

計畫名稱：生態種族競爭的統計問題探討

計畫編號：NSC 88-2118-M-032-004

執行期限：87 年 8 月 1 日至 88 年 7 月 31 日

主持人：陳主智

電子郵件：ccchen@mail.tku.edu.tw

執行機構：淡江大學數學系

一、中文摘要

考慮二種不同生物族群數量隨著時間變化，受到環境與彼此競爭食物與生存空間的影響，其數量的消長依循 Lotka-Volterra 的競爭模式(L-V model)。根據實驗或實地觀察在不同時間點所搜集到的數據推估模式的參數，便可預估在此動態行為模式之下，此二種不同族群其在未來特定的時間點的數量。然而，由於無法正確描述在 L-V model 之下的隨機過程分布，加上觀察到的數量無法避免存在觀測誤差，會使得所推估的參數有極大的不確定性，而所得的結論也將差之千里。由於簡單的出生或死亡過程 (simple birth and/or death process) 的隨機分布是已知的，本研究現階段的重點先考慮在此簡單的過程之下：1、觀測誤差對於一般的最大似估計與最小平方估計的影響與如何修正；2、假設生長或死亡係數在整個族群 (population) 之中是根據某機率分布，且此係數會因遺傳或環境影響而變化，如何從實驗數據判斷究竟是屬於何種情況？有關於第一點，目前研究尚在進行中。至於第二點，由簡單的數量與時間關係的圖形，我們可以作一粗略的判斷，正整理成初稿中。

關鍵詞：隨機過程、觀測誤差、最大似估計、最小平方估計、出生（死亡）過程

Abstract

Suppose the number of two distinct species varies according to the L-V competition model, which depends on the environmental effects, and mutual competitions for sources of food and living space. To predict the number of the two species in the future, one could estimate the unknown coefficients from experimental data or field observations, and solve the differential equations numerically. However, due to the complexity of the process, and the unavoidable observation error, there is substantial uncertainty in the estimated coefficients. Furthermore, opposite conclusions could be drawn by a slight difference in the estimates. As a preliminary research, we focus our attention first to the case of simple birth and (or) death process which could be described exactly for their statistical distributions. Two main schemes are under examination: 1. The effect of observation error to the standard maximum likelihood estimate and least square estimate, and methodologies to correct for this source of error. 2. Suppose the birth (death) rate for the whole population varies depending on individuals which follows a statistical distribution, and the

rates could be hereditary or affected by environmental factors. What could be done to distinguish the real situation from laboratory data? The first line of research is in progress. And the second, one could testify from a simple population versus time plot for the real situation. A manuscript is being summarized.

Keywords: Process Error, Observation Error, Maximum Likelihood Estimate, Least Square Estimate, Simple Birth (Death) Process, Hereditary

二、緣由與目的

在生態學研究中，有關不同族群的數量隨著時間的消長情形，長久以來是建立在生物數學上。藉由微分方程式的解，進而預測動態系統中生物數量的變化。其中最具代表性的為 Lotka-Volterra 的競爭模式，以及 Gauss 在 1934 年所做的實驗。然而有關 L-V model 中的係數估計，雖然生物學家可以利用簡單的迴歸求得粗略的估計，在過程誤差與觀測誤差並存的情形下，加上使用的迴歸模式並不符合實際情形，都將使估計值有極大的出入。在 Pascual & Kareiva (1996) 一文中指出，利用 Gauss 的數據，在單純假設過程誤差或觀測誤差的情況下，所得的結論也將截然不同。此不僅與假設有關係，其中更牽涉實驗設計的問題。

此問題的困難之處在於，觀測所得的數據一般而言是過程誤差與觀測誤差並存的，因此在沒有其它訊息的情況下，很難以將二者區分開來。此外，由於 L-V model 的複雜性，其完整的隨機過程分布並不易表示，而一般實驗者所假設的 log-normal 分布也不見得合適。也因此相關的統計推論的正確性就有待商榷。在深入探討相關數理生態學的文獻後發現，Pielou (1977) 已有討論單純出生或死亡過程以及與之關係極密切且在生物學界被廣泛採用的 logistic 模式在平衡點(equilibrium)時的隨機分布。至於後者在其它時間點的隨機分布，以及架構在 logistic 模式之上的 L-V 模式的過程分布則付之闕如。其原因即出現在在這些情況其隨機過程分布並不易推導，此可由出生與死亡過程隨機分布解的複雜性可見一斑。另外，我們發現雖然當時或更早數理生態/統計學家已經知道此隨機過程的分布，但是並沒有廣泛被生物學家在處理觀察數據時用做為統計推估。

本研究計畫在從文獻中瞭解原問題的困難度，與發現在結合理論與實際時統計所扮演的角色有待加強，現階段的任務即先從已知的出生與死亡過程隨機分布著手。希望能回答以下兩個問題：1、觀測誤差對於一般的最大概似估計與最小平方估計的影響與如何修正；2、假設生長或死亡係數在整個族群之中是根據某機率分布，且此係數會因遺傳或環境影響而變化，如何從實驗數據判斷究竟是屬於何種情況？

三、結果與討論

在試圖回答第一個問題方面，我們主要比較三種估計量：1、最大概似估計；2、最小平方估計；3、假設隨機誤差為 log-normal 的最大概似估計。若沒有觀測誤差的情況下，對於出生係數的估計，可以預期最大概似估計會有最佳表現，電腦

模擬結果也顯示如此。但是在有觀測誤差的情況下，初步電腦模擬結果則顯示最小平方估計表現最好。此由於最大概似估計在此時受到觀測誤差的影響。至於如何修正，研究尚在進行中。

在試圖回答第二個問題方面，初步電腦模擬結果發現藉由簡單的數量與時間關係的圖形，我們可以作一粗略的判斷，個體後代的出生係數是否受環境影響而有變異，或只是單純的遺傳基因的傳遞。至於究竟群體之中出生係數是否因個體而異或只是一個固定的係數，則由圖形並不易分辨，因為二者的圖形同樣呈一直線。這也是目前我們感到困惑，並且對於實驗生物學家的研究可能有所貢獻之處。

四、計畫成果自評

在本計畫執行期間，最感困難之處在於跨越不同領域的同時，不太能掌握問題的癥結所在，而在摸索學習之中，耗費不少精力與時間。此外，由於相關的統計探討文獻極為有限，雖然我們深信此一課題的重要性與潛在的研究發展，在理論探討與實務的配合方面仍有待加強，而進展的過程也稍嫌緩慢。

四 參考文獻

Bartlett, M. S. (1960), *Stochastic Population Models in Ecology & Epidemiology*, William Clowes & Sons, London and Beceles.

Leslie, P. H. (1957), An analysis of the data for some experiments carried by Gause with populations of the Protozoa, *Paramecium Aurelia* and *Paramecium Caudatum*, *Biometrika*, 44, 314-327.

Pascual, M. A., and Kareiva, P. (1996), Predicting the outcome of competition using experimental data: maximum likelihood and Bayesian approaches, *Ecology*, 77(2), 337-349.

Pielou, E. C. (1977), *Mathematical Ecology*, John Wiley & Sons, Inc.

Richter, O., and Sondgerath, D. (1990), *Parameter Estimation in Ecology- The Link between Data and Models*, VCH Publishers, New York, N.Y.

