

翹曲效應對不同支承配置曲線梁內力之影響

苟昌煥¹ 高金盛² 許富閔³ 李忠和³

關鍵詞：薄壁梁、線性支承、點支承

摘 要

本文針對空間曲線梁彎矩、扭矩及翹曲之耦合效應，藉由應變能導出曲線薄壁梁元素的柔度矩陣，在每個節點考慮三個線位移、三個角位移及一個翹曲位移的情況下，按薄壁梁翹曲扭轉理論及有限元素法建立空間曲線薄壁連續梁之數值分析模式。由此探討在全線支承與中間點支承相互配置下，翹曲對曲線薄壁梁內力之影響，藉此提出空間曲線薄壁連續梁計算內力的簡化表格，以期對橋梁工程師在結構分析時能有所助益。

The Warping Affects on the Curved Girders under Different Bearing Deploy

Chang-Huan Kou ; Chin-Sheng Kao ; Fu-Ming Hsu ; Zon-Her Li

Key Words: thin-walled girder, linear bearing, point bearing

ABSTRACT

Coupling effect by bending, torsion and warping is manifested whenever the curved thin-walled girder is exposed to weight, hence, the five types of strain energy; namely, bending, torsion, shearing, axial and warping; have all been considered during the course of the analysis. The warping torsion theory of curved thin-walled girder with finite element method is merged to establish the numerical analysis model for curved continuous thin-walled girder. Finally, after the compassion and discussion, some simplified tables that can calculate the section forces easily are provided to engineers in this paper.

¹ 中華大學土木工程學系副教授

² 淡江大學營建系副教授

³ 中華大學土木工程研究所研究生

1、前言

對於一般多層次交錯跨越之高架橋而言，支承常採取之設計方式為能抵抗扭轉效應之線性支承(如圖 1)，也就是扭轉力會透過線性支承傳遞至下部結構，但是時常會因為墩柱之尺寸過大而造成橋下道路狹窄、視野不佳、空間利用不易等問題。當橋面寬度不很大時，除了施工上之需求外，可建議採用具有點支承之單柱式橋墩(如圖 2)，這種形式之橋梁造型優美，於複雜之高架橋系統中便於墩位之配置，同時可提供行車時良好之視野及橋下空間，並且可以保持主梁扭轉變形之連續性以維持行車舒適，且在多跨度之連續梁中節省了支承支養護和維修上之麻煩。

曲線梁彎矩、扭矩與翹曲相互偶合之受力特性，特別是以薄壁薄壁梁作為主梁之橋梁，往往由於計算過程之複雜，因而帶給設計者很多之不便[1][2]。本文藉由曲線梁之翹曲扭轉理論與有限元素法，建立空間曲線薄壁梁之數值分析模式，由此探討全線支承與中間點支承相互配置下，翹曲效應對曲線薄壁梁內力之影響，藉此提出空間曲線薄壁梁表格化之內力計算公式，以利工程師在結構分析之參考。

2、曲線梁之局部座標及位移自由度

圖 3 所示為空間薄壁曲線梁， O_i, O_j 為通過梁上各斷面形心之形心軸， S_i, S_j 為通過梁上各斷面剪切中心之剪切中心軸， y_o 則為兩軸之間距。

在分析空間薄壁曲線梁時，本文作了以下的假設[3]：

- (1) 在各種荷載作用下，曲線梁的薄壁斷面保持不變形。此處所謂薄壁斷面係指斷面壁厚與其最大寬度或高度之比值小於或等於 0.1 之開口或閉口斷面。
- (2) 曲線梁橫斷面各項尺寸與其跨長之比極小。
- (3) 曲線梁斷面的形狀和其梁軸曲率是沿梁方向不變的。
- (4) 曲線梁斷面具有一根對稱軸。
- (5) 曲線梁的支承條件是正交的線性支承，梁斷面中的扭轉效應是由純扭轉與翹曲扭轉所共同組成。

在分析曲線梁之力學行為時，本文以曲線座標為局部座標系(曲率同曲線梁)，且以曲線之徑向為 x 軸，曲線之垂直向為 y 軸，曲線之切線方向為 z 軸， x, y, z 局部座標系符號符合右手螺旋法則。

梁上每個節點考慮七個位移自由度，包括 u_x, u_y, u_z 三個線位移及 q_x, q_y, q_z 三個

角位移，以及一個翹曲位移 f' 即節點位移向量

$$\{u\} = [u_x, u_y, u_z, q_x, q_y, q_z, -f']^T \quad (1)$$

對應於此節點位移向量之節點內力向量則為

$$\{F\} = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z, B]^T \quad (2)$$

