

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

外加垂直磁場下，二維退火無序超導薄膜之拓樸長程序

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC94-2112-M-032-011-

執行期間：94年08月01日至95年07月31日

執行單位：淡江大學物理學系

計畫主持人：陳惟堯

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 95 年 10 月 19 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫  成果報告  
 期中進度報告

外加垂直磁場下二維退火無序超導薄膜之拓樸長程序

Topological long-range order in two-dimensional quenched disorder superconducting  
film in the presence of perpendicular external magnetic field

計畫類別： 個別型計畫  整合型計畫

計畫編號：NSC 94- 2112 - M - 032-011 -

執行期間： 94 年 8 月 1 日 至 95 年 7 月 31 日

計畫主持人： 陳 惟 堯

共同主持人：

計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告  完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢，涉及專利或其他智慧財產權，一年二年後可公開查詢

執行單位：淡江大學物理系

中 華 民 國 95 年 10 月 11 日

## 中文摘要:

**關鍵詞:** 拓樸長程序; 束縛拓樸激發對; KT 相變

我們曾針對任意分佈之外加位能情形下之拓樸長程序、與無序之相變情形加以研究, 本研究計劃則將針對在外加垂直磁場下, 二維退火無序(quenched disorder)超導薄膜的拓樸長程序作研究。

我們都知道在二維系統中, N. D. Mermin 已經證明並沒有長程序(long-range order)存在, 然而 J. M. Kosterlitz 和 D. J. Thouless 則提出一個新的長程序觀念, 亦即拓樸長程序(topological long-range order)的觀念。當一系統處在溫度低於其臨界溫度時 ( $T < T_{KT}$ ), 其正拓樸荷的拓樸激發, 與負拓樸荷的拓樸激發, 將形成束縛態, 也就是在超導系統中之磁通子與反磁通子對(vortex-antivortex pair), 這就是所謂的拓樸長程序, 而其序參量相關函數(correlation function)係呈現代數衰減型式。但在高溫時 ( $T > T_{KT}$ ), 此等束縛態部份被熱擾動所破壞, 其序參量相關函數呈指數衰減, 然而當距離小於其相干長度(correlation length)時, 正拓樸荷的拓樸激發, 與負拓樸荷的拓樸激發, 仍會形成束縛態, 但是當距離大於其相干長度時, 則形成個別的自由拓樸激發, 此即在超導系統中之自由磁通子。

這種拓樸長程序, 與無序之轉變即所謂的 KT 相變(phase transition), 亦即當系統溫度從低於臨界溫度, 躍遷至高於臨界溫度時, 此種拓樸長程序遭到破壞, 而由具有非常稀少的自由磁通子態, 躍遷至一具有非常多的自由磁通子態(其密度與相干長度之平方成反比)。一般而言很多物理量, 在處於臨界溫度兩側會有截然不同的物理特性, 像超導薄膜之電阻係數, 在低於相變溫度時, 呈現非線性(non-linear)關係, 但在高於相變溫度時, 則為線性的歐姆(linear Ohmic-type)行為。然而在 KT 相變時, 其序參量, 及其高階微分項, 皆為連續, 所以 KT 相變亦被稱為無限階相變。

我們曾研究磁通子動力學, 及當溫度低於 KT 相變臨界溫度下, 隨機分佈之弱釘軋源, 對二維超導薄膜磁通子對之生成(vortex-antivortex pair generation), 以及非線性磁通流動電阻係數(nonlinear flux-flow resistivity)多年, 最近又與北京師範大學物理系教授馮世平合作研究, 有關隨機分佈之弱釘軋源, 及磁通子變形(deformation)對磁通子對之生成(vortex-antivortex pair

generation), 及非線性磁通流動電阻係數之影響, 任意分佈之外加位能情形下之拓樸長程序、與無序之相變情形, 及磁通晶格之量子漲落、熱漲落, 及集體釘軋在二類超導薄膜所引發之峰頂效應。本研究計劃則將針對在外加垂直磁場下, 二維退火無序(quenched disorder)超導薄膜的拓樸長程序作研究。本研究進行順利, 我們利用泛函積分, 與及場論相關技巧, 成功的求得拓樸長程序與無序之相變溫度與外加垂直磁場之關係。我們發現外加垂直磁場將導致 KT 相變臨界溫度降低, 其磁允係數亦隨磁場之增加而減少。

## Abstract

**Keywords:** Topological long-range order; bounded topological excitation pair; KT phase transition

We have studied the topological long-range order in two-dimensional vortex system with randomly distributed external potential. This research project, we shall study the topological long-range order in two-dimensional quenched disorder superconducting film in the presence of perpendicular external magnetic field.

