



行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

美式認購權證在含交易成本及股利之訂價

The pricing of American Call Warrants with Transaction Costs and Dividends

計畫編號：NSC 88-2416-H-032-005

執行期限：87年8月1日至88年7月31日

主持人：林蒼祥 執行機構：淡江大學財務系

E-mail:wlin@mail.tku.edu.tw

中文摘要：

台灣證券交易所的認購權證因履約價格隨股利調整，可證明其最佳履約時間為到期日，所以我們以四個歐式買權的模式來訂價，並比較其優劣。這些模式將交易成本及間斷調整複製部位的特性合入未修正波動性中處理使成為修正後波動性。除了用隱含波動性作為未修正之波動性，因台灣股價有漲跌幅的限制，我們亦採用 Chiang and Wei (1995) 的論點，用 GMM 法來估計未修正之波動性，並比較兩種未修正波動性在四個買權模型中之定價優劣。

關鍵詞：波動性、認購權證、GMM 波動性

The covered call warrants traded in Taiwan Stock Exchange are protection-style call options. Their strike prices are reduced by the paid dividends at ex-dividend dates, and it can be proven to be optimally exercised at maturity. We, therefore, price those warrants with four different kinds of European call-option valuation models, and we compare their valuation performance as well. The proportional transaction costs and the characteristics of discreted

rebalancing duplication portfolio are incorporated with un-adjusted volatilities as the adjusted volatilities. In addition to using implied volatility as un-adjusted volatility, we also bring GMM-estimated volatility into those models since there are daily price limits of stock prices change into the two mentioned unadjusted volatilities are taken into the four warrant valuation models, and we also compare the performance of the models.

key words: covered warrant, GMM volatility, implied volatility

二、緣由與目的

Geske, Roll, and Shastri (1983) 證明出在美國 Over-the-Counter (OTC) Market 附有保護條款 (OTC protection) 的美式選擇權提早履約所得到的履約價值小於不提早履約的選擇權價值，所以使得投資人不會提早履約，因此可以使用歐式 Black-Scholes (B-S) 模型來對附有保護條款 (OTC protection) 的美式選擇權進行評價。台灣的認購權證為設有保護條款的美式選擇權，形式與美國 OTC 市場雖略有差異，但經由證明，提早履約所得到的履約價值仍小於不提早履約

的選擇權價值，因此可以採用歐式 B-S 模型進行評價。

而台灣的股票市場有漲跌幅的限制，歷史波動性並不能反映股市的真正波動，為了估計真正的波動性，採用了 Generalized Method of Moment (GMM) 法計算出真實的波動性，避免波動性的低估。亦採用隱含波動性，因為 GMM 法使用的是歷史的資料，無法代表投資人對未來的預期，而隱含波動性可以克服此項缺點。

Leland (LL: 1985)、Boyle and Vorst (BV: 1992)、Henrotte (HR: 1993)、Whalley and Wilmott (WW: 1993) 提出類似的模型，將交易成本及間斷調整的依據納入波動性，可以得到與歐式 B-S 模型相似的公式解 (closed form solution)，不同的是進行間斷調整避險策略的基礎。

LL、BV、WW 模型是以時間作為基礎 (time-based)，LL、BV 模型不同處在於前者是在連續時間 (continuous time) 的架構下，且未考慮自我融資，BV 模型則在間斷時間 (discrete time) 的架構下，考慮了自我融資，較符合實際狀況，而 WW 模型則考慮了投資人的風險溢酬，所以使用 GMM 法 (Generalized Method of Moment) 來估計標的股的波動性及報酬率，而且台灣股市有漲跌幅限制，因此 GMM 法可以估計出真實的波動性，不會造成真實波動性的低估。

而 HR 是以股價變動作為基礎 (move-based) 進行間斷的避險策略，Toft (1996) 比較 LL 及 HR 模型，發現在股價波動性高、交易成本低時以 move-based 的模型進行評價所得到的效果較 time-based 的模型好，而在股價波動性低、交易成本高時以 time-based 的模型進行評價所得到的效果較 move-based 的模型好，所以本文選擇 LL、BV、WW 的 time-based 的模型、和 HR 的 move-based 的模型來對台灣的認購權證進行評價，並進行訂價的誤差分析。