示中， F_x, F_y, F_z 為三個與線位移相對應之力， M_x, M_y, M_z 為三個與角位移相對應之力矩， B 則為翹曲雙力矩。

3、曲線懸臂梁之翹曲雙力矩

圖 4 所示之曲線懸臂梁元素 i, j ， i 端為固定端， j 端有 $F_{xj}, F_{yj}, F_{zj}, M_{xj}, M_{yj}, M_{zj}, B_j$ 等七個力作用，其中 $F_{xj}, F_{yj}, M_{zj}, B_j$ 係作用於梁斷面之剪切中心 S ，其餘 F_{zj}, M_{xj}, M_{yj} 則作用於梁斷面之形心 O 。

由力之平衡關係可推得此曲線懸臂梁上任意斷面中之內力值，式如下：

$$F_x(f) = F_{xj} \cos(a - f) \pm F_{zj} \sin(a - f)$$

$$F_y(f) = F_{yj}$$

$$F_z(f) = \mp F_{zj} \sin(a - f) + F_{xj} \cos(a - f)$$

$$M_x(f) = [\mp F_{zj} - F_{yj} r \pm M_{zj}] \sin(a - f) + M_{xj} \cos(a - f)$$

$$M_y(f) = F_{xj} r \sin(a - f) \pm F_{zj} r [1 - \cos(a - f) + M_{yj}]$$

$$M_z(f) = \pm (F_{zj} y_o - M_{xj}) \sin(a - f) \pm F_{yj} r [1 - \cos(a - f)] + M_{zj} \cos(a - f)$$

$$B(f) = -EI_{\tilde{w}} f''(f) \quad (3)$$

(3) 式中 f 為廣義的扭轉角，而式中正負號依梁元素由 i 至 j 時梁曲率之正負值決定； $I_{\tilde{w}}$ 表翹曲慣性矩； f 表翹曲位移函數。

在(3)式中 $B(f)$ 為翹曲雙力矩，為一自相平衡之力之力系，須由下列所示之翹曲雙力矩微分方程式求解得出。

$$f''''(f) - k^2 f''(f) = -\frac{m}{EI_{\tilde{w}}} \left(m_t \pm \frac{M_x - F_z y_o}{r} \right) \quad (4)$$

在(4)式中 k 表翹曲扭轉衰減係數； m 表閉口斷面翹曲剪切參數； r 表曲率半徑； m_t 表單位扭轉荷重； $\frac{M_x - N y_o}{r}$ 表因曲率所引致的等值單位扭轉荷重。

4、曲線懸臂梁元素之柔度矩陣

圖 4 所示曲線懸臂梁元素之應變能由兩部分組成[4][5][6]

$$U = U_1 + U_2 \quad (5)$$

其中， U_1 為曲線懸臂梁在不考慮翹曲影響時之應變能， U_2 為翹曲產生之應變能。

利用卡式定理，曲線懸臂梁元素 j 端之各項柔度係數可由下式求得。

$$f_{lk} = \left(\frac{\partial U}{\partial F_{lj}} \right)_{F_{kj}=1} \quad (6)$$

式中 F_{lj} 、 F_{kj} 分別表 j 端之作用力 F_{xj} 、 F_{yj} 、 F_{zj} 、 M_{xj} 、 M_{yj} 、 M_{zj} 及 B_j ，如以 1 7 順序表示這些作用力，則曲線懸臂梁元素 i j 在 j 端之柔度係數 f_{lk} 可由(6)式求得。

5、曲線梁元素之勁度矩陣

利用曲線梁懸臂梁元素之柔度矩陣，可進一步推得曲線梁元素之勁度矩陣 $[K]^e$ 。

首先將曲線梁元素之勁度矩陣依 i j 兩端分割成四個子矩陣，示如下[7]：

$$[K]^e = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中子矩陣 $[K_{jj}]$ 可由柔度矩陣 $[F_{jj}]$ 直接求逆矩陣算得，即

$$[K_{jj}] = [F_{jj}]^{-1} \quad (8)$$

若取 i 端之反力與該端局部座標之正方向一致時為正，則依 $\{F\} = [K]\{\Delta\}$ 及力平衡之關係，即可求得其餘子矩陣。

6、曲線梁元素之等值節點荷重

對於兩端均為剛性節點之梁元素，在分析時可依力學行為將其模擬成兩端均為固定端支梁元素。

圖 5 所示，兩端固定之空間曲線梁元素，在梁上承受垂直向集中荷重、徑向集中荷重、切線方向集中荷重、集中扭矩、均佈扭矩、垂直向均佈荷重、徑向均佈荷重、切線方向均佈荷重時，梁兩端產生之固端反力(即等值節點荷重) $\{x\}_i$ 及 $\{x\}_j$ 可由下列二式求得。

