行政院國家科學委員會專題研究計劃成果報告

一般化自我迴歸條件 Moments-in-Mean 模型在匯率上的應用

A Generalized Autoregressive Conditional Moments-in-Mean Model With an Application to Exchange Rates

---

計劃編號: NSC89-415-H-032-009

執行期間: 民國 88 年 8 月 1 日至民國 89 年 7 月 31 日

計劃主持人: 王凱立

處理方式:

( )可立即對外提供參考

( )一年後可對外提供參考

(V)兩年後可對外提供參考(必要時，本會得展延發表時限)

執行單位: 淡江大學

中華民國八十九年十月

一般化自我迴歸條件 Moments-in-Mean 模型在匯率上的應用

中文摘要

過去有關金融性資產價格的相關研究，通常都是假設在條件變異數固定及常態分配的情形下來進行分析，但這樣的設定方式經常無法滿足實際所觀察到的資料特性。雖然 ARCH、GARCH 模型的提出，允許將隨時間變動的條件變異數納入模型中，成功的解決了「波動性聚集」的問題；但對於其他的重要資料特性，包括偏態、厚尾、高峰等則無法妥適處理。Wang et al.（2001）嘗試廣泛的將資料特性於模型中納入考慮，提出了一個更一般化的 GARCH-EGB2 模型，可將一階動差、二階動差、三階動差、四階動差、高峰態等特性，系統性地在模型中，利用最大概似法方式來處理。研究結果發現與傳統地 OLS、Gaussian GARCH 或 GARCH-t 相比，都要顯著提昇了估計水準。

本研究擴充了 Wang et al.（2001）的研究，並進而允許類似 Hansen（1994）的自我迴歸條件密度型模型（autoregressive conditional density model, ARCD），除了條件變異數外，亦更進一步的允許三階動差及四階動差受過往訊息影響而隨著時間改變；本文採用類似 ARCH-M 模型的設定方式以探討不同型態風險變數，包括條件偏態及條件峰態對報酬率的影響。實證結果發現相對於過去研究重心放在條件變異數，更高階的條件動差對報酬率亦具有重要的影響，隱含將高階動差納入模型体系中予以考慮的重要性。

A Generalized Autoregressive Conditional Moments-in-Mean Model With an Application to Exchange Rates

英文摘要：

(G)ARCH modeling with a leptokurtic distribution has been found useful to account for the condition heterscedasticity and leptokurtosis, but it can't accommodate other commonly observed stylized effects in high frequency data, like peakedness and skewness. Wang et al. (2001) proposed a very general and flexible GARCH-EGB2 model which can accommodate more data characteristics, such as asymmetry, high peakedness, volatility clustering and leptokurtosis.

In this paper, we further extended Wang et al's work to allow the shape parameters following the structure of Hansen's autoregressive conditional density model (ARCD, 1994). In our framework, the higher order moments (skewness and kurtosis) could be time varying functions of the conditioning information rather than constant over time. Since the higher order moments provide important insights of particular interest to investors, a more complete understanding of both characteristics have the potential to alter optimal risk management strategy. Therefore, another innovation in this paper is to extend the GARCH-in-mean model by explicitly modeling the influence of three conditional moments (conditional variance, conditional skewness, conditional kurtosis) on the conditional expectation of the data series. Applied to five industrialized countries exchange rate returns data, empirical results suggest the evidence to support the time varying moments in mean model specification over competing alternatives.

