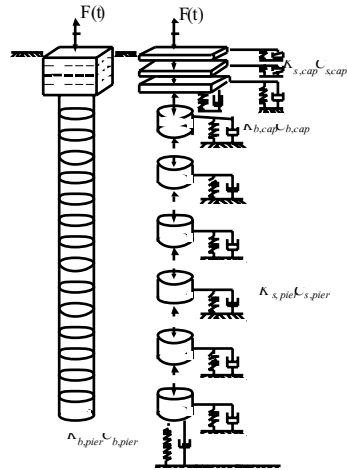


圖 4 單樁分析系統示意圖



(2a)

$$F_1 = EA \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$F_m = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \Delta x$$

$$T = \left(C_s \frac{\partial w}{\partial t} + K_s w \right) \Delta x$$

$$F_2 = EA \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Delta x \right)$$

(2b)

圖 2a、2b 群樁基礎分解模擬與節塊元素力平衡示意圖

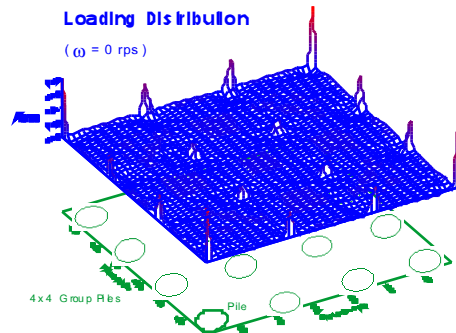


圖 5 4x4 群樁配置型態之單樁作用力分配性示意圖 (ω=0)

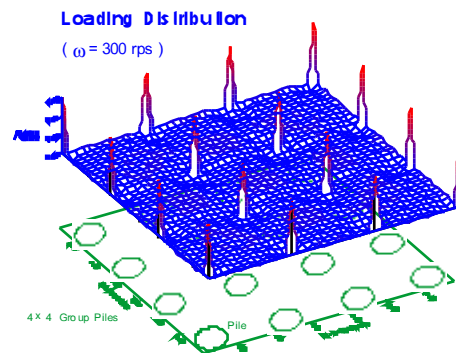


圖 6 4x4 群樁配置型態之單樁作用力分配性示意圖 (ω=300)

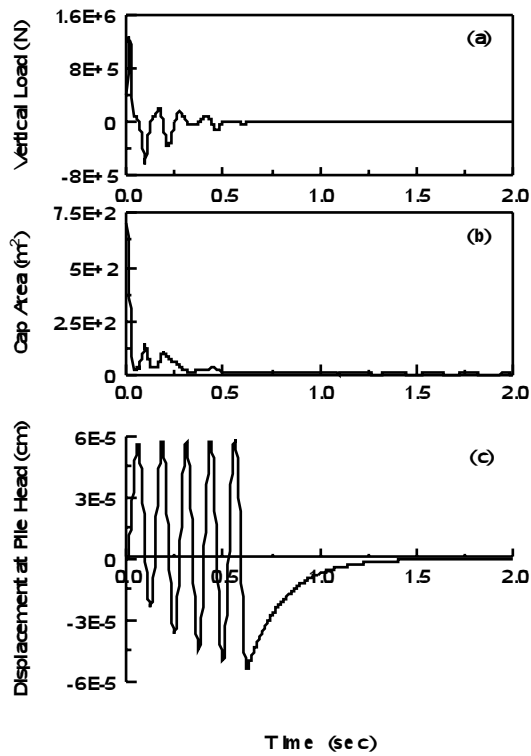


圖 7 單樁系統於諧和荷重下，群樁配置為 4x4 之 (a) 單樁作用力 (b) 模擬筏基面積 (c) 位移對時間關係

表 1 單樁周身互制土壤彈簧係數與原始土壤彈簧係數比值關係 (K_s^*/K_s)

樁半徑 20 cm 樁距 120 cm			
群樁配置型態	中心樁	邊緣樁	角隅樁
2 x 1		71.2%	
2 x 2		46.3%	
3 x 3	2.5%	18.9%	36.6%
4 x 4	1.9%	16.5%	26.5%

樁半徑 20 cm 樁距 160 cm			
群樁配置型態	中心樁	邊緣樁	角隅樁
2 x 1		73.9%	
2 x 2		49.8%	
3 x 3	5.3%	23.5%	36.9%
4 x 4	4.9%	18.2%	27.4%

樁半徑 20 cm 樁距 200 cm			
群樁配置型態	中心樁	邊緣樁	角隅樁
2 x 1		75.9%	
2 x 2		52.7%	
3 x 3	9.8%	26.6%	37.5%
4 x 4	7.2%	19.6%	28.5%

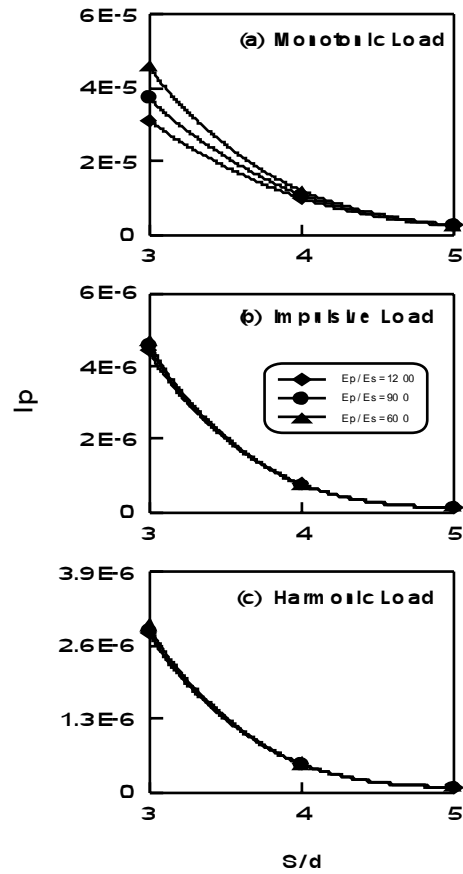


圖 8 群樁配置型態為 4 x 4 之理論設計曲線圖 (改變土-樁勁度比)

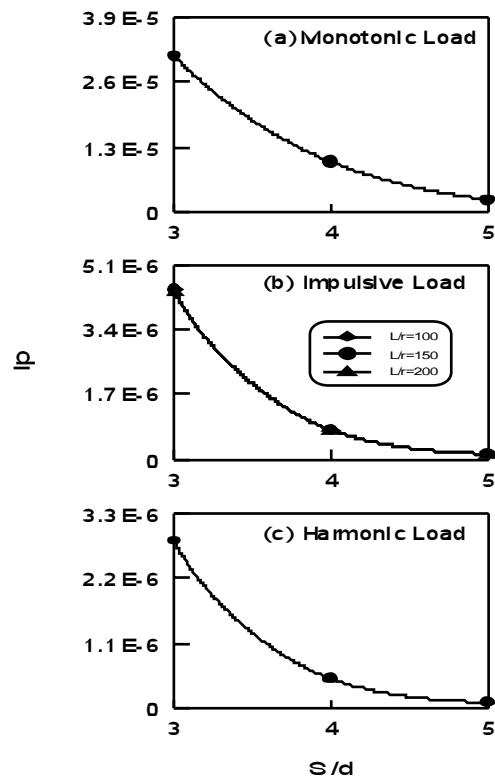


圖 9 群樁配置型態為 4 x 4 之理論設計曲線圖 (改變細長比)