



# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 以實質選擇權評估便利殖利率

### Convenience Yield as Real Options

計畫編號：NSC 90-2416-H-032-002

執行期限：90年8月1日至91年7月31日

主持人：林蒼祥 淡江大學財務系

共同主持人：顧廣平 淡江大學財務系

計畫參與人員：段昌文 淡江大學財金所

#### 一、中文摘要

根據 Kaldor (1939), Working (1948, 1949)及 Telser (1958)的倉儲理論，可以用買權來估計便利殖利率，因此我們以期貨契約為標的物，應用兩種方法對供給循環、需求循環與無循環之八種商品估計便利殖利率，以觀察 Fama and French (1987, 1988)之期貨與現貨之正價差與逆價差現象；為詮釋商品之商業循環，並以兩期模型來定義需求/供給衝擊的發生。實證發現與 Fama and French (1987,1988)結論是一致的，即季節性明顯之商品，便利殖利率與存貨水準之關係為負的顯著，低存貨水準時便利殖利率愈大，現貨價格波動性是高於期貨價格，且便利殖利率之期限結構顯示為水平型態。

**關鍵詞：**便利殖利率、倉儲理論、存貨提取、持有成本、倉儲成本、商業週期、逆價市場、衝擊、季節性。

**Abstract :** Following the theory of storage of Kaldor(1939),Working(1948,1949)and Telser (1958), convenience yield as call options. Therefore, the futures contract is underlying asset, we estimate the convenience yield for eight commodities of demand cycle, supply cycle and non-cycle with two approach. To observe the normal/inverted market of Fama and French(1987, 1988). This paper applies a two-period model which identical business cycle and demand/supply shock. We find that the behavior of the convenience yield is consistent with Fama and French(1987, 1988). The results are the convenience yield declines with increases in inventory, and futures prices less variable than spot prices

when inventory is low for seasonal commodity. We also show that structure of the convenience yield is flat.

**Keywords:** backwardation, business cycle, convenience yield, crop cycle, cost of carry, inventory, seasonal, shock, stockout, storage cost, the theory of storage.

#### 二、緣由與目的

在常態市場中，期貨價格是高於現貨價格，但在逆價市場中，現貨價格則高於期貨價格，Keynes(1930)以流動性存貨(liquid stocks)理論首先定義逆價市場，認為持有現貨之風險較遠期契約高，當存貨低於計劃水平時，商品現貨價格將會高於遠期價格，二者差價稱為風險貼水(risk premium)，將此種價格行為稱為“backwardation”。Kaldor (1939)、Working (1948,1949)及 Telser (1958)也以倉儲理論(theory of storage)中的便利殖利率(convenience yield)來解釋此種逆價市場的現象，將便利殖利率視為持有耐儲存消費性商品(storable consumption goods)的一種利益(benefit)，認為儲存者擁有消費時點的選擇權(timing option)。

可交易之儲存性消費財(例如石油)，遠期價格含有便利殖利率，但投資財(例如債券)之遠期價格則未含有便利殖利率。在同一個 Fama and French (1988)的商業週期(business cycle)，可儲存消費財之流通數量會因被消費漸減少，但投資財不會被消費，其流通數量固定。當可儲存消費財被消費速度快，我們會看到廠商提出存貨(stockout)的速度快，即存貨水準下降速度快，當此速度高於市場被預期時，此消費財現貨即遠期價格都會上升，依 Fama and

French(1987, 1988)實証農產與金屬商品發現，低存貨水準時之現貨價格波動性是高於遠期價格，便利殖利率將明顯上升，而於高存貨水準時，現貨價格波動性與遠期價格接近，便利殖利率則無明顯變化。

便利殖利率的估算多應用持有成本模式將便利殖利率視為一種收益，以外生變數來處理，例如 Gibson and Schwartz (1990), Brennan(1991), Schwartz(1997) 及 Mazaheri (1999)等；Gibson and Schwartz(1990)視便利殖利率為均復隨機變數(stochastic mean-reverting variable)來處理，然而當商品具有季節性現象時，便利殖利率不必然會出現均復現象，如此處理是不恰當的，且上述估計方法皆未考慮持有現貨之或有權利價值及倉儲成本(storage cost)。為考慮倉儲成本，Fama and French (1988)則以利率調整後之基差(basis)來探討金屬商品之便利殖利率與存貨水準(level of inventory)的關係，然而其實證未真實估計便利殖利率。

