

行政院國家科學委員會專題研究計劃成果報告

計劃名稱：在延伸 MM 理論下之公司債訂價

計劃編號：NSC 89-2416-H-032-004

執行期限：88 年 8 月 1 日至 89 年 7 月 31 日

主持人：林蒼祥

淡江大學財務系

mail：wlin@mail.tku.edu.tw

一、中文摘要

Black-Scholes (1973) 及 Merton (1974) 將公司債之違約風險視為投資人賣給公司之賣權，Modigliani-Mill (1963) 認為公司稅率不為零時，資本結構會影響此賣權之價值，進而影響公司債價值。我們發現以台灣 1996 至 1999 年上市公司新發行之公司債會受公司稅率之影響，當考慮公司稅時估算之收益率會較無稅時來得低；若再考慮破產成本率，則含稅及不含稅之收益率差異會隨著破產成本率之增加而變大。

關鍵詞：選擇權、賣權、違約風險、破產成本、殖利率、信用價差、公司稅

Abstract

The default risk inherent in corporate bonds can be regarded that the investors write a put option to the issuing firm is Black-Scholes (1973) and Merton (1974). Modigliani-Mill (1963) verifies that the capital structure incorporated with corporate tax can affect the value of the firm, so as to the value of the mentioned put and, accordingly, the value of the bond.

We find empirically that the newly-issued

corporate bonds issued, 1996 to 1999, by the listed public companies in Taiwan Stock Exchange echo this point of view. Furthermore, we also take bankruptcy cost into account, the estimated credit spread rises with the bankruptcy cost ratio.

Keywords : Options, Put option, Default risk, Bankruptcy cost, Yield, Credit spread Corporate tax

二、研究動機與目的

Wei-Guo (1997) 之公司債實證分析結果顯示，Merton (1974) 的固定利率賣權模型優於 Longstaff and Schwartz (LS : 1995) 的利率均數復歸 (mean reversion) 隨機模型，此乃因 LS (1995) 將利率視為隨機變數的假設會導致 LS (1995) 在估算公司債價格時所牽涉之參數較 Merton (1974) 多出三倍 (Wei-Guo (1997))。

我們加入公司稅延伸 Black-Scholes (BS : 1973) 及 Merton (1974) ，以賣權模型來處理違約風險，對台灣上市公司之公司債作實證分析。違約風險可視為投資人賣 (write) 一個賣權 (put option) 給發行公司，其履約價格為公司債面額。BS (1973) 及 Merton (1974) 皆假設無風險利率為固定，此外，違約風險假設發生在公司債到期日，所以上述之賣權為歐式的。

Modigliani-Mill (1963) 認為公司稅率會使資本結構影響公司的價值，進而影響賣權及公司債的價值。

我們以民國 85 年至 88 年期間，在台灣的上市公司首次以公司債募集資金之公司債發行資料，來估計模型參數，探討含稅及不含稅之公司債殖利率 (yield) 及信用價差 (credit spread) 之差異。

三、模型

業主權益的價值如同一個標的資產為公司價值及履約價為負債面額 F 的買權， $C_T = \max(0, V_T - F)$ 。因此債券價值為公司價值減去業主權益，即：

$$B_T = V_T - E_T = V_T - \max(0, V_T - F) = V_T - C_T$$

上式可改寫成

$$B_T = \min(V_T, F) = F - \max(F - V_T, 0) = F - P_T \quad (3-1)$$

故債券可視為投資人買進一個面額 F 的無風險折現債券，同時賣出一個以公司價值為標的資產、履約價為 F 的賣權。其中 $P_T = \max(0, F - V_T)$ 為在到期日 T 的賣權價值。在沒有套利機會下，期初的債券價值等於無風險債券的折現值減去賣權值，即

$$B_0 = e^{-rT} F - P_0 \quad (3-2)$$

因此債券的價值可以用賣權表示。如果我們假設公司價值為對數常態分配的隨機過程，則可應用 BS (1973) 及 Merton (1974) 之模型：

$$D = Fe^{-r(T-t)} - P_E(A, F)$$

$$P_E(A, F) = -AM(-d_1) + Fe^{-r(T-t)} N(-d_2)$$

$$d_1 = \frac{\lambda\left(\frac{A}{F}\right) + \left[r + \frac{\lambda^2 A^2}{2}\right](T-t)}{\lambda A \sqrt{(T-t)}} = d_2 + \lambda \sqrt{(T-t)} \quad (3-3)$$