一、緒論

傳統的時間序列回歸分析都只著重在一階動差，並架構在一些基本的假設上，比方說變異數同質性（constant variance）、常態分佈等，而忽略較高階的動差性質。根據實際在財務金融市場上變動的觀察，發現很少是全然遵循這些古典假設。比方說 Fama (1965)和 Mandelbrot(1963)很早就指出金融市場經常呈現了所謂的變動聚集(volatility clustering)和厚尾(fat tail)的特性。Engle 和 Bollerslev 相繼提出來的 Autoregressive Conditional Heterscedasticity (ARCH,1982)和 Generalized ARCH (GARCH,1986)模型，將變數隨時間變動的條件二階動差納入模型中，成功地解決了上述“波動聚集”的問題，並廣泛運用在各個不同領域中；與傳統 OLS 迴歸分析相比，更能符合實際資料的特性，並提昇估計結果的效率(efficiency)和效能(performance)。 GARCH 模型的另一優點在於其非條件分布(unconditional distribution)的第四動差大於 3，隱含著(G)ARCH 模型本身即為超額峰態（leptokurtic）的模型 (Engle,1982，Bollerslev,1986)。此一特性和實際在財務金融市場上觀察到厚尾的特性相符，因此理論上說來(G)ARCH 模型應能處理此一問題。然而，實際上得到的結果卻頗為分歧，有些研究指出(G)ARCH 模型的確可解決 leptokurtosis 的問題(Mil φ j,1987)，但有些則得到相反的結果(Hsieh1989)。根據 Wang et al. (2001)之研究，這之間的關鍵仍在於資料的特性，若資料本身的超額峰態的問題不是很嚴重時，(G)ARCH 或許就能夠足夠，反之(G)ARCH 模型只能解決一部份 leptokurtosis 的問題。

針對以上 GARCH 模型架構在常態分佈的假設並不足以完全解決財務金融市場觀察到厚尾特性的問題，部分學者嘗試藉助厚尾分配的厚尾特性，比方說，Bollerslev(1987)將 GARCH 和 student-t 分配結合在一起(GARCH-t 模型) ，他的研究指出這樣的設定方式可同時成功處理上述波動聚集和厚尾的問題，其結果顯示，GARCH-t 比傳統的 Gaussian GARCH 模型，大幅提昇了估計效能，近來較為嚴謹的時間序列相關研究都會將上述兩項特性在模型中予以考慮，許多學者採

用類似 GARCH-t 的模型也陸續得到相同的結論，包括：Engle & Bollerslev（1989），Hsieh（1989），Baillie & Degennaro（1990），Hansen （1994），Wang et al. (2001)等。此外，亦有研究嘗試將 GARCH 的模模架構在其他非常態分佈上，比方說 Nelson (1991)採用 Generalized Exponential 分佈，Liu 和 Brorsen (1992)採用 Stable 分佈…等，基本上都是以 GARCH 模型架構在一厚尾分佈上的設定方式。

一個重要議題在於除了上述特性外，財務金融市場上是否有其他重要的資料特性被忽略了？Wang et al. (2001)針對主要西方國家匯率變動的研究發現：除了波動叢聚、槓桿效應，超額峰態等已被觀察到的特性以外，還呈現著非常顯著的高狹峰(high peakedness)和偏態(skewness)的現象。這兩個特性都隱含著重要的經濟意義：以高狹峰來說，表示雖然金融市場上偶爾含有大幅度的波動，導致厚尾現象的產生；但大部分的時間，價格的變動仍集中在 mode 附近，這可能是由於政府的干預或投機客低買高賣的結果。不論採用傳統的常態分配或是一般常見的厚尾分佈都無法充分描述此高狹峰的現象。此外，偏態在很多文獻上亦被觀察到，產生的原因可能是長期的衝擊(permanent shock)改變了均衡匯率或是投機客攻擊的結果。但不論是常態分配或傳統厚尾 t 分配都為一對稱性的分配，而無法正確描述此不對稱(asymmetric)的特性。以上這兩個特性都很重要，許多文獻上也多所著墨(Booth and Glassman 1987，Peruga 1988)，但絕大部分的實證分析研究中都被忽視掉了。這些高階特性是否正確地被描述對於實證結果正確與否非常重要(Lee and Hansen 1994，Hansen 1994，McDonald，Xu 1995，Deb 1996，)。如何妥適地設定一計量模型將上述提到的經濟現象都考慮進來，則為一重要且值得持續研究的課題。

針對上述文獻研究上的不足，Wang[註] et al. (2001)採用了 Mc.Donald（1995）所提出來一個相當一般化的 EGB2 分佈(Exponential Generalized Beta Two)，並