$$[F_{ji}]\{x\}_j + \{\Delta_p\}_j = \{0\} \quad (9)$$

$$[F_{ii}]\{x\}_i + \{\Delta_p\}_i = \{0\} \quad (10)$$

式中 $\{x\}_j^T$ 即為圖上所示之 $\{F_{xj}, F_{yj}, F_{zj}, M_{xj}, M_{yj}, M_{zj}, B_j\}$ ，為曲線梁元素之 j 端反力；而 $[F_{jj}]$ 即為柔度矩陣， $\{\Delta_p\}_j$ 為梁上荷重所造成 j 端之節點位移向量可利用卡式定理推得。即

$$\{\Delta_p\}_j = \left\{ \frac{\partial U}{\partial x} \right\}_j \quad (11)$$

至於 $\{\Delta_p\}_i$ 亦可依此類推。

在求得 $\{\Delta_p\}_i$ 、 $\{\Delta_p\}_j$ ，曲線梁元素兩端之等值節點荷重 $\{x\}_i$ 及 $\{x\}_j$ ，可由下式求得。

$$\begin{aligned} \{x\}_i &= -[F_{ii}]^{-1} \{\Delta_p\}_i \\ \{x\}_j &= -[F_{jj}]^{-1} \{\Delta_p\}_j \end{aligned} \quad (12)$$

7、曲線連續梁之內力分析

在分析時，先進行曲線連續梁結構之節點編號及元素編號；再依據梁斷面尺寸及材料性質推算斷面參數，以及各梁元素之勁度矩陣，並進一步利用直接勁度法將各元素勁度矩陣組合成整體結構之勁度矩陣 $[\bar{K}]$ ；然後依據梁上作用之荷重，推算各梁元素之等值節點荷重，並進一步組合成整體結構之節點荷重向量 $\{P\}$ ；最後利用 $[\bar{K}]\{\Delta\} = \{P\}$ ，可解得梁上各節點之位移及節點之內力，再利用(3)式即可算得曲線連續梁上任一位置之斷面內力。

8、分析比較

本文依前述步驟建立分析程式，並進一步分析比較曲線梁在不同支承配置及不同受力情況下之斷面內力。

圖 6 至圖 9 以及圖 12、13 分別表示一跨至三跨具有全線性支承之曲線梁，在每跨中央將分別承受集中力 P 或集中力矩 P 作用。另外，圖 10、11、14、15 分別表示兩跨及三跨具有中間點支承之曲線梁，同樣的，在每跨中央亦是承受相同之集中力 P 或集中力矩 P 作用。

在表 1 至表 5 中， kl 表結構之翹曲衰減因子， kl 介於 2~6 之間時，表示結構由翹曲扭轉及純扭轉(合稱組合扭轉)共同控制，當 kl 值愈高，則表起控制作用的是純扭轉，反之，則是翹曲扭轉[4][5]。在曲線薄壁梁中， $\frac{EI_x}{GK}$ 與 kl 是相關的，在工程中二者實際之對應關係係採用以下之組合[4]：

$$kl = 2, \text{ 則 } \frac{EI_x}{GK} = 5, 20$$

$kl = 4, 6, 8$, 則 $\frac{EI_x}{GK} = 2, 10$

就文章篇幅關係, 本文僅就 $kl = 4, 6$; $\frac{EI_x}{GK} = 2$ 之情況加以討論。另外, 在一般情況下, 曲線薄壁梁各跨中心角 α 之數值多小於 0.5, 基於爾後影響線之發展需求, 本文採用之 α 值為 0.2 及 0.4。

表 1、表 2 及表 4 分別表示一跨至三跨, 具有全線支承之曲線梁, 在不同幾何特性及荷重狀態下, 斷面內力與荷重及跨長間之關係, 由各表中可看出, 在單位集中扭矩之作用下, 由於斷面內彎矩、扭矩及翹曲相互偶合之關係, 致使在跨端處斷面扭矩 M_{ψ} 之和接近 1 (但不等於 1)。另外, 在兩跨及三跨具有全線支承之曲線梁中, 由於中間支承處梁斷面中之翹曲將由非均勻扭轉造成, 因此翹曲雙力矩 B_j 將不等於零。

表 3 及表 5 所示為兩跨及三跨具有中間點支承之曲線梁, 在不同幾何特性及荷重狀態下, 斷面中之扭矩沿跨長將呈反對稱分布, 以兩等跨曲線連續梁為例, 由於中間點支承處梁斷面中之扭距 M_{ψ} 為零 (見表 3), 這將使左右相鄰斷面無相對扭轉變形產生, 換言之, 在中間點支承處梁可保持扭轉變形之連續性, 因而可提供較佳之行車舒適性。