其中， A 表示為資產市值、 F 為公司債到期時之負債面額、 D 為負債之市值、 r 為無風險利率 模型假設利率為固定的 λ 為資產報酬標準差 $(T-t)$ 為負債到期期限以及 $N(\cdot)$ 為累積常態機率密度函數，而 (3-3) 式中 $\frac{A}{F}$ 項，即為負債比率 $\left(\frac{\text{總負債}}{\text{總資產}}\right)$ 之倒數。

MM (1958) 認為公司所得稅率為零時，公司價值與資金成本不會受到資本結構的影響。但 MM(1963) 將公司所得稅納入考慮後，由於債券利息可以抵稅的緣故，則公司的價值會隨著負債程度的提高而增加，此時完全舉債將使公司價值達到最大。因此，若考慮稅，則帳面的資本結構會受到影響，即 (3-3) 式中之 $\frac{A}{F}$ 項會改變。

根據 Leland (1994) 認為當市場為完美市場時，公司價值會等於資產價值。若將稅及破產成本考慮進來，則公司總價值之數學式如下所示：

$$V = A + TB - BC \quad (3-4)$$

其中， V 為公司總價值、 A 為資產價值、 TB 為稅盾價值以及 BC 為破產成本。所以，在考慮稅及破產成本下之公司資產價值 (A) 應以公司總價值 (V)

來代替，也就是 (3-3) 式中之 $\frac{A}{F}$ 項應以 $\frac{V}{F}$ 項表示之。

因此我們將結合 BS (1973)、Merton (1974) 以及 Leland (1994) 模型，將業主權益視為對公司資產的買權，估計得到資產之市價後，再用資產價值減去業主權益來估算負債之市場價值。若假設公司債具有與 Merton (1974) 中相同的三項限制條

款¹，則公司債的殖利率可用所求得之負債市場價值與負債面額來折算，而該公司債之信用價差則為此殖利率與無風險利率之差值。以數學式可表示如下：

$$E(V, F) = Ve^{-q(T-t)}N(d_1) - Fe^{-r(T-t)}N(d_2)$$

$$\text{其中 } d_1 = \frac{\lambda \ln\left(\frac{V}{F}\right) + \left((r-q) + \frac{t_A^2}{2}\right)(T-t)}{t_A \sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = d_1 - t_A \sqrt{(T-t)}$$

$$V = A + \#I - rA \\ = (1-r)A + \#I$$

則

$$D = V - E = V\left[1 - e^{-q(T-t)}N(d_1)\right] + Fe^{-r(T-t)}N(d_2) \\ = Fe^{-r(T-t)} - P_E(V, F)$$

$$P_E(V, F) = -Ve^{-q(T-t)}N(-d_1) + Fe^{-r(T-t)}N(-d_2)$$

$$CS = r_D - r = \left[\frac{\lambda \ln\left(\frac{Fe^{-r(T-t)}}{D_t}\right)}{(T-t)} \right] - r \quad (3-5)$$

符號說明同之前所述。另外， E 為業主權益市值， q 為股利率， t 為稅率、 r 為破產成本率、 I 為利息費用、 CS 為信用價差以及 r_D 為公司債殖利率。

在上述的數學式當中，若要求算公司債之殖利率與信用價差，需先由權益的買權等式 (3-5) 著手，再以資產價值減去業主權益價值，得到負債價值，而推算出公司債殖利率。其中，無風險利率 (r) 與到期期限 ($T-t$) 可實際觀察得到，但資產報酬標準差與資產價值卻無法在實際中直接觀察得到。

¹ 此公司債之限制條款為 1. 公司承諾在特定日付給所有債權人負債面額 2. 負債到期若無法支付債額，債權人將立即接管公司 3. 在負債到期之前，公司不可發行新債、支付股利或買回股票。

四、實證結果

(一) 含稅及不含稅下公司債殖利率之差異

根據前一章所敘述的實證研究設計，可利用實際資料估算出含稅及不含稅下公司債之殖利率。實證結果我們發現，在含稅及不含稅下所估算之公司債殖利率仍有差異，但差異很小(參見表 4-1)。當含稅破產成本率為 0 情況下，所估算之公司債殖利率會低於不含稅情況下之估算殖利率；但隨著破產成本率的增加，含稅下之估算之殖利率會隨之提高。根據圖 4-1 所示，亦可發現破產成本率越高對含稅及不含稅下公司債殖利率差異的影響也越大。因此從實證結果我們可歸納出，在考慮公司稅及破產成本率之存在後公司債之殖利率會增加。