It is well-known that in two-dimensional system N.D. Mermin had proven that long-range order could not exist. However, J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless issue a new concept about long-range order, namely, the topological long-range order. When the system at temperature lower than the critical temperature ( $T < T_{KT}$ ), the topological excitation with positive topological charge and those with negative topological charge form a bounded pairs. These are the vortex-antivortex pairs in two-dimensional superconducting films. The system of bounded pairs is so-called the topological long-range order. The correlation function of order parameter decays algebraically. When at higher temperature ( $T > T_{KT}$ ), parts of these bounded pairs are broken by thermal fluctuation, the corresponding correlation function of order parameter declines exponentially. When the distances between the positive and negative topological excitations are less than the correlation length, they still form bounded pairs. However, when the distances between them are greater than the correlation length, they form individual free excitations in two-dimensional superconducting film, these corresponding to, namely, free vortices and free antivortices.

This kind of transition from topological long-range order state to topological disorder state is called the KT phase transition. When the system's temperature changes from below the critical temperature to up above the critical temperature, the topological long-range order is destroyed. The system changes from a state of very few free vortices to a state of many free vortices (its density is proportional to the inverse square of the correlation length). Generally, many physical properties have different behavior on both sides of the critical temperature, such as the resistivity of superconducting film at temperature below the critical temperature is highly nonlinear, however, at temperature above the critical temperature, it shows linear Ohmic-type

behavior. However, the order parameter and its higher order derivatives are continuous at the KT phase transition. Hence, the KT phase transition is also called the infinite order phase transition.

We have worked on the vortex dynamics, and the topic of vortex-antivortex pair generation and nonlinear flux-flow resistivity under the influence of randomly distributed of weak pinning sites below the KT phase transition temperature for many years, and recently cooperated with, the department of Physics of Beijing Normal University, Professor Shiping Feng on the effect of randomly distributed weak pinning sites and vortex deformations on the vortex-pair generation, and nonlinear flux-flow resistivity below the KT transition temperature, the topological long-range order in two-dimensional vortex system with randomly distributed external potential, and the peak effect induced by quantum, thermal fluctuations and collective pinning of vortex lattice in type-II superconducting films.

In this research project, we would like to consider the topological long-range order in two-dimensional quenched disorder superconducting film in the presence of perpendicular external magnetic field. This research project has been proceed smoothly. By using the techniques of functional integration and field theory, we successfully found out that the external magnetic field decreases the KT phase transition critical temperature, the permeability  $\mu$  also decreases with increasing the magnetic field.

## 報告內容:

### (1) 前言:

磁通子動力學是一相當熱門的研究領域，我們曾針對在外加隨機位能下二維磁通系統之 KT 相變，及當溫度低於 KT 相變溫度時，隨機分佈之弱釘軋源，對超導薄膜磁通子對之生成(vortex-antivortex pair generation)，以及非線性磁通流動電阻係數(nonlinear flux-flow resistivity)多年，最近又與北京師範大學物理系教授馮世平合作研究，有關任意分佈之外加位能情形下之拓樸長程序、與無序之相變情形，及磁通晶格之量子漲落、熱漲落，及集體釘軋在二類超導薄膜所引發之峰頂效應，量子及熱漲落(quantum and thermal fluctuations)對超導薄膜之急體釘軋及臨界電流之影響、隨機分佈之弱釘軋源，及磁通子變形(deformation)對磁通子對之生成(vortex-antivortex pair generation)，及非線性磁通流動電阻係數之影響。