由各分析表格可清楚看出, 當 kl 值愈低表翹曲扭轉影響愈大, 因而翹曲雙力矩與彎矩之比值亦愈大。一般來說, 曲線梁中心角愈大, 則翹曲效應之比例則愈高。另外, 在相同之載重條件下, 對全線支承的情況而言, 由於中間支承可提供對扭轉變形之控制, 因而增加了翹曲扭轉之效應, 因此在中間支承處翹曲效應較中間點支承來之明顯。

9、結論

本文應用應變能及卡式定理先導出節點之柔度係數, 進而轉換成梁元素之勁度矩陣, 如此可避開曲線元素在訂定位移函數時之困難, 因而提高了曲線梁之分析精準度。此外, 本文按薄壁梁翹曲扭轉理論與有限元素法所建構之數值分析方法, 經與解析解法比對, 僅有極微量之差異, 這是本文將彎矩、扭矩及翹曲偶合效應考慮在內所引起的, 因此本文所提出的分析方法具有一定之準確性。

在考量全線支承與中間點支承之配置情況, 本文提供了空間曲線薄壁梁在不同幾何特性及荷重下之簡化計算表格, 以期能對工程師在橋梁結構分析時能有所助益。

10、參考文獻

1. Nakai H and Chai Hong Yoo., "Analysis and Design of Curved Steel Bridges", Mc-Graw-Hill Book Company, 1988.
2. 苟昌煥, 高金盛, "曲線 U 型梁橋之應力分析", 國科會專題研究計畫成果報告書, 2000.10.
3. 黃劍源, "薄壁結構的扭轉分析-上冊", 中國鐵道出版社, 1983.
4. 黃劍源, "薄壁結構的扭轉分析-曲線梁與斜支箱形梁", 中國鐵道出版社, 1997.
5. 謝旭、黃劍源, "薄壁斷面曲線高架橋的空間結構分析", 土木工程學報, 第二十六卷第六期, 中國, 1993.
6. 黃劍源、劉炎海, "城市單柱式點支承曲線橋的分析", Journal of Ningbo University, Vol.1, No.2, Dec., 中國, 1988.
7. Yoo, C. H., "Flexural Torsional Stability of Curved Beams", Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol 108 EM-6, pp1361~1369, 1982.12.
8. Yoo, C., "Stability of Curved Girder", Proceeding of the International Conference on Finite Element Method, Shanghai, People's Republic of China, pp.305-311, 1982.8.
9. Heins, C.P.(1975), Bending and Torsional Design in Structural Members.

表 1 單跨薄壁曲線連續梁計算方法

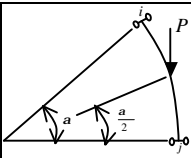
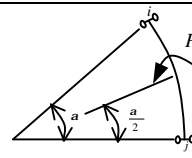
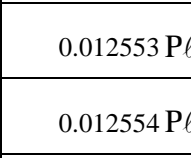
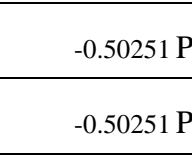
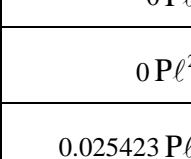
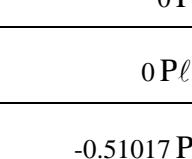
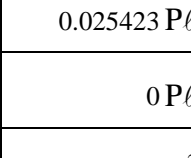
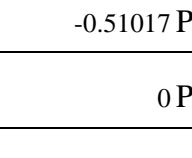
幾何特性		內力	
		荷載	內力
$k\ell = 4$ $a = 0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$0.012553 P\ell$
	M_{zj}		$-0.50251 P$
	M_{yj}		$0 P\ell$
	B_j		$0 P\ell^2$
$k\ell = 4$ $a = 0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$0.025423 P\ell$
	M_{zj}		$-0.51017 P$
	M_{yj}		$0 P\ell$
	B_j		$0 P\ell^2$
$k\ell = 6$ $a = 0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$0.012554 P\ell$
	M_{zj}		$-0.50251 P$
	M_{yj}		$0 P\ell$
	B_j		$0 P\ell^2$
$k\ell = 6$ $a = 0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$0.025422 P\ell$
	M_{zj}		$-0.51017 P$
	M_{yj}		$0 P\ell$
	B_j		$0 P\ell^2$

表 2 兩等跨薄壁斷面曲線連續梁計算方法
(全線性支承)