[註] Wang 為本計劃主持人。

發表所謂的 GARCH-EGB2 模型，可將上述一階（平均數）、二階（變異數）、三階（偏態）、四階（峰態）和高狹峰等特性、系統性(systematically)的在模型中，利用 Full Information Maximum Likelihood (FIML)方式來處理，並成功地發現與傳統的 OLS、Gaussian GARCH 或是 GARCH-t 相比，都要顯著提昇了估計水準。根據 McDonald(1991)的研究，EGB2 分佈其偏態可容許在-2 和 2 範圍，峰態則最多可達到 9，這樣的偏態和峰態範圍對於一般財務金融市場資料，特別是匯率資料大致都己足夠。Wang et al. 所提出來的 GARCH-EGB2 模型除了可更加妥適的描述財務金融市場資料的特性外，亦對更高階動差的研究開的了另一扇窗外：通常一般資產訂價模型的重心，多是關注在前二階動差的研究，也就是報酬率大小的平均數及代表報酬波動程度的變異數。的確當金融市場不確定性提高時，投資人要求的風險溢酬也隨之提高，方有意願持有較高風險的資產。 針對這樣報酬率與波動風險的關連性，Engle, Lilien and Robins（1987）將條件變異數與條件平均數間的影響納入考慮， 提出所謂(G)ARCH-M 模型，作法上乃將(G)ARCH 條件變異數所產生之波動變數代入條件平均數以觀察其對報酬率之影響。實證結果普遍顯示這樣的設定多能妥適地描述風險溢酬的的特性。然而除了一、二階動差外，更高階動差亦可能提供豐富的訊息。的確對投資人來說，平均獲利的高低和風險的大小是值得關注的問題，但從個體經濟風險管理（risk management）的角度出發，除了價格變動的大小外、變動的方向及發生大幅變動的可能性，對於決策者的判斷而言都相當的重要。比如說：三階動差可用來探討上漲下跌的風險（up/downside risk），換個角度來說，即是獲利空間的大小的程度，對於市場投資者來說，一個具偏態報酬率市場，隱含著獲利空間大小的程度； 對於投資人來說，一個正偏的報酬率代表正向延伸而出的較長的右尾，隱含較大買低賣高的獲利空間；事實上，現今財務金融市場靈活的操作，不只是正向價格波動可獲利，即使負向價格波動，亦可藉由賣高買低的放空行為而獲利。因此，一個具偏態的分佈對投資人而言是相當具有想像空間的。此外，四階動差可用來衡量報酬分佈尾巴厚度的大小，代表發生大幅變動或是小幅變動的可能性（the chance of large or small shock），其對市場投資人的決策亦有重要的指標意義。因此，高階動差的訊息對於投資決策而言都是很重要，但大部分財務計量模型受於所假設之分佈的限制都未能在模型中加以考量，而只關注在前二階動差的處理。相對於文獻研究在這方面的不足，本文藉助於 Wang et al.新近提出的(G)ARCH-EGB2 模型可較靈活捕捉高階動差的特性，並擴展傳統的 GARCH-M 模型提出了所謂的 Moments-in-Mean 模型，本文嘗試探討不同的高階動差包括二階、三階、四階動差，其分別代表不同型態投資者所面對的風險，對於投資報酬率的影響？也就是說將條件變異數、條件偏態、條件峰態都納入條件平均數方程式中予以考慮，以了解這三個高階動差對於報酬率的影響，何者的影響最為顯著？這樣的設定方式對於估計水準的提昇是否有助益？據敝人瞭解文獻上尚無這方面的探討，這樣開創性的作法對於資產定價模型的進一步瞭解有重要的幫助。

二、研究方法

在 Wang 等人的 GARCH-EGB2 模型中，有關分佈的型態參數（shape parameter）是假設為一常數，也就是假設型態參數不受過往訊息的影響（independent of conditional information），通常會作這樣的假設，因在實證上有其方便之處，但近來受到許多質疑，因沒有理由相信三階動差、四階動差不會隨時間改變而改變。Hansen（1994）的研究即提出證據指出在財務金融資料特性的描述上，允許一個隨時間改變的型態參數可提升估計水準。因此本研究擴充即在放寬常數的型態參數（constant shape parameter），使其能將更多的資訊納入模型中予以考慮。Hansen（1994）的自我迴歸條件密度型模型（autoregressive conditional density model, ARCD）即是以 GARCH 模型的方式架構在一般化的 student-t 分佈（generalized t distribution），允許型態參數，自由度，可隨著時間改變；而本研究則是以 GARCH-EGB2 模型為基礎，允許兩型態參數 p、q 可隨時間改變，這樣的設定可方便三、四階動差隨著時間改變。此外，個體經濟從風險管理（risk management）的角度出發，除了價格變動的大小外、變動的方向及發生大幅變

