

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 認購權證間斷避險損益之衡量與分析

計畫類別： 個別型計畫          整合型計畫  
計畫類別： 專題研究計畫  
計畫編號： NSC 90-2416-H-032-001  
執行期間： 90年 8月 1日至 91年 7月 31日

計劃主持人：謝文良  
共同主持人：李進生

執行單位： 淡江大學財務金融系

中 華 民 國      91年 10月 15日

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 國科會專題研究計畫成果報告撰寫格式說明

### Preparation of NSC Project Reports

計畫編號：NSC 90-2416-H-032-001

執行期限：90年8月1日至91年7月31日

主持人：謝文良 淡江大學財金系

共同主持人：李進生 銘傳大學財金系

#### 一、中文摘要

券商發行認購權證時，必須以間斷調整 delta 的方式避險，間斷避險產生避險誤差，可能大幅侵蝕或增加發行權證的利潤。本文提出衡量每期避險損益的公式，提供權證發行機構於避險進行中，即時且清晰的避險損益指標，並指出股價漲跌以及價內外狀況是直接決定避險損益的因素。文中並分析時間推移、標的股波動性、股價升降幅度等主要選擇權變數對當期避險損益的影響，以提供實務避險的決策參考。

**關鍵詞：**認購權證、delta 避險、避險誤差、避險損益

#### Abstract

The existence of transaction costs prevents warrant issuers from hedging continuously. Discrete hedge is subject to hedging error, with magnitude depending on the realized path of stock movements. Despite the fact that hedging error sums to zero after many issuances, the potential losses of single warrant issuance may be substantial. We propose a hedging error measurement that correctly reflects the period-by-period as well as the cumulative hedging profits/losses. The direction of hedging payoff is jointly determined by the moneyness and direction of stock price movements. This article also explores relationships between hedging profit/loss and important options variables such as time to expiration, underlying stock volatility, and

changes of stock prices. Implications are provided for real-world warrant hedging.

**Keywords:** delta hedge, discrete hedge, hedging error, options, warrants

#### 二、緣由與目的

台灣認購權證市場自民國86年8月成立以來，陸續推出多檔權證，並於一段期間後達到穩定成長的發行檔數與交易量，逐漸邁向成熟的階段。在台灣權證市場的架構中，券商兼具發行者(issuer)與造市者(market maker)的角色，對權證市場的發展舉足輕重。發行權證的利潤是券商積極投入與開發權證市場的最大誘因，利潤的來源主要歸結於提高(mark up)發行時的價格，以及發行後妥善控制避險損益。前者在券商審慎規劃發行時機以及市場狀況下，多半可以達成既定的目標，但是後者卻非常難以控制，因為避險損益的大小受到標的股價改變的影響甚鉅，不在券商的操控範圍內，發行權證的收入可能在往後的避險活動中消耗殆盡。

權證發行機構意圖「控制」避險損益，首先必須能夠正確合理地「衡量」避險活動所引發的損益，然而過去中外文獻對避險損益的衡量著墨甚少，許多以降低避險成本為目標的研究也未能對此基本問題深入分析。有效的避險損益衡量指標除

了能在到期正確地結算「總」避險損益，更重要的是於避險過程中正確衡量「單期」或自發行以來的累積避險損益。因為總避險損益僅能於事後結算損益並檢討功過，而單期避險損益指標不但可以窺知每一期的避險績效，並可於累計後提供券商發行以來的損益數目，在避險活動進行當中即時衡量避險績效，協助券商修正避險策略，是更積極的決策輔助工具。本文從避險的理論出發，提出一衡量單期避險損益的公式，此公式可以合理計算每期避險所發生的成本或利得，提供經理人即時的權證發行成本分析，並作為未來發展避險策略的基礎。

依照台灣現行法規的限制，券商無從發行認售權證來沖銷認購權證的風險部位，因此發行認購權證後，券商必須買入適量的標的股票，使標的股部位的漲跌與權證空頭部位相反，以沖銷權證風險。實務上權證發行券商多採用delta避險，並間斷調整避險比例。由於間斷delta避險必須於股價上升時加買現貨，並於股價下跌時賣出現貨，單就現貨部位而言，是一種買高賣低的輸家策略，其所造成的避險損失將會侵蝕原先售出權證的所得。發行券商若能找出降低避險損失的避險策略，將可大幅提昇權證的發行利潤。

過去文獻對於選擇權複製或避險方式的改良，多半在期望的避險誤差為零的條件下，以控制交易成本為目標。如Leland (1985: 1283-1301)認為，交易成本使調整現貨時買入股票的成本增加，賣出股票時利潤降低，其效果就如同標的股的波動性增大，因此修改B-S模型中的波動性將可反映此一狀況。Leland以此建立間斷調整的套利投資組合，使選擇權價格維持在合理的界限內。Boyle與Vorst (1992: 271-293)也建立