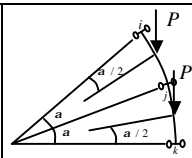
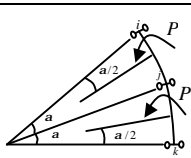
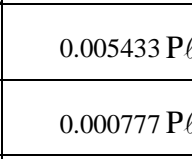
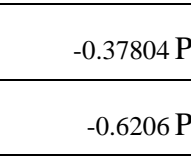
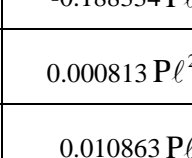
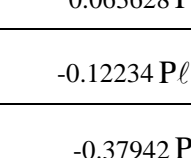
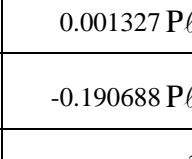
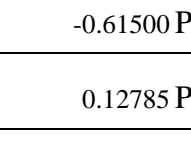
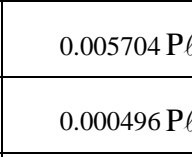
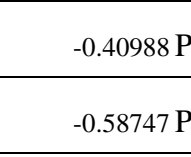
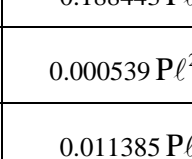
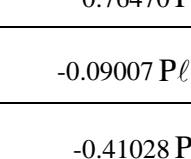
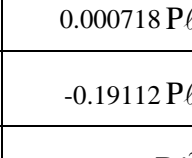
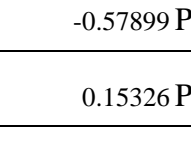
幾何特性		內力	
		荷載	內力
$k\ell = 4$ $a = 0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$0.005433 P\ell$
	M_{zj}		$-0.37804 P$
	M_{yj}		$0.000777 P\ell$
	B_j		$-0.188334 P\ell$
$k\ell = 4$ $a = 0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$0.010863 P\ell$
	M_{zj}		$-0.37942 P$
	M_{yj}		$0.001327 P\ell$
	B_j		$-0.61500 P$
$k\ell = 6$ $a = 0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$0.000813 P\ell^2$
	M_{zj}		$-0.12234 P\ell$
	M_{yj}		$0.001605 P\ell^2$
	B_j		$-0.12206 P\ell$
$k\ell = 6$ $a = 0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$0.005704 P\ell$
	M_{zj}		$-0.40988 P$
	M_{yj}		$0.000496 P\ell$
	B_j		$-0.58747 P$
$k\ell = 6$ $a = 0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$-0.188443 P\ell$
	M_{zj}		$0.76470 P$
	M_{yj}		$0.000539 P\ell^2$
	B_j		$-0.09007 P\ell$
$k\ell = 6$ $a = 0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$0.011385 P\ell$
	M_{zj}		$-0.41028 P$
	M_{yj}		$0.000718 P\ell$
	B_j		$-0.57899 P$
$k\ell = 6$ $a = 0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}		$-0.19112 P\ell$
	M_{zj}		$0.15326 P$
	M_{yj}		$0.001054 P\ell^2$
	B_j		$-0.089474 P\ell$

表 3 兩等跨薄壁斷面曲線連續梁計算方法
 (中間點支承)

幾何特性	荷載		內力	內力
$k\ell = 4$ $a = 0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}	$0.006184 P\ell$	$-0.97788 P$	
	M_{zj}	$0 P\ell$	$0 P$	
	M_{yj}	$-0.188591 P\ell$	$0.27053 P$	
	B_j	$0.000621 P\ell^2$	$0.031126 P\ell$	
$k\ell = 4$ $a = 0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}	$0.012025 P\ell$	$-0.91812 P$	
	M_{zj}	$0 P\ell$	$0 P$	
	M_{yj}	$-0.191503 P\ell$	$0.50426 P$	
	B_j	$0.0012884 P\ell^2$	$0.024813 P\ell$	
$k\ell = 6$ $a = 0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}	$0.006183 P\ell$	$-0.97611 P$	
	M_{zj}	$0 P\ell$	$0 P$	
	M_{yj}	$-0.18862 P\ell$	$0.28816 P$	
	B_j	$0.000457 P\ell^2$	$0.007107 P\ell$	
$k\ell = 6$ $a = 0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}	$0.012008 P\ell$	$-0.91209 P$	
	M_{zj}	$0 P\ell$	$0 P$	
	M_{yj}	$-0.191591 P\ell$	$0.53399 P$	
	B_j	$0.000938 P\ell^2$	$0.003708 P\ell$	

表 4 三等跨薄壁斷面曲線連續梁計算方法
 (全線性支承)