動的可能性，對於決策者的判斷而言都相當的重要。而大部分相關的研究，都只著重在由二階條件變異數所產生報酬大小的風險，而三階條件偏態和四階條件峰態這二個重要的風險變數，幾乎在實證研究中被忽略了。故本研究的主要目地，也是本研究在相關領域研究的創新之處，在於嘗試瞭解這些隨時間變動的條件動差，包括條件變異數、條件偏態、條件峰態對報酬率變動之條件期望值的影響。換言之，本模型是 GARCH-in-Mean（Engle.Lilien and Robins, 1987）模型的重要擴充，為更加一般化的 Moments-in-Mean 模型，除了 GARCH 所產生的條件變異數之外，並加入了條件三階動差、條件四階動差去探討不同型態的風險對期望報酬的影響。

以下列出本文估計之實證模型，其中模型 A 為 Bollerslev (1986) 提出來架構在常態分佈的傳統 GARCH 模型；模型 B 為 Wang et al.所發展以 EGB2 分佈為假設對象之之 GARCH-EGB2 模型；模型 C 則放寬了形態變數為常數的假設，允許高階的分佈特性包含條件偏態(S_t) 及條件峰態(K_t) 隨時間而改變；其中 S_t 和 K_t 分別為 p_t和 q_t之函數，而 p_t和 q_t之設定乃仿照 Hansen（1994）之處理方式，為遞延殘差項之函數並遵循 GARCH 的設定結構。此外更則進一步擴充傳統 GARCH-in-Mean (GARCH-M) 的方式，於條件均數中加入條件變異數、條件偏態及條件峰態，以瞭解三者對預期報酬是否造成衝擊。模型 D、E、F 則分別於條件平均數方程式中只加入條件變異數、條件偏態或條件峰態以用來比較那一種程度的風險對於報酬率有較重要的影響。

各模型皆採用 FIML (Full Information Maximum Likelihood)方式，以求得更有效率(efficiency)的估計。本文擬比較上述模型間的差異程度，並檢視各模型的配適性及分析背後之經濟意義。本計劃以 GAUSS 軟體 Constraint Maximum Likelihood 模式編寫模型程式。

(模型 A)

$$\phi_m(L)y_t : \mu + \phi_n(L)\varepsilon_t$$
$$E(\varepsilon_t^2|\Psi_{t-1}) = h_t = \omega_0 + \omega_1\varepsilon_{t-1}^2 + \omega_2 h_{t-1}$$
$$z_t|\Psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

(模型 B)

$$\phi_m(L)y_t : \mu + \phi_n(L)\varepsilon_t$$
$$\varepsilon_t = h_t^{0.5} z_t \qquad z_t \sim iid$$
$$E(\varepsilon_t^2 | \Psi_{t-1}) = h_t = \omega_0 + \omega_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \omega_2 h_{t-1}$$
$$z_t | \Psi_{t-1} \sim EGB2(0, h_t, \eta)$$
$$\eta = \{p, q\}$$

(模型 C)