Heinkel, Howe, and Hughes(1990)則假設倉儲成本與利率為零，應用兩期供需模型導出便利殖利率之買權模型，說明便利殖利率發生於持有現貨商品而非期貨契約。Milonas and Thomadakis(1997)應用 Black - Scholes 之買權定價模型估算農產品與金屬銅等四種可儲存性商品之便利殖利率，然而上述論文雖以買權模型處理便利殖利率，但亦忽略了倉儲成本(storage cost)及持有現貨之風險貼水需用 CAPM 估計之市場指數(market index)。我們則視便利殖利率為買權，將期貨契約設定為標的物，在履約價為隨機之假設下，將估計便利殖利率所需之倉儲成本及市場指數導入模型中來探討。

根據 Keynes(1930)流動性存貨理論，非預期性之需求衝擊將導致現貨價格高於期貨價格；Heinkel, Howe, and Hughes(1990)亦認為便利殖利率發生於現貨市場的供給與需求的不確定性，因此考慮商品之季節性與期貨契約的持有期間之設定，對非預期之需求與供給衝擊(shock)之發生，為呈現商品便利殖利率之行為是利於分析的。由於農產品具季節性生產，能源商品與金屬商品雖不具季節性生產，然而部份商品

則具季節性消費，因此我們研究對象涵蓋具季節生產循環之農產品與不具季節生產但可能具季節性消費之能源及金屬商品，共三類型八種耐儲存商品，來探討便利殖利率是否於不同商品有不同之表現。

由於便利殖利率俱季節性現象，我們則以兩期模型來詮釋商品之商業循環與需求/供給衝擊的發生時點。

### 三、模型

便利殖利率是難以觀察的，Fama and French (1988)則以利率調整後之基差來觀察便利殖利率之行為，雖然此種方法可技巧性避免直接估計便利殖利率的困難，但是終究無法完全呈現持有現貨商品下之便利殖利率原貌。Milonas and Thomadakis (1997)則將便利殖利率視為一買權價值來估計，根據其假設倉儲成本為零時，便利殖利率之買權償付值如下式：

$$CY_{t_1, t_2} = \text{Max}(P_{t_1} - F_{t_1, t_2}, 0)$$

由上式可知若以現貨商品為標的物，履約值為期貨價格，此公式解將重複發生便利殖利率，此種偏誤我們以改變觀察時點予以修正，即利用短期與長期契約到期日之期貨來觀察便利殖利率。依持有成本模式，在無倉儲成本的假設下，短期與長期之淨持有成本差於  $t_0$  觀察便利殖利率為：

$$CY_{t_1, t_2}^{t_0} = F_{t_0, t_1} - F_{t_1, t_2}$$

由於便利殖利率具買權償付值概念，因此：

$$CY_{t_1, t_2}^{t_0} = \text{Max}(F_{t_0, t_1} - F_{t_1, t_2}, 0)$$

上式為將觀察時點  $t_1$  改於循環起始點  $t_0$  來觀察( $t_1, t_2$ )時期之便利殖利率，然而在無倉儲成本假設下，上式將可能產生負值現象，違反便利殖利率之買權概念。因此在倉儲成本發生於短期期貨契約交割現貨之  $t_1$  時點下，上式之  $F_{t_0, t_1}$  於到期交割握有現貨商品時，於  $t_1$  至  $t_2$  將產生持有現貨之倉儲成本( $SC_{t_1, t_2}$ )，則於  $t_0$  觀察  $t_1$  至  $t_2$  持有現貨之便利殖利率買權償付值為：

$$CY_{t_1, t_2}^{t_0} = \text{Max}(F_{t_0, t_1}^* - F_{t_1, t_2}, 0)$$

$$\text{其中 } F_{t_0, t_1}^* = F_{t_0, t_1} + SC_{t_1, t_2}$$

### 四、實證結果

#### (1)樣本

我們的研究樣本涵蓋了農產品、能源與金屬等八種商品，研究期間涵蓋 1960 年至 2001 年的 41 年期間，由於期間內受物價變動影響極大，為消除物價變動因素，農產品價格我們以消費者物價指數轉換至