三、結果與討論

本文選取了十一檔單一個股的認購權證，其標的股股票和權證的價格皆採用日資料，採取其收盤價，資料取自教育部 AREMOS 資料庫，每一支權證的樣本期間皆由實際上市日自到期日，共一年，涵蓋的範圍由 1997 年 9 月 4 日~1999 年 3 月 18 日，但因為權證每一升降單位為 0.05 元，在進行市價與理論價格差異分析時，刪除了計算出的理論價格低於 0.05 元的樣本資料。無風險利率亦取自教育部 Aremos 資料庫，而台灣沒有無風險利率的指標，所以以一年期台銀定期存款利率代替無風險利率，標的股發放的股利資料取自財訊。

四個模型中的主要參數為波動性，所以採用兩種方法來估計波動性：GMM 法波動性、隱含波動性。台灣的股市有漲跌幅的限制，使得在計算波動性時，會排除超出漲跌停板的部分，造成波動性的低估，而 Chiang and Wei (1995) 提出的 GMM (Generalized Method of Moment) 法可以計算出真實的波動性，避免波動性的低估，所以採用 GMM 法來估計波動性，採取與權證生命週期相等的期間，採用前一年的股票報酬率標準差來估計波動性，並連續更新觀察值。GMM 法的波動性未將投資人對未來波動性的預期考慮進去，而隱含波動性可以代表投資人對未來波動性的看法，所以採用隱含波動性，其是以第 $t-1$ 天的權證市場價格帶入各模型中，反求出各模型的隱含波動性再將此波動性代入各模型中，求第 t 天的理論價格，但是 WW 模型的波動性包含了原始波動性及標的股期望報酬率，需使用 GMM 法求出，所以無法估計出隱含波動性。

將各模型求出的理論價格，與市場價格加以比較，並以成對的 t 檢定來檢視兩者之間是否有顯著的差異。

若模型能正確的預測市場的價格，則所求出的理論價與市場價格不應該有顯著的差異。並以絕對誤差百分比的均值來計算模型的錯價程度 (Pricing Error)，對各模型進行比較。

四、計畫結果與自評

隱含波動性代表投資人對未來波動性的預期，能反映波動性的迅速變動，而吸收了部分的訂價誤差，所以理論價與市價無顯著差異，而 GMM 法波動性並未包含投資人對於未來波動性的預期資訊，所以無法反映波動性的快速變化，所得到的理論價與市價會有顯著的差異，其以成對的 t 檢定來檢驗，隱含波動性所得到的理論價與市價並無顯著的差異，而 GMM 法則與市價有顯著的差異，可以從圖 1A-1D，2A-2D 看出隱含波動性與 GMM 波動性的差異，1、2 代表兩支權證，A、B、C、D¹ 分別代表 LL、BV、HR、WW 四個模型²。