存在交易成本及間斷調整下的選擇權定價模型。Edirisinghe、Naik與Uppal (1993: 117-138)利用線性規劃找尋最小的起始複製成本。Toft (1996: 233-263)提出的複製方法為一包含期望避險誤差、交易成本、和現金流量變異數的公式解。上述研究著眼於間斷調整下的選擇權定價模型，但並未正面描述避險誤差或避險損益，以致間斷避險下，避險損益的發生、大小、特性和其他重要變數的關係仍舊尚未釐清。也正因為純理論的世界不要求發行淨利，過去的文獻多半由交易成本的角度探討選擇權定價的問題，甚少提及實務上對券商損益更為重要的避險損益。此外，在尚未釐清避險損益的來源前就冒然擬定與比較避險策略，即使得到結果，也無從分析或具體說明為何某策略優於其他策略。本文提出避險損益的衡量公式，一方面計算權證的單期避險損益，另一方面可以協助經理人分析避險活動中損益的發生來源，作為日後發展避險策略的基礎。

實務上避險損益的衡量則大多使用Hull (2000)提供的計算方法。Hull的計算方法雖然可以於避險期間終了時(即權證到期)正確地評估總避險損益，但是卻無法反映間斷避險下，每次調整delta部位(rebalancing)所造成的損益。然而每期調整所發生的損益是發行券商非常關切的資訊，券商要評估一檔權證自發行以來的盈虧(累積避險損益)，必先能正確計算每期的避險損益。累積避險損益同時也是衡量避險績效的指標。此外，在找尋最佳避險策略時，除了考慮交易成本之外，避險損益對避險策略的決定更具影響力，因此有必要先正確計算每期避險損益，然後再依此損益發生的特性，思考控制避險成本的方法。本文最主要的貢獻便是導出衡量每期避險損益的計算公式，並借用此公式分析

各項選擇權變數對於避險損益的影響，提供未來分析避險成本理論上的基礎，以及實務上研擬避險策略的起點。

### 三、結果與討論、

欲正確計算每期避險損益，首先必須估計每次交易現貨部位所發生的損益。由於券商於期初購買避險部位的成本為  $X$ ，於期末若為價內狀況時，也將收到  $X$  的履約股款，因此可以用履約價  $X$  作為計算現貨部位損益的基準，這是本文計算避險損益的關鍵原則。

首先分析購入股票時的避險損益：當權證到期為價內( $S_T > X$ )時，發行券商的現貨部位將全數以  $X$  賣給前來履約的權證投資人，因此對於券商而言，無論當初購入成本高低，只要期末尚有現貨部位，避險部位的每股價值一律為  $X$ 。任何現股部位購入價位若高於  $X$ ，日後於履約時將產生  $X - S_t (< 0)$  的虧損，此虧損便是避險損失；相反地，當初以低於  $X$  的價格取得的現貨部位，於日後履約時將賺得  $X - S_t$  的價差，換言之，同樣將產生  $X - S_t$  的避險利得。因此買入現股的時應以履約價  $X$  為基準，計算未實現損益，才能正確評估已發生的避險損益。考慮當期增加的現貨股數為  $\Delta N(d_1)_t$ ，購入股票的避險損益可以表達為：

$$HP_t = \Delta N(d_1)_t (X - S_t) \quad (7)$$

式(7)大於 0 代表當期發生避險利得，反之則發生避險損失。

其次分析券商出售股票時的避險損益：由於期初時券商在  $S_0 = X$  的價位購入起始避險部位，當券商出售現貨部位時，若售價  $S_t$  低於履約價格  $X$ ，則將產生  $S_t - X (< 0)$  的損失；若售價高於  $X$ ，則將產生  $S_t - X$  的獲利。根據 delta 避險的原則，

只有當股價下跌、 $\Delta N(d_1)_t < 0$  時才會賣出股票，因此當期出售的現貨股數為  $-\Delta N(d_1)_t$ ，則當期的避險損益為：

$$HP_t = -\Delta N(d_1)_t (S_t - X) = \Delta N(d_1)_t (X - S_t)$$

與買進股票時的避險損益(式(7))相同。

將式(7)由期初累積至期末，總避險損益為：

$$THP = \sum_{t=1}^T [\Delta N(d_1)_t (X - S_t)] \quad (8)$$

本文的分析顯示，股價漲跌和權證價內外狀況決定每期避險損益的正負方向：價內權證於股價上漲(下跌)時將產生避險損失(利得)，而價外權證於股價上漲(下跌)時將產生避險利得(損失)。研究中並發現，即使股價固定不變，由於 delta 會隨時間而改變，因此隨著時間推移向到期日，券商於多數情況下將產生避險損失。但是經理人的避險績效衡量應該排除這部分因時間推移而產生的損失。本文也發現，在既定的股價變化下，到期日近的權證總是產生較大的避險損失或較小的避險利得，因此券商於發行一段時間後，將權證於市場上購回，能有效地降低避險成本。此外，標的股波動性較高的權證在深價外且距到期甚遠的情況下，股價上升將產生較大的避險利得。這些都是券商實務上避險應當注意的警訊與規則。