本研究計畫，係主持人已執行完畢，計畫名稱為”外加隨機位能下二維磁通子系統之拓樸長程序研究 Topological long-range order in two-dimensional vortex system with randomly distributed external potential”(NSC-92-2112-M-032-014)的後續研究計畫。本研究計畫則將更進一步考慮，在外加垂直的磁場下，二維退火無序(quenched disorder)超導薄膜的拓樸長程序與無序的相變研究。這是一個尚待解決的問題，也是一個相當複雜、具挑戰性的問題，在理論及應用上，均極為重要。

### (2) 研究目的與文獻探討:

本研究計畫，係針對在外加垂直的磁場下，二維退火無序(quenched disorder)超導薄膜的拓樸長程序與無序的之相變加以研究。

N. D. Mermin 已經證明並沒有長程序(long-range order)存在，然而 J. M. Kosterlitz 和 D. J. Thouless 則提出一個新的長程序觀念，亦即拓樸長程序(topological long-range order)的觀念。當一系統處在溫度低於其臨界溫度時( $T < T_{KT}$ )，其正拓樸荷的拓樸激發，與負拓樸荷的拓樸激發，將形成束縛態，也就是在超導系統中之磁通子與反磁通子對(vortex-antivortex pair)，這就是所謂的拓樸長程序，而其序參量相關函數(correlation function)係呈現代數衰減型式。但在高溫時( $T > T_{KT}$ )，此等束縛態部份被熱擾動所破壞，其序參量相關函數呈指數衰減，然而當距離小於其相干長度(correlation length)時，正拓樸荷的拓樸激發，與負拓樸荷的拓樸激發，仍會形成束縛態，但是當距離大於其相干長度時，則形成個別的自由拓樸激發，此即在超導系統中之自由磁通子。

這種拓樸長程序，與無序之轉變即所謂的 KT 相變(phase transition)，亦即當系統溫度從低於臨界溫度，躍遷至高於臨界溫度時，此種拓樸長程序遭到破壞，而由具有非常稀少的自由磁通子態，躍遷至一具有非常多的自由磁通子態(其密度與相干長度之平方成反比)。一般而言很多物理量，在處於臨界溫度兩側會有截然不同的物理特性，像超導薄膜之電阻係數，在低於相變溫度時，呈現非線性(non-linear)關係，但在高於相變溫度時，則為線性的歐姆(linear Ohmic-type)行為。然而在 KT 相變時，其序參量，及其高階微分項，皆為連續，所以 KT 相變亦被稱為無限階相變。

本研究計畫，係針對在外加垂直的磁場下，二維退火無序(quenched disorder)超導薄膜的拓樸長程序與無序的之相變加以研究。我們將假設此外加磁場為一弱磁場，並考慮其生成之拓樸偶極對(topological dipole pairs)及熱生成之拓樸偶極對，在退火無序超導薄膜的屏蔽效應(screening effect)，在平均場的框架下，討論外加磁場，對 KT 相變臨界溫度，以及磁允係數的效應。當然討論此一相當複雜的物理系統，將可能遭遇到一些困難，但我們可利用場論及數學技巧來解決。

### (3)研究方法:

本研究計畫，係針對在外加垂直的磁場下，二維退火無序(quenched disorder)超導薄膜的拓樸長程序與無序的之相變加以研究。這迄今仍是一個尚未解決的問題，並且是一個相當複雜、具挑戰性的問題。

我們將假設此外加磁場為一弱磁場，並考慮其生成之拓樸偶極對(topological dipole pairs)及熱生成之拓樸偶極對，在退火無序超導薄膜的屏蔽效應(screening effect)，在平均場的框架下，討論外加磁場，對 KT 相變臨界溫度，以及磁允係數的效應。當然討論此一相當複雜的物理系統，將可能遭遇到一些困難，但我們可利用場論及數學技巧來解決。

### (4)結果與討論:

以“外加垂直磁場下二維退火無序超導薄膜之拓樸長程序”(Topological long-range order in two-dimensional quenched disorder superconducting film in the presence of perpendicular external magnetic field) 的研究計劃，係主持人已執行完畢，計畫名稱為”外加隨機位能下二維磁通子系統之拓樸長程序研究 Topological long-range order in two-dimensional vortex system with randomly



distributed external potential” (計畫編號為 NSC-92-2112-M-032-014)的後續研究計畫。經理論計算,這些研究工作的主要內容如下:

### 一、主要研究工作進展和研究成果:

本計畫研究工作策重於,在考慮外加垂直的磁場下,二維退火無序(quenched disorder)超導薄膜的拓樸長程序與無序的之相變加以研究,當然討論此一相當複雜的物理系統,我們假設此外加磁場為一個弱磁場,並考慮其生成之拓樸偶極對(topological dipole pairs)及熱生成之拓樸偶極對,在退火無序超導薄膜的屏蔽效應(screening effect),在平均場的框架下,討論外加磁場,對KT相變臨界溫度,以及磁允係數的效應。本研究進行非常順利成功,應用泛函積分,與及場論相關技巧,計算發現,外加垂直的磁場,將導致KT相變臨界溫度降低,其磁允係數亦隨磁場之增加而減少。由於研究工作進行非常順利,已發表和待發表的論文共二篇。

### 二、該研究計畫相關已發表和待發表的論文目錄:

1. Wei Yeu Chen, Ming Ju Chou, Shiping Feng, The effects of collective pinning on topological order-disorder phase transition in type-II superconducting films, Phys. Lett. A 342, 129-133 (2005).  
(NSC 92-2112-M-032-014; NSC 90-2816-M-032-0002-6.)
2. Wei Yeu Chen, Ming Ju Chou, Shiping Feng, Topological long-range order in two-dimensional quenched disorder superconducting film in the presence of perpendicular external magnetic field (to be published)  
(NSC 94-2112 -M-032-011)

## 參考文獻:

### 國內外有關本計畫之重要參考文獻:

1. N. D. Mermin, and H. Wanger, *phys. Rev. Lett.* 17 (1966) 1133.
2. V. L. Berezinskii, *Sov. Phys. JETP* 32 (1971) 493.
3. J. M. Kosterlitz, and D. J. Thouless, *J. Phys. C* 6, (1973) 1181.
4. J. M. Kosterlitz, *J. Phys. C* 7, (1974) 1046.
5. D. R. Nelson, and J. M. Kosterlitz, *Phys. Rev. Lett.* 39 (1977) 1201.
6. P. B. Wiegmann, *J. Phys. C* 11 (1978) 1583.
7. A. M. Kadin, K. Epstein, and A. M. Goldman, *Phys. Rev. B* 27 (1983) 6691.
8. B. I. Ivlev, J. L. Mora'n-Lo'pez and R. S. Thompson, *Phys. Rev. B* 52 (1995) 13532.
9. P. Minnhagen, and P. Olsson, *Phys. Rev. Lett.* 67 (1991) 1039.
10. S.W. Pierson, *Phys. Rev. Lett.* 73 (1994) 2496.
11. B.J. Kim, and P. Minnhagen, *Phys. Rev. B* 60 (1999) 6834.
12. W. Y. Chen, and M. J. Chou, *Phys. Lett. A* 276 (2000) 145.
13. W. Y. Chen, and M. J. Chou, *Phys. Lett. A* 280 (2001) 371.
14. W. Y. Chen, and M. J. Chou, *Phys. Lett. A* 291 (2001) 315.
15. W. Y. Chen, and M. J. Chou, *Supercond. Sci. Technol.* 15 (2002) 1071.
16. W. Y. Chen, M. J. Chou, and Shiping Feng, *Phys. Lett. A* 310 (2003) 80.
17. W. Y. Chen, M. J. Chou, and Shiping Feng, *Phys. Lett. A* 316 (2003) 261.
18. Bin Liu, Ying Liang, Shiping Feng, and Wei Yeu Chen, *Phys. Rev. B* 69 (2004) 224506.
19. M. J. Chou, and W. Y. Chen, *Phys. Lett. A* 332 (2004) 405.
20. Wei Yeu Chen, Ming Ju Chou, Shiping Feng, The effects of collective pinning on topological order-disorder phase transition in type-II superconducting films, *Phys. Lett. A* 342, 129-133 (2005).