幾何特性	荷載		內力	內力
$k\ell = 4$ $a = 0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}	$0.006979 P\ell$	$-0.39385 P$	
	M_{zjL}	$0.003030 P\ell$	$-0.60644 P$	
	M_{zjR}	$-0.002544 P\ell$	$-0.49778 P$	
	M_{yjL}	$-0.150471 P\ell$	$0.047167 P$	
	M_{yjR}	$0.150471 P\ell$	$-0.047167 P$	
	B_{jL}	$0.000535 P\ell^2$	$-0.10708 P\ell$	
	B_{jR}	$-0.000535 P\ell^2$	$0.10708 P\ell$	
$k\ell = 4$ $a = 0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}	$0.014057 P\ell$	$-0.39696 P$	
	M_{zjL}	$0.006022 P\ell$	$-0.60421 P$	
	M_{zjR}	$-0.005343 P\ell$	$-0.49101 P$	
	M_{yjL}	$-0.151768 P\ell$	$0.094539 P$	
	M_{yjR}	$0.151768 P\ell$	$-0.094539 P$	
	B_{jL}	$0.001054 P\ell^2$	$-0.106786 P\ell$	
	B_{jR}	$-0.001054 P\ell^2$	$0.106786 P\ell$	
$k\ell = 6$ $a = 0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}	$0.007112 P\ell$	$-0.41852 P$	
	M_{zjL}	$0.002867 P\ell$	$-0.58077 P$	
	M_{zjR}	$-0.002549 P\ell$	$-0.49678 P$	
	M_{yjL}	$-0.150534 P\ell$	$0.057100 P$	
	M_{yjR}	$0.150534 P\ell$	$-0.057105 P$	
	B_{jL}	$0.000375 P\ell^2$	$-0.082077 P\ell$	
	B_{jR}	$-0.000375 P\ell^2$	$0.082077 P\ell$	
$k\ell = 6$ $a = 0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $n = 1.0$	M_{zi}	$0.014362 P\ell$	$-0.42091 P$	
	M_{zjL}	$0.005668 P\ell$	$-0.57630 P$	
	M_{zjR}	$-0.005393 P\ell$	$-0.48704 P$	
	M_{yjL}	$-0.152017 P\ell$	$0.11412 P$	

	M_{sjR}	$0.152017 P\ell$	$-0.11412 P$
	B_{jL}	$0.000734 P\ell^2$	$-0.081511 P\ell$
	B_{jR}	$-0.000734 P\ell^2$	$0.081511 P\ell$

$m=1.0$	M_{sjL}	$-0.152183 P\ell$	$0.7491 P$
	M_{sjR}	$0.152183 P\ell$	$-0.7491 P$
	B_{jL}	$0.000712 P\ell^2$	$0.001003 P\ell$
	B_{jR}	$-0.000712 P\ell^2$	$-0.001003 P\ell$

表 5 三等跨薄壁斷面曲線連續梁計算方法
(中間點支承)

幾何特性	荷載		
	內力		
$k\ell = 4$ $a=0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $m=1.0$	M_{zi}	$0.007430 P\ell$	$-1.4208 P$
	M_{zjL}	$0.002561 P\ell$	$0.45913 P$
	M_{zjR}	$-0.002561 P\ell$	$-0.45913 P$
	M_{yjL}	$-0.15064 P\ell$	$0.43233 P$
	M_{yjR}	$0.15064 P\ell$	$-0.43233 P$
	B_{jL}	$0.000475 P\ell^2$	$0.02956 P\ell$
$k\ell = 4$ $a=0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $m=1.0$	M_{zi}	$0.014577 P\ell$	$-1.2346 P$
	M_{zjL}	$0.005423 P\ell$	$0.3622 P$
	M_{zjR}	$-0.005423 P\ell$	$-0.3622 P$
	M_{yjL}	$-0.152163 P\ell$	$0.72995 P$
	M_{yjR}	$0.152163 P\ell$	$-0.72995 P$
	B_{jL}	$0.000977 P\ell^2$	$0.018879 P\ell$
$k\ell = 6$ $a=0.2$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$ $m=1.0$	M_{zi}	$0.007431 P\ell$	$-1.4180 P$
	M_{zjL}	$0.002561 P\ell$	$0.45775 P$
	M_{zjR}	$-0.002561 P\ell$	$-0.45775 P$
	M_{yjL}	$-0.150648 P\ell$	$0.44613 P$
	M_{yjR}	$0.150648 P\ell$	$-0.44613 P$
	B_{jL}	$0.000349 P\ell^2$	$0.006183 P\ell$
$k\ell = 6$ $a=0.4$ $\frac{EI_x}{GK} = 2$	M_{zi}	$0.01457 P\ell$	$-1.2268 P$
	M_{zjL}	$0.005426 P\ell$	$0.35832 P$
	M_{zjR}	$-0.005426 P\ell$	$-0.35832 P$