後續關於權證避險的研究可以朝以下幾個方向發展：第一，避險損益的認定方法並非唯一，本文所提出的公式僅是其中一種合理的評估。後續研究可以從其他觀點著手，例如考同時慮權證部位與現貨部位的 mark-to-market 價值，以此分析權證的避險損益。

第二，分析單期避險損益的在各種狀況下的變動，進而歸納出降低或控制總避

險損益的策略 然而 Black 與 Scholes (1973: 163-175)以及 Leland (1985: 1283-1301)都強調，避險期間的股價行徑走勢(path)決定避險誤差，即本文的總避險損益，因此要完全控制避險損益，必須能預測股價變動的方向與幅度，但是在預測股價技術尚未有重大突破以前(股價若依循隨機漫步模式，傳統的計量或時間序列方法不太可能預測股價)，理論上很難找出任何一種避險策略能夠持續地擊敗其他的策略，並產生統計上顯著的差距。但是無法控制總避險損益並不代表無法降低總避險損益的波動性，因此後續研究可以嘗試將目標定在控制總避險損益的變異，以期降低發行機構的風險。

第三，券商避險的支出除了本文討論的避險損益外，還包括資金成本與交易成本，但本文並未總和討論這三項成本彼此間的消長關係，後續研究可以嘗試推導三者的關係，並闡示具有實務意涵的結果。

第四，國內發行的權證除了本文引以為例的簡單個股型權證，還有其他多種組合型、以及各類重設型權證，必須修改衡量避險損益的公式，才能應用於這類權證。這也是後續研究的可行方向。最後，根據本文的結果，可以嘗試建立某些避險原則與策略，並利用模擬或實證比較各種策略在不同股價走勢的績效和成本。

#### 四、參考文獻

- 李進生、謝文良 (2001)， 台灣認購權證初即市場定價、風險、與策略，《證券金融》，第 68 期，頁 1-36。
- 李進生、鍾惠民、吳壽山 (1999)， 現階段臺灣權證發行之問題解析與避險策略之形成檢討與因應，《證券金融》，第 62 期，頁 1-28。
- 俞明德、蔡立光 (1999)， 臺灣上市認購

權證之定價模型與避險策略研究，《臺灣銀行季刊》，第 50 期，頁 195-228。

- 黃志典、廖珩偉 (2000)， 證券商發行認購權證避險損益之估測，《證券金融》，第 64 期，頁 31-85。
- 劉德明、劉岳玲 (1999)， 認購權證發券商避險策略之研究，《證券金融》，第 61 期，頁 1-45。
- Black, F. and M. Scholes, (1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". *Journal of Political Economy*, 81(3), 163-175.
- Boyle, Phelim P. and David Emanuel, (1980). "Discretely Adjusted Option Hedges". *Journal of Financial Economics*, 8(3), 259-282.
- Boyle, P. P. and T. Vorst, (1992). "Option Replication in Discrete Time with Transaction Costs". *Journal of Finance*, 47(1), 271-293.
- Edirisinghe, C., V. Naik, and R. Uppal, (1993). "Optional Replication of Options with Transactions Costs and Trading Restrictions". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28(1), 117-138.
- Green, T. C. and S. Figlewski, (1999). "Market Risk and Model Risk For a Financial Institution Writing Options". *Journal of Finance*, 54(4), 1465-1499.
- Hull, John (2000) Options, Futures, and Other Derivatives. 4<sup>th</sup> edition. New Jersey: Prentice-Hall Inc.
- Leland, H. E. (1985). "Option Pricing and

Replication with Transaction Costs”.  
Journal of Finance, 49(5), 1283-1301.

Merton, R. C. (1973). “Theory of Rational  
Option Pricing”. Bell Journal of  
Economics and Management Science,  
4(1), 141-183.

Toft, K. B. (1996). “On the Mean-Variance  
Tradeoff in Option Replication with  
Transaction Costs”. Journal of  
Financial and Quantitative Analysis,  
31(2), 233-263.