1960年1月之基期水準來處理，能源與金屬商品則以生產者物價指數予以轉換。

所有應用之資料皆為日資料，其中商品價格資料來自美國國家商品研究局(Commodity Research Bureau)資料庫、華爾街日報(Wall Street Journal)、NYMEX 與 CBOT；存貨資料來自於美國農業局(U.S. Department of Agriculture)、Economag 資料庫、美國能源資訊局(Energy Information Administration)、美國礦物局(U.S. Bureau of Mines)與美國地理調查(U.S. Geological Survey)的礦物年報(Mineral Year Book)及世界黃金協會(World Gold Council)。

市場標竿指數我們採用具多商品、投資分散與流動性優點之道瓊現貨商品指數(Dow Jones Spot Index)，由於研究期間相當長，該指數所提供資訊之完整性皆優於其他指數，亦為我們採用之因；無風險利率( $r_f$ )為考量短期利率較適合應用於選擇權模型，因此採用三個月期之美國國庫券利率(U.S. Treasury Bill Rate)。對於應用的期貨價格資料，我們皆以無風險利率與到期期限予以折現至季節循環年初來觀察，以扣除利息因素，折現方法如下式：

$$F_{t,T} = f_{t,T} \times e^{-r_f \times (T-t)/365}$$

其中  $t$  觀察日， $T$  為到期日， $f$  則為折現前之期貨價格；Brennan (1986)與 Milonas and Thomadakis 皆運用此種折現方法。

## (2) 研究設計

商品於收成期間現貨價格通常走低，且於商業循環期間需求或供給之衝擊發生將導致現貨價格的上升，因此我們將每年發生之最高與最低價以次數分配編表，並將現貨商品之月平均價格以對應之物價指數折現至 1960 年之水準，以月為基礎作平均，找出各商品之最高價與最低價出現較為頻繁之月份，最低價月份定義為商業循環年之始(beginning)，亦為研究之觀察(observation)月；最高價之月份則為需求/供給衝擊發生之月份，亦為持有現貨時發生便利殖利率之事件(event)月；其次，為配合模型所需之可交割期貨之契約月份，在商品擁有不同的到期月份契約下，設計最佳之三個觀察時點( $t_0, t_1, t_2$ )。

其次，我們根據伊利諾大學農學院消費者與環境科學中心之研究與 EIA 月報來

估計商品持有之倉儲成本。

## (3) 實証結果

八種商品之季節性以農產品較為顯著，而能源之熱氣油與金屬之銅商品亦具有明顯之商業循環。季節性愈明顯之商品，在以選擇權模型與持有成本模型評估時，兩者之估計結果差檢定為不顯著的，顯示兩模型評估結果是無異的，且與存貨水準關係亦為顯著負相關，其中以農產品最為明顯；其餘商品皆為選擇權模式大於持有成本，表現持有此類商品所隱藏之或有價值；在與存貨關係驗證上，只有銅產品為顯著之負相關。

便利殖利率屬買權，因此應用選擇權估計之便利殖利率與所應用之組合變異數間有正向關係，與利率則為負向關係；根據橫斷面迴歸分析結果發現，除了原油(crude oil)商品之變異數檢定不顯著外，其餘皆為理論正的顯著；利率的驗證，則有不一致的現象，由於估計模型中利率皆會對履約價及標的物影響，因此便利殖利率受利率影響是不確定的，惟小麥(wheat)為理論負的顯著；在模型適合度檢定中，農產品與銅產品皆為統計顯著，強烈顯示此類商品具季節性，說明商品商業循環是存在的。

高的便利殖利率發生於低存貨水準，若現貨市場面臨需求/供給衝擊，現貨價格的波動幅度應大於期貨價格，兩者價格相關性則較低；而無或低的便利殖利率發生於高的存貨水準，現貨與期貨價格的波動幅度應趨於一致，兩者價格具高度之相關；實證發現除了能源商品外，高組別便利殖利率之期貨與現貨間的相關係數皆低於低組別，而波動性驗證，亦發現具季節循環之農產品、熱氣油與銅商品皆與 Samuelson (1965)假說是一致的。

便利殖利率期限結構的驗證，除了玉米與銅商品於季節循環年中之期限結構末期與前期之便利殖利率差檢定為統計顯著外，其餘檢定結果多為不顯著，因此便利殖利率之期限結構為水平型態(flat)。