¹ 因為 WW 模型無法求出隱含波動性，所以只有 GMM 法波動性的圖形

² 成對 t 檢定的結果和其餘圖形列於附錄

圖 1A-寶來 03-LL Model

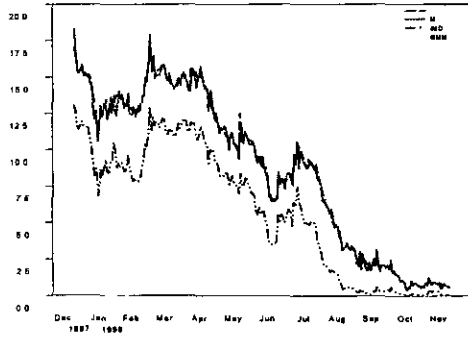


圖 1B-寶來 03-BV Model

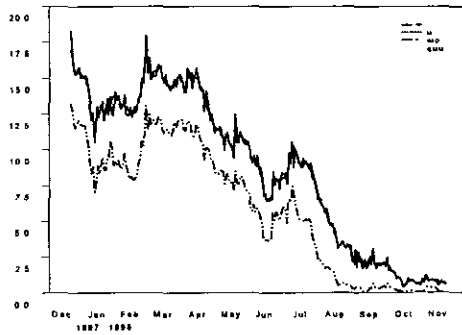


圖 1C-寶來 03-HR Model

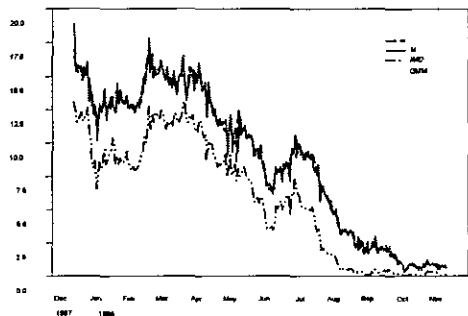


圖 1D-寶來 03-WW Model

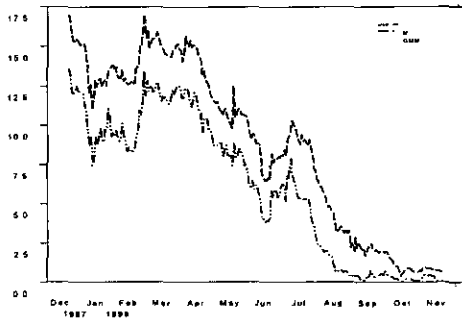


圖 2A-金鼎 01-LL Model



圖 2B-金鼎 01-BV Model



圖 2C-金鼎 01-HR Model

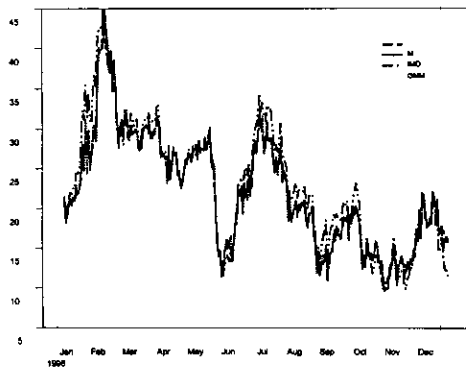
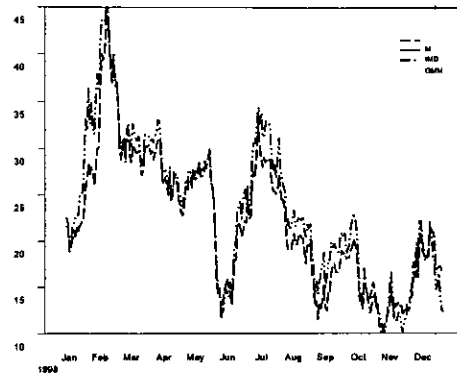


圖 2D-金鼎 01-WW Model



2. 各模型的比較

以 GMM 法會與 B-S 模型產生同樣的情況，理論模型會產生高估價內的權證，低估價外權證。圖 3 中，以 GMM 法波動性所算出的模型價格皆低估了權證的價格，權證寶來 03 在到期日前平均而言皆處於價外，所以理論模型會低估價外權證，但四個模型中以 WW 模型價格相對而言較為接近市價，這是因為模型假設資產報酬率為常態分配，但是實證上資產報酬率會有高狹峰(leptokurtic)與肥尾(fat tail)的現象，所以投資人認為標的資產反

彈的機率高於常態分配，願意出高於模型價格的價錢購買，因此投資人的風險溢酬(risk-premium)為權證價格的重要因素，所以 WW 的誤差最小，BV、HR、LL 模型次之。圖 4 中，以 GMM 法波動性所算出的模型價格皆高估了權證的價格，權證金鼎 01 在到期日前平均而言皆處於價內，所以理論模型會高估價內權證，這是因為短期內成為價外的機會很低，所以市價趨於平緩，但理論價格會因標的價格上漲而上漲，所以反而以 LL 較接近市價，BV、HR、WW 模型次之。