$$\phi_m(L)y_t : \mu + \phi_n(L)\varepsilon_t + \alpha h_{t-1} + \beta S_{t-1} + \gamma k_{t-1}$$
$$\varepsilon_t = h_t^{0.5} z_t \qquad z_t \sim iid$$
$$z_t | \Psi_{t-1} \sim EGB2(0, h, \eta_t)$$
$$E(\varepsilon_t^2 | \Psi_{t-1}) = h_t = \omega_0 + \omega_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \omega_2 h_{t-1}$$
$$\eta_t = \{p_t, q_t\}$$
$$p_t = g_1(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \ldots\ldots, \varepsilon_1) = \mathrm{arcd11} + \mathrm{arcd12}(\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}})^2 + \mathrm{arcd13} p_{t-1}$$
$$q_t = g_2(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \ldots\ldots, \varepsilon_1) = \mathrm{arcd21} + \mathrm{arcd22}(\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}})^2 + \mathrm{arcd23} q_{t-1}$$
$$S_t = \left[\psi''(p_t) - \psi''(q_t)\right] / \left[\psi''(p_t) + \psi''(q_t)\right]^{1.5}$$
$$k_t = \{\left[\psi'''(p_t) + \psi'''(q_t)\right] + \left[\psi'(p_t) + \psi'(q_t)\right]^2\} / \left[\psi''(p_t) + \psi''(q_t)\right]^2$$

(模型 D)

$$\phi_m(L)y_t : \mu + \phi_n(L)\varepsilon_t + \alpha h_{t-1}$$
$$\varepsilon_t = h_t^{0.5} z_t \qquad z_t \sim iid$$
$$z_t | \Psi_{t-1} \sim EGB2(0, h, \eta_t)$$
$$E(\varepsilon_t^2 | \Psi_{t-1}) = h_t = \omega_0 + \omega_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \omega_2 h_{t-1}$$
$$\eta_t = \{p_t, q_t\}$$
$$p_t = g_1(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \ldots\ldots, \varepsilon_1) = \mathrm{arcd11} + \mathrm{arcd12}(\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}})^2 + \mathrm{arcd13} p_{t-1}$$
$$q_t = g_2(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \ldots\ldots, \varepsilon_1) = \mathrm{arcd21} + \mathrm{arcd22}(\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}})^2 + \mathrm{arcd23} q_{t-1}$$
$$S_t = \left[\psi''(p_t) - \psi''(q_t)\right] / \left[\psi''(p_t) + \psi''(q_t)\right]^{1.5}$$
$$k_t = \{\left[\psi'''(p_t) + \psi'''(q_t)\right] + \left[\psi'(p_t) + \psi'(q_t)\right]^2\} / \left[\psi''(p_t) + \psi''(q_t)\right]^2$$

(模型 E)

$$\phi_m(L)y_t : \mu + \phi_n(L)\varepsilon_t + \beta S_{t-1}$$
$$\varepsilon_t = h_t^{0.5} z_t \qquad z_t \sim iid$$
$$z_t | \Psi_{t-1} \sim EGB2(0, h, \eta_t)$$

$$E(\varepsilon_t^2 | \Psi_{t-1}) = h_t = \omega_0 + \omega_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \omega_2 h_{t-1}$$
$$\eta_t = \{p_t, q_t\}$$
$$p_t = g_1(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \ldots\ldots, \varepsilon_1) = \text{arcd}11 + \text{arcd}12(\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}})^2 + \text{arcd}13 p_{t-1}$$
$$q_t = g_2(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \ldots\ldots, \varepsilon_1) = \text{arcd}21 + \text{arcd}22(\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}})^2 + \text{arcd}23 q_{t-1}$$
$$S_t = \left[\psi''(p_t) - \psi''(q_t)\right] / \left[\psi''(p_t) + \psi''(q_t)\right]^{1.5}$$
$$k_t = \{\left[\psi'''(p_t) + \psi'''(q_t)\right] + \left[\psi'(p_t) + \psi'(q_t)\right]^2\} / \left[\psi''(p_t) + \psi''(q_t)\right]^2$$

(模型 F)

$$\phi_m(L) y_t : \mu + \phi_n(L) \varepsilon_t + \gamma k_{t-1}$$
$$\varepsilon_t = h_t^{0.5} z_t \qquad z_t \sim iid$$
$$z_t | \Psi_{t-1} \sim EGB2(0, h, \eta_t)$$
$$E(\varepsilon_t^2 | \Psi_{t-1}) = h_t = \omega_0 + \omega_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \omega_2 h_{t-1}$$
$$\eta_t = \{p_t, q_t\}$$
$$p_t = g_1(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \ldots\ldots, \varepsilon_1) = \text{arcd}11 + \text{arcd}12(\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}})^2 + \text{arcd}13 p_{t-1}$$
$$q_t = g_2(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \ldots\ldots, \varepsilon_1) = \text{arcd}21 + \text{arcd}22(\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}})^2 + \text{arcd}23 q_{t-1}$$
$$S_t = \left[\psi''(p_t) - \psi''(q_t)\right] / \left[\psi''(p_t) + \psi''(q_t)\right]^{1.5}$$
$$k_t = \{\left[\psi'''(p_t) + \psi'''(q_t)\right] + \left[\psi'(p_t) + \psi'(q_t)\right]^2\} / \left[\psi''(p_t) + \psi''(q_t)\right]^2$$