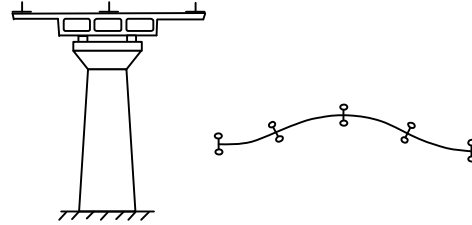


圖 1 線性支承

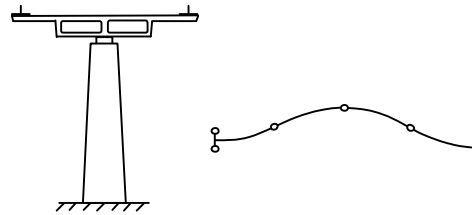


圖 2 點支承

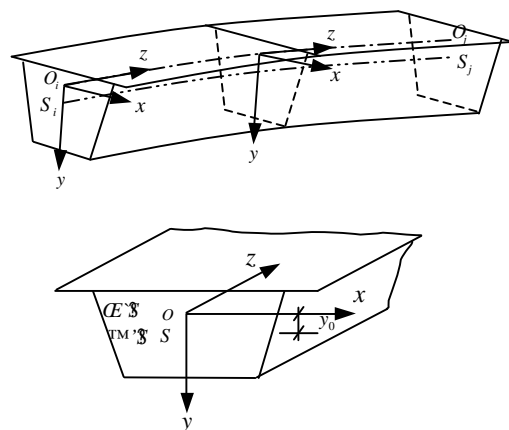


圖 3 空間曲線薄壁梁

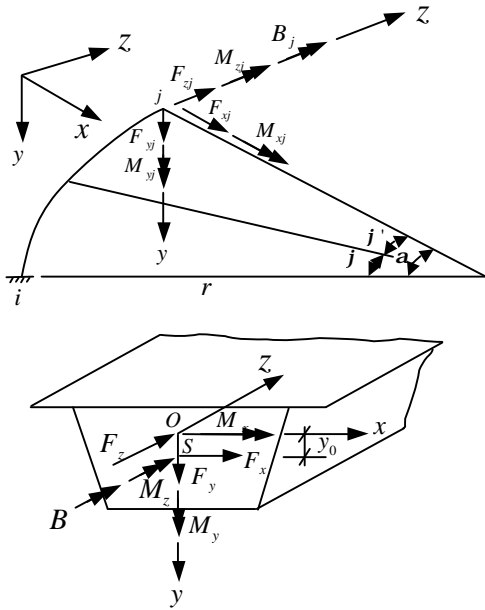


圖 4 曲線懸臂梁元素

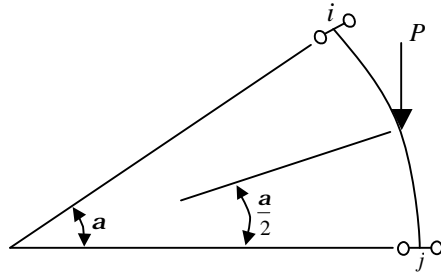


圖 6 跨中央受集中力 P 之單跨曲線薄壁梁

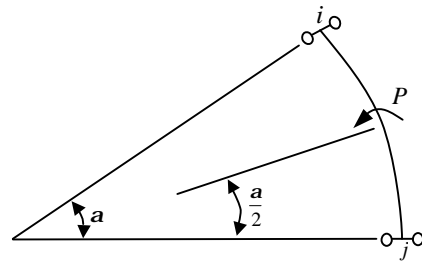


圖 7 跨中央受集中扭矩 P 之單跨曲線薄壁梁

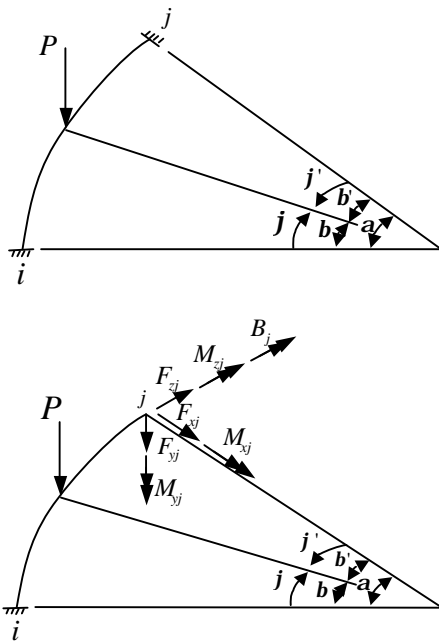


圖 5 兩端固定之空間曲線梁元素

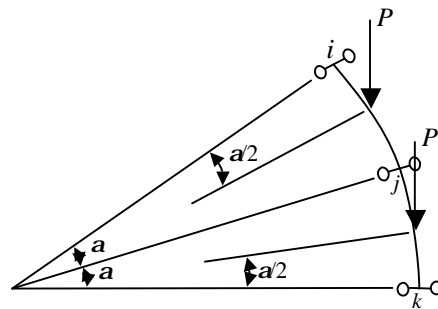


圖 8 受集中力 P 之兩跨線性支承曲線梁