圖 3-寶來 03-市價與各模型價格

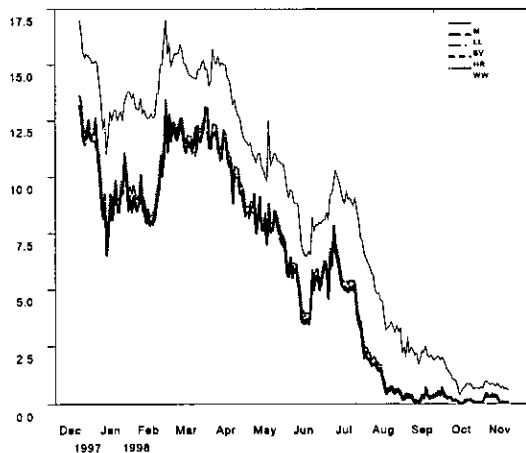
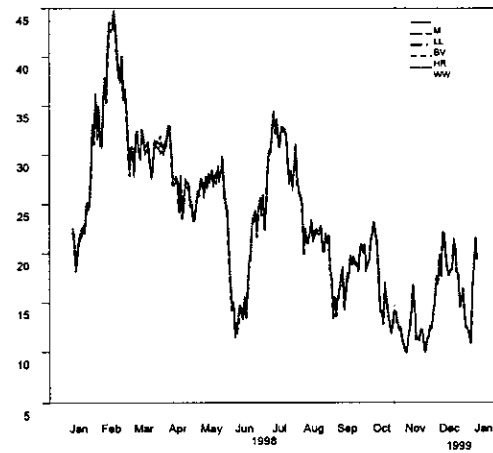


圖 4-金鼎 01-市價與各模型價格



隱含波動性代表了投資人對未來波動性的預期，所以各模型理論價與市價無顯著差異，而 GMM 法的波動性因使用歷史資料，無法反映波動性的快速變化，造成理論價與市價則有顯著的差異。

使用 GMM 法，在深價外時，理論價格會低估權證市價，這是因為模型假設資產報酬率為常態分配，但是實證上會有高狹峰(leptokurtic)與肥尾(fat tail)的現象，所以投資人認為標的資產反彈的機率高於常態分配，願意出高於模型價格的價錢購買，因此投資人的風險溢酬(risk-premium)為權證市價的重要因素，所以 Whalley and Wilmott 的誤差最小，Boyle and Vorst、HR、LL 模型次之。在深價內時，理論價格高估權證市價，這是因為短期內成為價外的機會很低，所以市價趨於平緩，但理論價格會因標的價格上漲而上漲，所以反而以 LL 較接近市價，Boyle and Vorst、HR、Whalley and Wilmott 模型次之。

參考文獻：

Chiang, R., and K. C. John Wei, "Price Limits and Liquidity : A transactional data analysis." Technical Report, Working Paper, University of Miami (1995)

R.Geske ,R.Roll and K.Shastrri.

" Over-the-Counter Option Market Dividend Protection and "Biases" in the Black-Scholes Model:A Note" The Journal of Finance, 1983, pp.1271-1277.

Hayne E. LL. "Option Pricing and Replication with Transactions Cost" The Journal of Finance, 1985, pp.1284-1301.

P.Boyle and T.Vorst. " Option Replication in Discrete Time with Transaction Costs " The Journal of Finance, 1985, pp.1284-1301.pp.272-293.

Shmuel,H. and B. Lauterbach. " Tests OF Warrant Pricing Models:The Trading Profits Perspective " The Journal of Derivatives ,1996 , pp.71-79.

Klaus Bjerre Toft. "On the Mean-Variance Tradeoff in Option Replication with Transactions Costs" Journal of Financial And Quantitative Analysis,1996,pp.234-263.

Shmuel, H. and B. Lauterbach.

" The Relative Performance of Five Alternative Warrant pricing Models " Financial Analysts Journal, 1997, pp.55-61.

Whalley,E and P.Wilmott, "Counting the Costs" , Risk, 1993, pp.56-66

Whalley,E and P.Wilmott, "Hedging With An Edge" Risk, 1994

Wei-Kuang Chen and Chung-Hua

Shen, "The Valuation of Option

Under Pri