表 4-1

含稅及不含稅下估算公司債殖利率之差異

	差異 1	差異 2	差異 3
差異平均值	-0.0048%	0.0036%	0.0134%

註：差異 1：含稅(破產成本率=0)之殖利率減去不含稅之殖利率

差異 2：含稅(破產成本率=0.1)之殖利率減去不含稅之殖利率

差異 3：含稅(破產成本率=0.2)之殖利率減去不含稅之殖利率

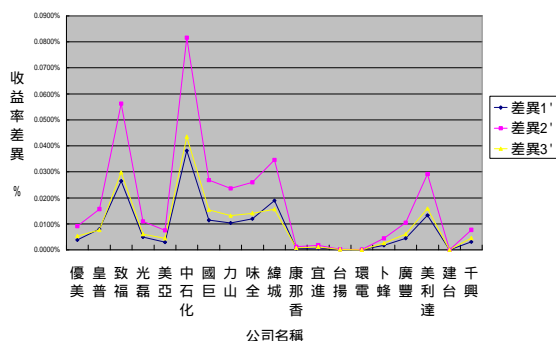


圖 4-1 破產成本率對殖利率差異之影響

註：差異 1'：破產成本率=0.1 之殖利率減去破產成本率=0 之殖利率
 差異 2'：破產成本率=0.2 之殖利率減去破產成本率=0 之殖利率
 差異 3'：破產成本率=0.2 之殖利率減去破產成本率=0.1 之殖利率

(二) 估算價差與實際價差之比較

根據前一章所敘述的實證研究設計，可利用實際資料估算出信用價差。本節即在討論公司債發行時之估算信用價差與實際價差間之關係。

由於國內發行之公司債皆是按照面額發行，因此發行時，其票面利率即為其殖利率。將此實際殖利率減去發行前一營業日之參考無風險利率，即為實際之價差；另外，將不含稅及含稅下所估算之殖利率減去與前者相同之無風險利率，則可得到估算之價差。本文以下所稱之含稅情況皆以破產成本率為 0 之情形來探討。

不含稅情況下實際價差與估算價差及含稅情況下（破產成本率=0）估算價差比較之結果示於圖 4-2。從圖中可以發現，實際價差大部分皆高於估算價差，且經計算後知道不含稅情況下實際價差平均比估算價差高出 1.0219%；含稅（破產成本率為

0) 之情況下，實際價差平均比估算價差高出 1.0267%。此現象可能由於前章所述 Merton (1974) 模型中之負債限制條款：「負債到期若無法支付償債額，債權人將立即接管公司」之債權人將「立即」接管公司與事實不盡相符。根據 Weiss (1990) 的發現，當公司破產時，債權人對公司之求償權並不見得馬上可以執行，在其 37 家樣本公司中，就有 29 家出現此種現象。而當公司發生倒閉時，債權人可真正得到的償付可能與公司規模、債權人的爭議能力及股東會議的強勢程度等因素 [參見 Longstaff and Schwartz (1993)]；此外若公司不立即宣佈倒閉而進行重整，則重整期間公司的控制權仍歸於股東所有，重整所需成本將使公司現金流量減少，而使其公司總資產價值降低。基於以上之原因，債權人將會對公司債要求較高的殖利率，以致造成用 Merton (1974) 理論為基礎的模型對公司債殖利率評價有低估之現象，即使考慮了稅及破產成本也一樣。如同 Franks and Torous (1989) 之分析結果顯示，若重整期間為 5 年，低估之信用價差可能高達 2.55% [參見 Franks and Torous (1989)]。

此外，當公司破產時，不一定都能立即以原本估算之市價處置其資產，則此時全部公司資產處置所得將可能低於預估之資產總值；而且在實際上，由於股東和債權人可能存在資訊不對稱之現象，使得若發生公司資產小於負債的情況，債權人不一定可以馬上察覺；上述這些因素也會造成債權人要求較高的殖利率，而發生模型估算出之價差低於實際價差之現象。另外，根據圖 4-3 亦可發現：當破產成本率越高時，估算之信用價差會越大。