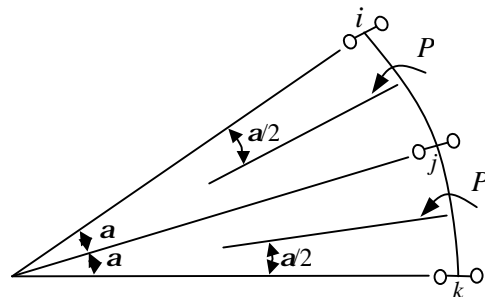


圖 9 受集中扭矩 P 之兩跨線性支承曲線梁

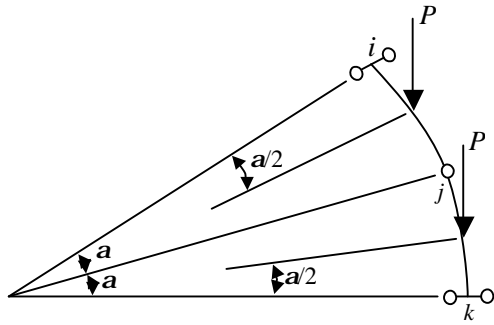


圖 10 受集中力 P 之兩跨中間點支承曲線梁

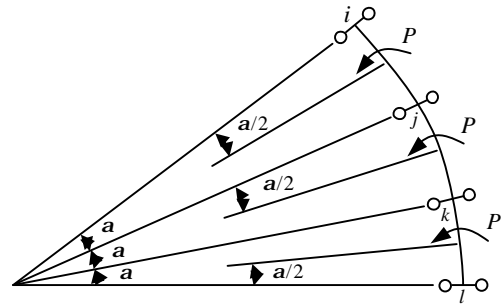


圖 13 受集中扭矩 P 之三跨線性支承曲線梁

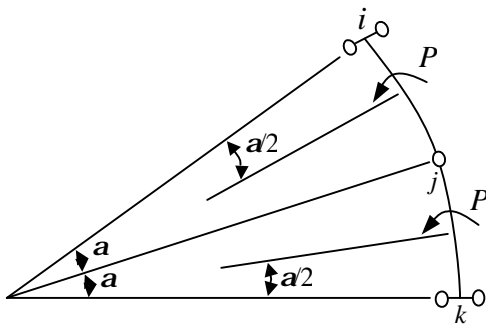


圖 11 受集中扭矩 P 之兩跨中間點支承曲線梁

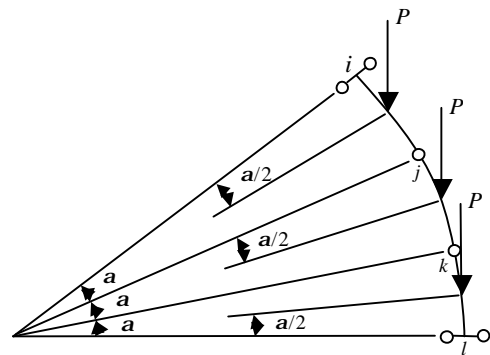


圖 14 受集中力 P 之三跨中間點支承曲線梁

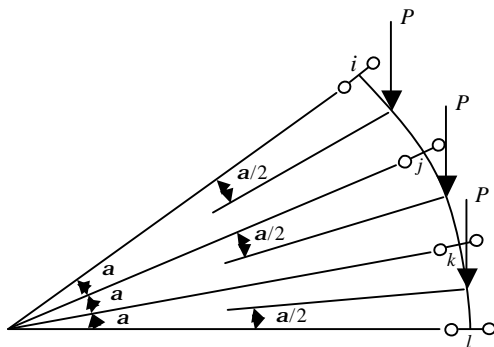


圖 12 受集中力 P 之三跨線性支承曲線梁

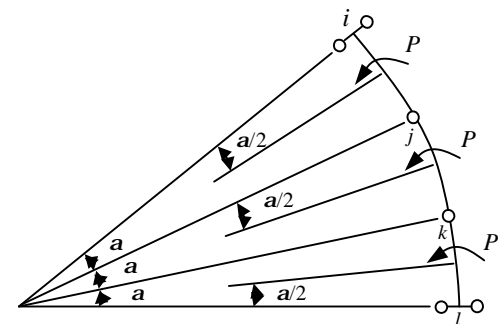


圖 15 受集中扭矩 P 之三跨中間點支承曲線梁