最大概似值函數：

$$\text{LogL} = T[\log(\sqrt{\Omega}) - \log(B(p,q)) + p\Lambda] + \sum \left[p \frac{\sqrt{\Omega}\varepsilon_t}{h_t} - 0.5\log(h_t) - (p+q)\log(1 + \exp(\frac{\sqrt{\Omega}\varepsilon_t}{h_t} + \Lambda)) \right]$$

$\Lambda = \psi(p) - \psi(q)$

$\Omega = \psi'(p) + \psi'(q)$

其中

z_t 為標準化殘差(standardized residual)

Ψ_{t-1} 為 Information Set

h_t 為條件變異數

S_t 為條件偏態係數

k_t 為條件峰態係數

η 為形態變數集合，在 EGB2 分佈中包含 p、q 兩個形態變數。EGB2 分佈之機率密度函數如下

$$EGB2(\varepsilon_t|\psi_{t-1}) = \frac{\sqrt{\Omega}\, exp[\, p(\frac{\sqrt{\Omega}}{\sqrt{h}}\varepsilon + \mathrm{O})]}{\sqrt{h}B(p,q)(1+exp[\, p(\frac{\sqrt{\Omega}}{\sqrt{h}}\varepsilon + \mathrm{O})]^{p+q}}$$

其中 $o=\varphi(\mathrm{p})-\varphi(\mathrm{q})$ $\Omega=\varphi'(\mathrm{p})+\varphi'(\mathrm{q})$

ϕ 為 digamma function

ϕ' 為 trigamma function

ϕ'' 為 tetragamma function

ϕ''' 為 pentagamma function

三. 實證結果

本文研究資料取自教育部經濟資料庫系統（AREMOS），以主要工業國家包括法國、義大利、加拿大、日本、英國、德國自 1990.1.1 至 1999.12.31 期間之匯率資料為研究對象；為求得定態資料，所有序列皆取自然對數後一階差分，單根檢定(ADF Test)顯示各報酬率資料呈現定態狀況。表一列出各國匯率報酬率之基本統計特性包括：平均數、標準差、偏態係數、峰態係數、Ljung Box Q、序相關檢定及 Jaque-Bera 常態分佈檢定。由各統計量可知樣本期間各國序列皆呈現一及二階序列相關、厚尾及偏態常態分佈的假設的現象，其中法國、義大利、日本則呈現顯著偏態特性。

本文以六種不同的模型設定方式比較配適能力，分別為傳統 GARCH 模型(GARCH-N) ，Wang et al.所提出之 GARCH-EBG2 模型與本文所提出之 Moment-in-Mean(GARCH-MM)，及條件方程式分別只包含一個條件變異數(GARCH-VAR)、條件偏態係數(GARCH-SK)或條件峰態係數(GARCH-KUR)之模型，實證估計結果如附錄一。各估計模型之最大概似值則列於表二，表三利用最大概似估計法檢查各模型相對於傳統 GARCH 常態模型的優異程度，顯示各相對應模型皆一致的優於傳統 GARCH 常態模型。進一步比較本文所擴展之 moments-in-mean 模型與 Wang et al.所發展之 GARCH-EGB2 模型發現法國、義大利、加拿大、日本皆在至少 10%的顯著水準下顯著優於 GARCH-EGB2 模型，代表於條件平均程式將隨時間改變的條件和動差納入考慮的確對於模型的效能提昇有顯著的幫助。

我們更進一步比較代表不同程度風險的三種動差模型，GARCH-VAR、