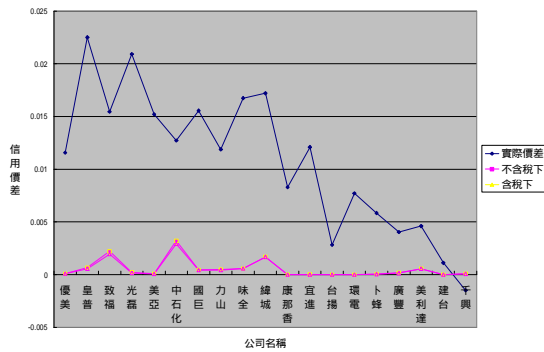


圖 4-2 實際價差與估算價差之比較

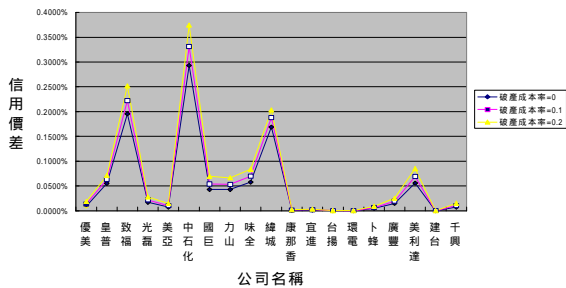


圖 4-3 破產成本率對估算信用價差之影響

雖然實證結果發現估算價差有低估的現象，但可以將實際價差與估算價差依大小排序，觀察估算價差之次序 (order) 是否與實際價差之次序一致。依據實際價差與估算價差之次序排列，可以計算出兩者之次序相關 (Order Correlation) 係數，其結果列於表 4-2。在不含稅、含稅(破產成本率為 0、0.1 及 0.2) 下，次序相關係數分別為 0.62982、0.6、0.60877、0.97895，顯著水準在型一誤差 (Type 1 Error) $\alpha = 0.01$ 下均顯著，表示此模型無論在不含稅或含稅情況下其估算價差大致能解釋實際價差之次序。

表 4-2 次序相關係數

	不含稅	含稅		
		$r = 0$	$r = 0.1$	$r = 0.2$
次序相關係數	0.63 ***	0.60 ***	0.61 ***	0.98 ***

r ：破產成本率

***：代表通過 1% 顯著水準檢定

五、結論

公司在發行公司債籌措資金時，其資金成本之考量除無風險利率外，還得視公司違約風險的高低。假設無風險利率固定，則違約風險便為公司資金成本的主要考慮因素。因此本研究以選擇權賣權理論之觀點來衡量違約風險，在考慮公司稅的前提下，來探討公司債殖利率及信用價差之問題。

我們以民國 85 年至 88 年期間，在台灣的上市公司首次以公司債募集資金之公司債發行資料，來估計模型參數。我們發現含稅及不含稅之公司債殖利率有差異，且此差異會隨著破產成本率之增加而變大。

至於信用價差實證所得到之結果，可以發現根據模型估算出之含稅情況下信用價差皆比實際信用價差來得低，其差異平均值為 0.004067%。探就其原因可能在於 BS (1973)、Merton (1974) 模型之假設、限制仍太多；債權人在公司倒閉時不一定能立即求償；公司資產在處置時，不一定都能以預定之市價處理資產；以及股東與債權人可能存在的資訊不對稱，使債權人在發生公司資產小於負債時無法馬上察覺。基於上述原因，債權人對公司債會要

求較高之殖利率。另一方面，實證中計算得到不含稅情況下估算價差與實際價差之次序 (order) 相關係數為 0.62982，顯著水準在 $r = 0.01$ 下顯著；而在含稅情況下，其估算價差與實際價差之次序相關係數為 0.6，顯著水準在 $r = 0.01$ 下亦顯著，表示無論在不含稅或含稅情況下，估算價差與實際價差之次序大體上一致。另外，我們亦發現若破產成本率越高，則估算出之信用價差會越大。

Schwartz and Merton models, *Journal of Fixed Income* 3, Sep., 8-28.

六、參考文獻

Black, F. and M. Scholes, 1973, The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy* 81, 637-654.

Leland, H., 1994, Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure, *Journal of Finance* 49, 1213-1252.

Longstaff, F. A. and E. S. Schwartz, 1995, A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt, *Journal of Finance* 50, 789-819.

Merton, R. C., 1974, On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates, *Journal of Finance* 29, 449-470.

Modigliani, F. and M. Miller, 1963, Corporate income taxes and the cost of capital: a correction, *American Economic Review*, 433-443.

Wei, D.G and D. Guo, 1997, Pricing risky debt: an empirical comparison of the Longstaff and