若觀察不同到期可交割月份之便利殖利率，長期契約之便利殖利率視高於短期契約，且長期契約之現貨與期貨之相關性是低於短期契約。

## 五、結論

便利殖利率具買權償付值概念，因此我們以可交割之期貨契約為標的物，並設定履約價為隨機過程之長期契約價格，引入市場標竿指數與 CAPM 模型，結合兩期模型之三個觀察時點估計三類型八種商品之便利值利率，並考慮以往估計便利殖利率所忽略之倉儲成本。

首先我們應用價格之次數分配與月均價來定義商品之商業循環與衝擊發生時點，以設計兩期模型所需之三個時點：觀察月、事件月與結束月；由於研究時間長達 42 年，為消除物價影響因素，我們將所有價格資料以對應之物價指數轉換至基期。發現受供給衝擊之農產品有強烈之季節性，金屬銅產品則因受產品需求衝擊影響，價格亦有季節性行為。

實證發現便利值利率與存貨水準呈負相關，季節性愈明顯之商品此關係愈是緊密，因此商品是否具季節性將是影響持有現貨商品便利殖利率之主要因素。

實証發現農產品、熱氣油與銅商品等季節性商品與 Samuelson (1965) 的假說是一致的，顯示高存貨水準反應較低之便利值利率，現貨價格與期貨價格之波動性趨於一致；低存貨水準反映較高之便利值利率，現貨市場之供需失調造成現貨價格波動性上升，而期貨市場價格為反應交割時現貨價格之預期值，價格波動較低，因此現貨價格波動性將高於期貨價格，具季節循環之商品愈是明顯。

商品之便利值利率多發生於遭受需求/供給之衝擊，此時現貨價格將會脫離價格水準，然而便利值利率與存貨水準有極大之關連時，若現貨價格的上升，存貨水準並未減少，則持有現貨之便利值利率未必會隨之上升，因此期限結構實證結果亦顯示為水平型態。其次，期貨價格為到期時現貨價格之期望值，兩者之相關性隨持有現貨期間愈長，價格相關性愈低，便利殖利率則愈高；反之，持有現貨期間愈短，現貨與到期交割期貨之價格相關性愈高，便利殖利率則愈低。

## 六、參考文獻

### 六、參考文獻

Brennan, M., 1986, The cost of convenience and the pricing of commodity contingent

claims, University of British Columbia *Working Paper*.

Brennan, M., 1991, The price of convenience and the valuation of commodity contingent claims, in D. Lund and B. Oksendal, Eds.: *Stochastic Models and Options Values*, North Holland.

Fama, E., and K. French, 1987, Commodity futures prices: Some evidence of forecast power premiums, and the theory of storage, *Journal of Business* 60, 55-73.

Fama, E., and K. French, 1988, Business cycles and the behavior of metals prices, *Journal of Finance* 43, 1075-1093.

Gibson, R. and E. Schwartz, 1990, Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims, *Journal of Finance* 45, 959-976.

Heinkel, R., Howe, M., and J. Hughes, 1990, Commodity convenience yields as an option profit, *Journal of Futures Markets* 10, 519-533.

Kador, N., 1939, Speculation and economic stability, *Review of Economic Studies* 7, 1-27.

Keynes, J., 1930, A treatise on money, New York.

Mazaheri, A., 1999, Convenience yield, mean reverting prices, and long memory in the petroleum market, *Applied Financial Economics* 9, 31-50.

Milonas, N., and S. Thomadakis, 1997, Convenience yields as call options: An empirical analysis, *Journal of Futures Markets* 17, 1-15.

Samuelson, P., 1965, Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly, *Industrial Management Review* 6, 41-49.

Schwartz, E., 1997, The stochastic behavior of commodity prices: Implication for valuation and hedging, *Journal of Finance* 52, 923-973.

Telser, L., 1958, Futures trading and the storage of cotton and wheat, *Journal of Political Economy* 66, 233-255.

Working, H., 1948, Theory of the inverse carrying charge in futures markets, *Journal of Farm Economics* 30, 1-28.

Working, H., 1949, The theory of the price of storage, *American Economic Review* 39, 1254-1262.

